

УДК 796.71

**МОДЕЛЮВАННЯ ІНЕРЦІЙНИХ ЗМАГАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕНЬ  
НА ТРЕНАЖЕРІ-СИМУЛЯТОРІ СПОРТИВНОГО АВТОМОБІЛЯ****Анатолій ЛОПАТЬЄВ, Людмила РИБАК,  
Богдан ВІНОГРАДСЬКИЙ, Олег РИБАК***Львівський державний університет фізичної культури*

**Анотація.** Мета роботи: з'ясувати ефективність моделювання інерційних змагальних навантажень на тренажері-симуляторі спортивного автомобіля нахилами його рухомої частини. За допомогою математичного моделювання автори розрахували максимальні прискорення повнопривідного спортивного автомобіля типу Ford Fiesta RS WRC на трасі з гравійно-грунтовим покриттям. Це дало змогу розробити відповідні вимоги до штучного моделювального середовища у вигляді тренажера-симулятора для тестування та моделювання алгоритмів спеціальної підготовки спортсменів-автогонщиків. Інерційні навантаження моделюються шляхом нахилів у відповідних напрямках рухомого підрамника з розташованими на ньому сидінням, кермом та блоком педалей відносно вектора сили тяжіння. Зменшення нормальної складової сили тяжіння та додаткові прискорення центра маси тіла спортсмена, спричинені нахилами підрамника, можна не враховувати, оскільки вони порівняно невеликі.

**Ключові слова:** математичне моделювання, спортивний автомобіль, тренажер-симулятор, інерційні навантаження.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ  
СОРЕВНОВАТЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК  
НА ТРЕНАЖЕРЕ-СИМУЛЯТОРЕ  
СПОРТИВНОГО АВТОМОБИЛЯ****Анатолій ЛОПАТЬЄВ, Людмила РИБАК,  
Богдан ВІНОГРАДСЬКИЙ, Олег РИБАК***Львовский государственный университет  
физической культуры*

**Аннотация.** Цель работы: определить эффективность моделирования инерционных соревновательных нагрузок на тренажере-симуляторе спортивного автомобиля наклонами его подвижной части. С помощью математического моделирования авторы рассчитали максимальные ускорения полноприводного спортивного автомобиля типа Ford Fiesta RS WRC на трассе с гравийно-грунтовым покрытием. Это позволило разработать соответствующие требования к искусственной моделирующей среде в виде тренажера-симулятора для тестирования и моделирования алгоритмов специальной подготовки спортсменов-автогонщиков. Инерционные нагрузки моделируются путем наклонов в соответствующих направлениях подвижного подрамника с расположенными на нем сиденьем, рулем и блоком педалей относительно вектора силы тяжести. Уменьшение нормальной составляющей силы тяжести, и дополнительные ускорения центра массы тела спортсмена, вызванные наклонами подрамника, можно не учитывать, так как они сравнительно невелики.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, спортивный автомобиль, тренажер-симулятор, инерционные нагрузки.

**MODELING INERTIAL  
COMPETITIVE PRESSURES  
ON THE SIMULATOR OF SPORTS CAR****Anatoly LOPATIEV Lyudmyla RYBAK,  
Bogdan VYNOGRADSKIY, Oleh RYBAK***Lviv State University of Physical Culture*

**Abstract.** Purpose: to find out the efficiency of modeling inertial competitive pressures on the simulator, the simulator sports car inclinations Its moving parts. Using mathematical modeling authors calculated the maximum acceleration wheel drive sports car such as Ford Fiesta RS WRC on the road with gravel and soil cover. This made it possible to develop appropriate requirements for artificial simulation environment in a simulator, simulator for testing and simulation algorithms for specific training athletes racers. Inertia loads are modeled by tilts in the direction of rolling stretcher placed on it 's seat, steering wheel and pedals unit vector with respect to gravity. Reduction of the normal component of gravity, acceleration and additional center body weight lifter sort inclinations stretcher can be ignored since they are comparatively small.

**Keywords:** mathematical modeling, sports car, simulator, inertial load.

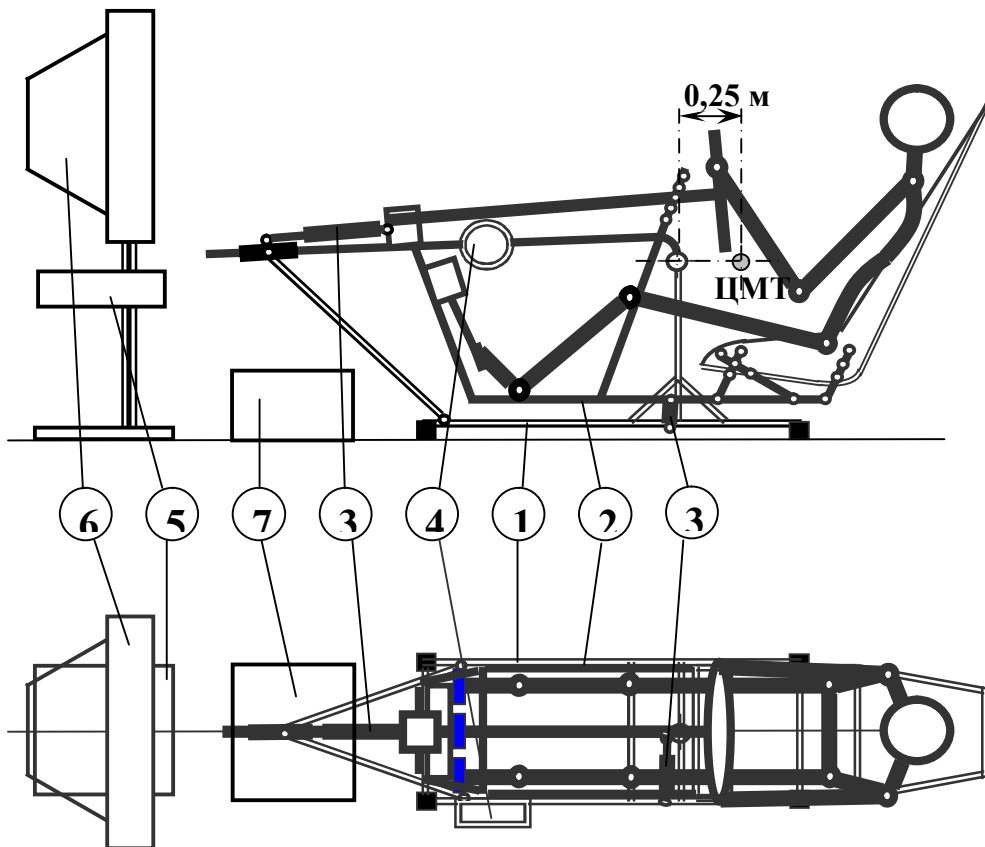
**Аналіз останніх досліджень і публікацій та постановка проблеми.** Недостатній обсяг полігонної й трасової підготовки водіїв-автогонщиків на різних етапах багаторічного спортивного удосконалення пов'язаний з їх високою вартістю та підвищеним ризиком для спортсменів, обслуговуючого персоналу, техніки й доквілля [1]. Проблема можна вирішити шля-

хом застосування штучного моделювального середовища, яке б, імітуючи основні умови змагальної діяльності, дало змогу безпечно, в потрібному обсязі та без суттєвих матеріальних витрат удосконалити техніку спортивного керування автомобілем і стенограмну підготовку ралійних екіпажів у екстремальних умовах [2–4]. Основною вимогою до такого середовища є можливість одержання спортсменами адекватної керуючим діям шкірно-тактильної та вестибулярної зворотної інформації про поведінку автомобіля. Вона повинна імітувати інерційні перевантаження, що діють на спортсменів при розгоні, гальмуванні та поворотах [5]. Тому є актуальним біомеханічне обґрунтування вимог до штучного моделювального середовища для тренажерної підготовки спортсменів-автогонщиків.

**Зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями.** Роботу виконано згідно з темою 2.17 «Моделювання біомеханічних систем у складно координатних видах спорту» (номер державної реєстрації 0111 U 006473) Зведеного плану науково-дослідної роботи у сфері фізичної культури та спорту на 2011–2015 рр.

**Мета роботи:** визначити ефективність моделювання інерційних змагальних навантажень на тренажері-симуляторі спортивного автомобіля з використанням нахилів його рухомої частини.

**Методи дослідження:** теоретичний аналіз та узагальнення спеціальної літератури, педагогічне спостереження змагальної діяльності спортсменів-автогонщиків, математичне моделювання руху спортивного автомобіля, порівняння, абстрагування та ідеалізація, а також використання розробленого тренажера-симулятора для тестування та моделювання алгоритмів спеціальної підготовки спортсменів-автогонщиків.



**Рис. 1. Схема тренажера-симулятора для тестування та моделювання алгоритмів спеціальної підготовки спортсменів-автогонщиків:**

- 1 – нерухома рама; 2 – рухоме шасі; 3 – силові пневмоциліндри;  
4 – пульт установок з вібраторами; 5 – електронний блок керування тренажером;  
6 – відеомонітор; 7 – компресор

Тренажер дає змогу імітувати інерційні перевантаження, що діють на спортсменів під час руху автомобіля. Конструкцію тренажера зображено на рис. 1. На нерухомій рамі (1) запропонованої нами конструкції тренажера-симулятора спортивного автомобіля (рис. 1) шарнірно закріплене спеціальне рухоме шасі (2) з двома ступенями свободи відносно поздовжньої та поперечної осей, на якому встановлено спортивне сидіння, важіль перемикавання передач, а також спортивне кермо та педальний блок [6].

Керувальні дії водія перетворюються на аналогові електричні сигнали, що регулюють подачу стисненого повітря від компресора (7) в силові пневмоциліндри (3). Завдяки їх роботі рухомий підрамник нахилиється у потрібних напрямках відносно вектора сили тяжіння, імітуючи інерційні змагальні навантаження на тіло спортсмена, завдяки чому пілот отримує зворотну інформацію про рух моделі автомобіля не лише через візуальний та слуховий, а й через шкірно-тактильний та вестибулярний аналізатори.

**Результати дослідження.** Для з'ясування можливості об'єктивного моделювання інерційних змагальних навантажень на тренажері-симуляторі завдяки нахилам його рухомої частини розглянемо рівняння руху повнопривідного спортивного легкового автомобіля трасою.

Загалом спортивний автомобіль здійснює надзвичайно складний рух, причому його частини активно переміщуються одна відносно одної (наприклад, не підресорені елементи – відносно кузова, деталі двигуна й трансмісії – відносно осей, розташованих у картерах тощо). Найбільша частина автомобіля – його кузов – здійснює поступальний рух уздовж трьох осей координат та кутові переміщення навколо них (рис. 2).

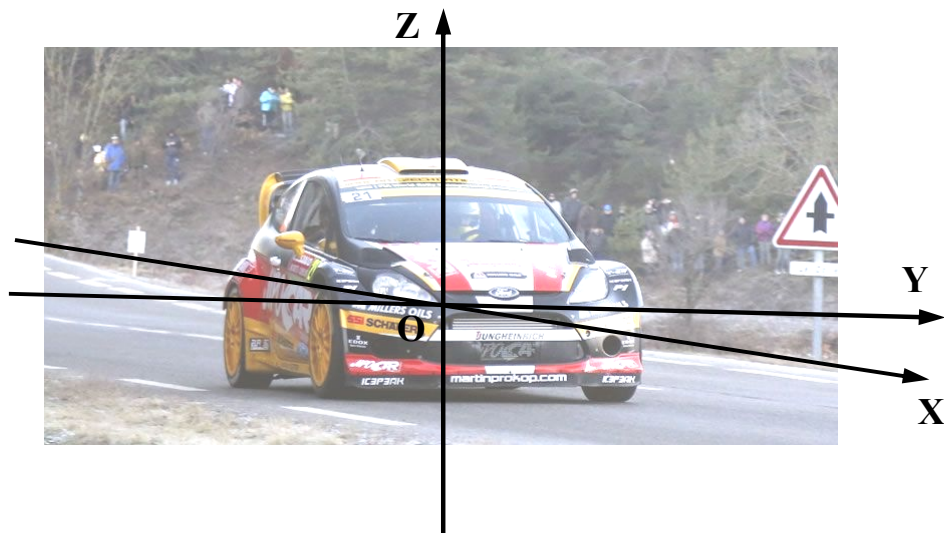


Рис. 2. Система координат для розрахунку руху спортивного автомобіля

Спортивний автомобіль є складною системою з нерівномірним розподілом його маси. Розглядати всі рухи цієї системи одночасно в більшості випадків недоцільно, оскільки система рівнянь для розв'язку такого завдання занадто громіздка. Для розв'язання більшості практичних завдань доцільно розглядати лише головні рухи системи, спрощуючи або нехтуючи всіма іншими за умови, що такі припущення не вносять у результат суттєвих похибок. Наприклад, при прямолінійному русі автомобіля можна припустити, що основні переміщення системи відбуваються у вертикальній поздовжній площині симетрії  $XOZ$ , що проходить через середину колії (рис. 2). Основне переміщення відбувається в напрямі осі  $X$ , а додаткові (при коливаннях на нерівностях дороги) – у напрямі осі  $Z$ . Рухами в поперечній площині, крім обертання валів двигуна й трансмісії, нехтуємо. З огляду на це рух автомобіля можна розглядати, як плоский, тобто рух його проекції на поздовжню площину  $XOZ$ , вважаючи, що проекції правих та лівих коліс, їх сил та моментів збігаються.

Механічну систему спортивного автомобіля, сили та моменти сил, що діють на неї, описано згідно з моделлю, наведеною на рис. 3, де  $M_{II}$  та  $I_{II}$  – підресорена маса й момент її інерції

відносно поперечної осі, що проходить через центр маси;  $m_i$  – маса не підресореної  $i$ -тої частини автомобіля;  $I_{ДВ}$ ,  $I_{ТР}$  та  $I_{Ki}$  – моменти інерції обертових частин двигуна,  $i$ -того агрегата трансмісії колеса  $i$ -тої осі;  $c_{TPi}$  – коефіцієнт кутової жорсткості  $i$ -тої гілки трансмісії;  $k_{TPj}$  – коефіцієнт непружного опору (демпфування)  $j$ -го агрегата трансмісії та амортизатора колеса  $i$ -тої осі;  $c_{Pi}$  – коефіцієнт жорсткості підвіски колеса  $i$ -тої осі;  $c_{Pi}$  – коефіцієнт кутової жорсткості шини.

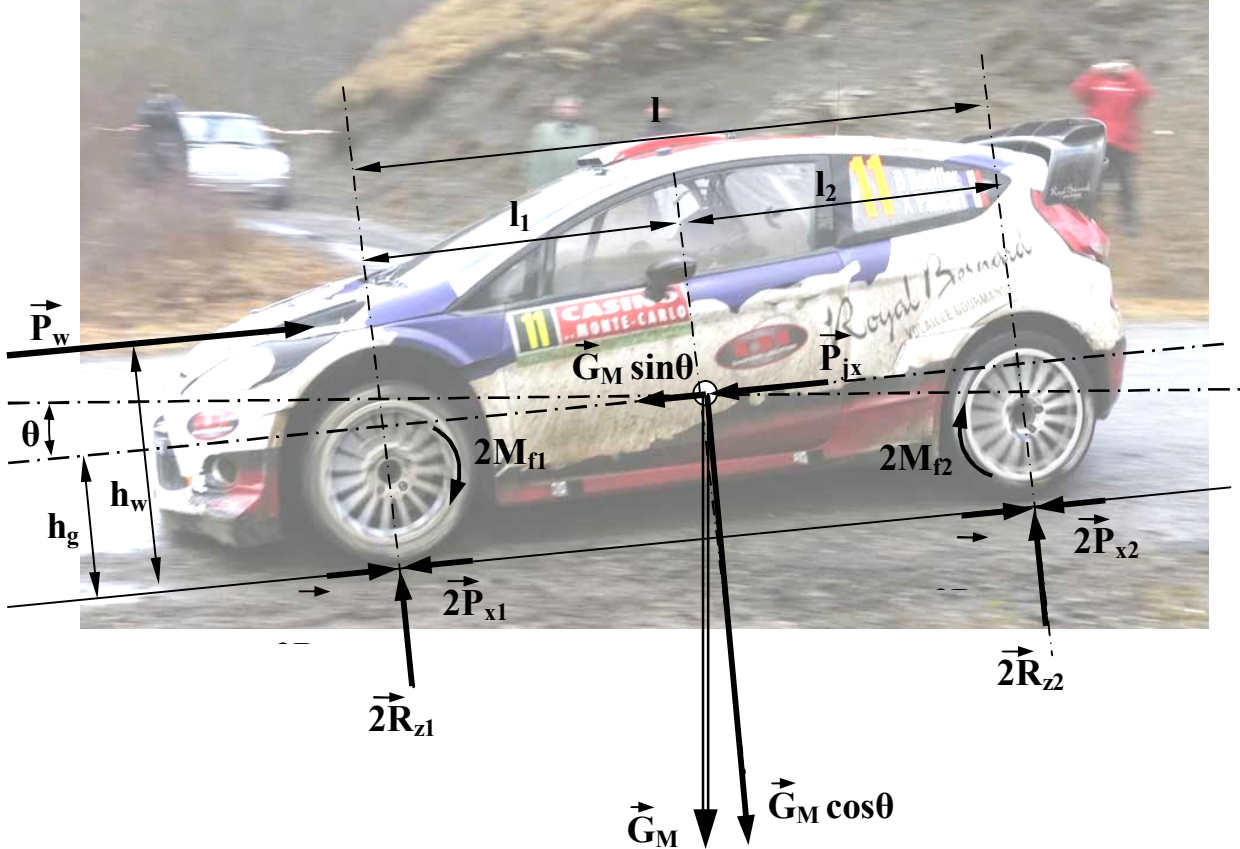


Рис. 3. Сили та моменти сил, що діють на спортивний автомобіль

Для складання диференціальних рівнянь руху спортивного автомобіля скористаємося рівняннями Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{d\Pi}{dq_k} + \frac{d\Phi}{dq_k} = Q_k, \quad \dots \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  $\Pi$  – потенціальна енергія системи;  $\Phi$  – дисипативна функція, що характеризує втрати енергії під дією сил опору;  $q_k$  –  $k$ -та узагальнена координата;  $Q_k$  – узагальнена сила, що відповідає  $k$ -тій узагальненій координаті.

Координати обираємо такі:  $x$  – поздовжнє переміщення автомобіля (однакове для всіх його частин);  $z_{II}$  – переміщення центра підресореної маси (кузова та жорстко закріплених на ньому елементів) відносно середньої площини дороги;  $\theta$  – кут нахилу поздовжньої осі. Ці координати повністю визначають положення підресореної маси автомобіля на площині  $XOZ$ .

Непідресорені маси  $m_i$ , крім переміщення уздовж дороги одночасно з підресореною масою, переміщуються тільки перпендикулярно відносно дороги на переміщення  $\xi_i$  для маси  $i$ -тої осі.

Переміщення кожного обертового елемента автомобіля визначається кутом  $\varphi$  з відповідним індексом:  $\delta_v$  – двигун,  $mp_j$  – вал  $j$ -того агрегата трансмісії,  $k_i$  – колесо  $i$ -тої осі. Координати  $z_o$  та  $\xi_i$  обирають відносно положення статичної рівноваги. Координата  $q_i$  – висота нерівності мікропрофілю під  $i$ -тим колесом над середньою площиною дороги.

Для спрощення всі пружні зв'язки припускають як лінійні, а реактивних контурів, що підвищують агрегати до кузова, не враховують.

Кінетична енергія системи складається з таких компонентів:

$$T = M_M (\dot{x})^2 / 2 \quad \text{– енергія всієї маси автомобіля } M_M, \text{ яка рухається поступально уздовж осі } X;$$

$$T = M_{II} (\dot{z}_{II})^2 / 2 \quad \text{– енергія вертикальних переміщень підресореної маси автомобіля } M_{II};$$

$$T_{\xi} = \sum_{i=1}^{2n} m_i (\dot{\xi}_i)^2 / 2 \quad \text{– енергія вертикальних переміщень непідресорених мас } m_i;$$

$$T_{\theta} = I_{\theta} (\dot{\theta})^2 / 2 \quad \text{– енергія підресореної маси, що здійснює позовжньо-кутові коливання};$$

$$T_{ДВ} = I_{ДВ} (\dot{\phi}_{ДВ})^2 / 2 \quad \text{– енергія обертових і зведених до них елементів двигуна, що рухаються поступально};$$

$$T_{ТР} = \sum_{j=1}^m I_{ТРj} (\dot{\phi}_{ТРj})^2 / 2 \quad \text{– енергія обертових елементів трансмісії, де } m \text{ – число агрегатів трансмісії};$$

$$T_K = \sum_{i=1}^{2n} I_{Ki} (\dot{\phi}_{Ki})^2 / 2 \quad \text{– обертова енергія коліс, де } n \text{ – кількість осей автомобіля.}$$

Під час підйомів чи спусків змінюється потенціальна енергія автомобіля:

$$P_h = G_M x \sin \alpha = M_M g x \sin \alpha . \quad \dots\dots\dots (2)$$

При переданні обертового моменту від двигуна всі вали трансмісії закручуються пропорційно до підведених до них моментів, накопичуючи потенціальну енергію:

$$P_{ТР} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m c_{ТРj}^{\phi} (\phi_{ТР(j-1)} - \phi_{ТРj})^2 . \quad \dots\dots\dots (3)$$

Під дією обертових моментів коліс закручуються й шини. При малій величині кути закручування шин прямо пропорційні зміщенню  $x$  контактного відбитка шини при нерухомому ободі колеса, та обернено пропорційні радіусу кочення колеса:  $\phi_{Шi} = x / r_{Ki}$ .

Тоді потенціальна енергія шин, накопичена при їх закручуванні така:

$$P_K = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{2n} c_{Шi}^{\phi} (\phi_{Kj} - \frac{x}{r_{Kj}})^2 , \quad \dots \quad (4)$$

де  $\phi_{Kj}$  – кут повороту обода колеса.

При визначенні потенціальної енергії або пружного моменту шини припускаємо, що диск колеса зміщується відносно контактної відбитка шини. Однак оскільки це зміщення відносно невелике, й урахується зміною радіуса кочення, то при визначенні шляху, пройденного автомобілем, та кутової швидкості колеса, кутове переміщення  $\phi_K$  можна ототожнювати з кутовим переміщенням  $\phi_{Ш}$ . Одночасно на першій стадії розрахунку припускаємо, що радіуси кочення всіх коліс однакові й рівні  $r_K$ .

При коливаннях кузова автомобіля пружні елементи підвіски демпфуються, внаслідок чого змінюється її потенціальна енергія. Демпфують пружні елементи підвіски дві сили: одна – згори, що пов'язана з переміщенням підресореної маси та визначається з урахуванням переміщення непідресореної маси:

$$P'_i = c_{pi} (z + l_i \theta - \xi_i) , \quad \dots\dots\dots (5)$$

а друга – знизу, що пов'язана з деформацією шини при переїзді через нерівність та переміщенням непідресореної маси:

$$P_i'' = c_{ui}^N (\xi_i - q_i). \quad \dots \quad (6)$$

Тоді потенціальна енергія підвіски, нагромаджена при деформації її пружного елемента становитиме:

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^{2n} c_{pi} (z_{\Pi} + l_i \theta - \xi_i)^2 + \sum_{i=1}^{2n} c_{ui}^N (\xi_i - q_i)^2 \right]. \quad \dots \quad (7)$$

Узагальненими силами є обертовий момент двигуна  $M_{ДВ}$  – джерело руху автомобіля та сили зовнішнього опору  $P_f$ ,  $P_W$  та  $P_{Ki}$ , що спрямовані по відповідних узагальнених координатах  $\phi_{ДВ}$  та  $x$ . Сила опору кочення коліс умовно належить до зовнішнього опору.

До дисипативних сил відносять втрати в трансмісії та підвісці.

Припускаємо, що розсіювання енергії в шинах при всіх видах їх деформації урахується коефіцієнтом опору кочення.

Визначаючи часткові похідні кінетичної енергії по узагальнених швидкостях та координатах, а також похідні потенціальної енергії по узагальнених координатах, отримуємо систему диференціальних рівнянь за кількістю узагальнених координат:

$$M_M \ddot{x} + M_M g \sin \alpha + \sum_{i=1}^{2n} f_i R_{zi} + \kappa_W F(\dot{x})^2 - \sum_{i=1}^{2x} P_{ki}^o = 0,$$

$$M_{\Pi} \ddot{z} + \sum_{i=1}^{2n} \kappa_{ai} (\dot{z} + l_i \dot{\theta} - \dot{\xi}_i) + \sum_{i=1}^{2n} c_{pi} (z + l_i \theta - \xi_i) + \sum_{i=1}^{2n} \sin(\dot{z} + l_i \dot{\theta} - \dot{\xi}_i) P_{ui} = 0,$$

$$m_i \ddot{\xi}_i + \kappa_{ai} (\ddot{\xi}_i - l_i \ddot{\theta} - \ddot{z}) + c_{ui}^N (\xi_i - q_i) = 0,$$

$$I_{\Pi} \ddot{\theta} + \sum_{i=1}^{2n} \kappa_{ai} l_i (\dot{z} + l_i \dot{\theta} - \dot{\xi}_i) + \sum_{i=1}^{2n} c_{pi} l_i (z + l_i \theta - \xi_i) + \sum_{i=1}^{2n} \sin(\dot{z} + l_i \dot{\theta} - \dot{\xi}_i) P_{ui} l_i = 0, \quad (8)$$

$$I_{ДВ} \ddot{\phi}_{ДВ} + \kappa_{TP1} (\dot{\phi}_{ДВ} - \dot{\phi}_{TPj}) + c_{TP1} (\phi_{ДВ} - \phi_{TP1}) + M_{СП1} - M_{ДВ} = 0,$$

$$I_{TP} \ddot{\phi}_{TP1} - \kappa_{TP1} (\dot{\phi}_{ДВ} - \dot{\phi}_{TPj}) + c_{TP1} (\phi_{ДВ} - \phi_{TP1}) + \kappa_{TP2} (\dot{\phi}_{TP1} - \dot{\phi}_{TP2}) + c_{TP2} (\phi_{TP1} - \phi_{TP2}) + M_{СП2} = 0,$$

$$I_{TPj} \ddot{\phi}_{TPj} - \kappa_{TP(j-1)} (\dot{\phi}_{TP(j-1)} - \dot{\phi}_{TPj}) - c_{TP(j-1)} (\phi_{TP(j-1)} - \phi_{TPj}) + \kappa_{TPj} (\dot{\phi}_{TPj} - \dot{\phi}_K) + c_{TP} (\phi_{TPj} - \phi_{Ki}) + M_{СПi} = 0,$$

$$I_{ki} \ddot{\phi}_{ki} - \kappa_{TPj} (\phi_{TPj} - \phi_{ki}) - c_{TPj} (\phi_{TPj} - \phi_{ki}) + c_{ui}^{\phi} (\phi_{ki} - \frac{x}{r_{ki}}) = 0,$$

де  $i = 1, 2, \dots, n$  (кількість осей);  $j = 1, 2, \dots, n$  (кількість агрегатів трансмісії).

Система рівнянь (8) описує прямолінійний плоский рух спортивного автомобіля з урахуванням його коливань на дорожніх нерівностях, а також коливань деталей трансмісії та коліс. Для її розв'язку необхідно знати початкові умови, закони зміни перемінних та зв'язки між рівняннями системи.

До таких зв'язків належать нормальні реакції коліс:

$$R_{zi} = R_{zicm} + c_{ш}^N (\xi_i - q_i), \quad \dots \quad (9)$$

де  $R_{zicm}$  – нормальна реакція  $i$ -того колеса в статичному положенні автомобіля.

$$\text{Далі} \quad f_i = f_{0i} + \frac{\lambda_{Mi} M_{Ki}^2}{R_{zi} r_{Ki}^2}; \quad r_{Ki} = r_{Ki}^o - \lambda_{Mi} M_{Ki}, \quad (10)$$

$$\dots\dots\dots q_{(i+1)} = q_i(t - \Delta t); \quad \lambda_{Mi} = f(R_{Zi}) \text{ тощо} \quad \dots \quad (11)$$

(тут і далі  $r_{Ki}$  – радіус кочення колеса без ковзання).

Потрібно задати закони зміни кожної з узагальнених координат, а також встановити необхідні обмеження. Треба також знати закон зміни поздовжнього профілю дороги.

Отже, розв’язання системи рівнянь руху спортивного автомобіля в повному обсязі – складне завдання, яке на практиці можна реалізувати лише з використанням ЕОМ. Однак, залежно від конкретного практичного завдання й потрібної точності, система рівнянь (8) може бути суттєво спрощена. Наприклад, можна знехтувати коливаннями деталей трансмісії, що мають високу частоту й малу амплітуду, тому майже не впливають на обертові моменти, реакції коліс та швидкість руху автомобіля. Розсіювання енергії в трансмісії приблизно можна оцінити, використовуючи коефіцієнт корисної дії. Моменти інерції деталей трансмісії  $I_{TPi}$  суттєво менші за моменти інерції обертових елементів двигуна  $I_{ДВ}$  та коліс  $I_{Ki}$ .

Тому для визначення основних параметрів руху спортивного автомобіля нерівною опорною поверхнею використовуємо перші чотири рівняння системи (8), інші замінюємо на такі:

$$I_{ДВ} \ddot{\varphi}_{ДВ} + M_{ДВ} (1 - \eta_{TP}) + c_{TPi} (\varphi_{ДВ} - \varphi_{кс}) - M_{ДВ} = 0, \quad \dots(12)$$

$$I_{Ki} \ddot{\varphi}_{Ki} + c_{шi}^{\varphi} (\varphi_{Ki} - \frac{x}{r_{Ki}}) - c_{TPi} (\varphi_{ДВ} - \varphi_{Ki}) = 0, \quad (13)$$

де  $i = 1, 2, \dots, 2n$ .

При русі плоскою горизонтальною поверхнею в сталому режимі без повороту коліс відносно вала двигуна (з урахуванням передавального числа трансмісії), рівняння руху зводяться до одного:

$$(I_{ДВ} \eta_{TP} i_{TP} + \sum_{i=1}^{2n} I_{Ki}) \frac{\ddot{x}}{r_{Ki}} + (\sum_{i=1}^{2n} f_i R_{Zi} + \kappa_w F(\dot{x})^2 + G_M \sin \alpha) r_{Ki} - M_{ДВ} \eta_{TP} i_{TP} = 0. \quad \dots(14)$$

У цьому випадку зв’язок між колесами та валом двигуна вважається жорстким:  $\varphi_{ДВ} = \varphi_K i_{TP}$ , де  $i_{TP}$  – передавальне число трансмісії.

Величини нормальних реакцій коліс є визначальними для сил опору коченню та сил зчеплення коліс, тобто повних сил опору коченню та зчеплення всього автомобіля. Окрім цього, нормальні реакції ведучих коліс активно впливають на радіуси кочення коліс. Нормальні реакції коліс можна визначити лише коли розглядаємо автомобіль як динамічну коливальну систему, відповідно до поданої вище моделі. Однак для розв’язання багатьох практичних завдань зв’язок вала двигуна з ведучими колесами можна вважати жорстким, а рух автомобіля – сталим. Для плоскої розрахункової моделі спортивного автомобіля (рис. 3) поздовжні реакції коліс можна замінити силами опору коченню коліс  $P_{fi}$  повними коловими силами  $P_K^O$ . Для їх визначення необхідно врахувати інерційні моменти коліс і всіх зв’язаних з ними обертових елементів автомобіля.

Для дослідження рівноваги спортивного автомобіля відповідно з принципом Даламбера враховують силу інерції  $P_{jx} = M_{Mjx} = M_M \ddot{x}$  (рис. 3), де  $j_x$  прискорення поздовжнього переміщення автомобіля. При прямолінійному русі автомобіля плоскою поверхнею всі його частини мають однакове переміщення.

З умов рівноваги автомобіля:

$$2R_{Z1} + 2R_{Z2} = G_M \cos \alpha \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$2R_{Z2} = \frac{1}{l} \left\{ (G_M \sin \alpha + M_M j_x) h_g + G_M \cos \alpha l_1 + \sum_{i=1}^4 M_{fi} + P_w h_w + P_{KP} h_{KP} \right\}.$$

Отже, нормальні реакції коліс задньої осі спортивного автомобіля в сталому режимі руху зростають зі збільшенням будь-яких сил опору рухові, а нормальні реакції коліс передньої осі відповідно зменшуються.

Для розв'язання рівнянь (15) потрібно знати величини  $M_{fi}$ , які самі залежать від нормальних реакцій  $R_{zi}$ , а також від значень  $f$  та  $r_k$ , які, своєю чергою, також залежать від  $R_{zi}$  та від моментів інерції коліс, що також невідомі. У зв'язку з цим для розв'язання практичних завдань коефіцієнти опору коченню можна припустити, як у веденому режимі, а жорсткість шин і коефіцієнти зміни радіусів кочення – відповідно до нормальних реакцій при статичному навантаженні, а радіуси кочення коліс і ведучому режимі – за умови рівномірного розподілу сумарного крутного моменту по всіх ведучих колесах, тобто:

$$M_{\Sigma} = r_k (fG_M \cos \alpha + G_M \sin \alpha + P_{jx} + P_w). \quad \dots \quad (16)$$

Такі припущення суттєво спрощують розрахунки, а похибка (за даними [7]) не перевищує 1–2%. Подальші розрахунки потрібно виконувати, враховуючи отримані значення реакцій  $R_{zi}$ .

Для моделювання в умовах тренажера-симулятора спортивного автомобіля змагальних інерційних навантажень на тіло спортсмена, необхідно знати їх чисельні значення, які можна розрахувати за рівнянням руху автомобіля (8, 14). При цьому необхідно застосувати деякі спрощення та припущення, що суттєво не вплинуть на результат розрахунків.

Наприклад, розглянемо рух спортивного автомобіля Ford Fiesta RS WRC (одного з кращих ралійних автомобілів світу 2014 р.) плоскою горизонтальною поверхнею з прискоренням без повороту коліс відносно вала двигуна (з урахуванням передавального числа трансмісії). Коефіцієнти опору рухові припускаємо, як у веденому режимі, жорсткість шин і коефіцієнти зміни радіусів кочення – відповідно до нормальних реакцій при статичному навантаженні, а радіуси кочення коліс у ведучому режимі – за умови рівномірного розподілу сумарного крутного моменту по всіх ведучих колесах. При визначенні опору коченню коліс ( $G_M f$ ) припускаємо, що споряджена маса автомобіля (згідно з [8]) 1450 кг, а коефіцієнт опору коченню (згідно з [9])  $f = 0,015$ .

Силу опору повітря рухові автомобіля розраховують за формулою:

$$P_w = \kappa_w S V^2, \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

де  $\kappa_w$  – коефіцієнт опору повітря (згідно з [10] для Ford Fiesta RS WRC  $\kappa_w \approx 0,27$ );  $S$  – лобова площа автомобіля:  $S = \kappa_{\text{лоб}} \cdot B \cdot H$  ( $\kappa_{\text{лоб}}$  сучасного легкового автомобіля становить 0,95, ширина Ford Fiesta RS WRC  $B = 1,82$  м, а висота  $H = 1,4$  м);  $V$  – лінійна швидкість руху автомобіля вперед (для розрахунку припускаємо  $V = 30$  м/с (108 км/год), як середню швидкість спортивного автомобіля на гравійних трасах).

При прискореному русі автомобіля потрібно враховувати й моменти інерції обертових деталей трансмісії. Їх зручно звести до маси автомобіля шляхом порівняння кінетичної енергії деталей, що обертаються, з такою самою величиною кінетичної енергії зведеної маси, що рухається поступально:

$$I\omega^2 = M_{зв} V^2, \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

тоді

$$M_{зв} = \frac{I}{r_{ki}^2}, \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

де  $I$  – момент інерції деталі, що обертається;  $\omega$  – кутова швидкість обертання;  $M_{зв}$  – зведена маса деталі, що рухається поступально і має таку саму ж кінетичну енергію як деталь, що обертається;  $V$  – лінійна швидкість руху зведеної маси;  $r_{ki}$  – радіус кочення колеса (з урахуванням наших припущень  $r_{ki} \approx 0,29$  м).

Сумарним моментом інерції деталей двигуна, що обертаються та зведених до нього мас деталей, що здійснюють поступальний рух, можна знехтувати, оскільки при закритті дросельної заслінки ці деталі гальмуються за рахунок компресорного режиму роботи поршнів.

Момент інерції одного колеса Ford Fiesta RS WRC для гравію (розмір 7" • 15", колісні диски з магнієвого сплаву та шини BF Goodrich шириною 650 мм), за даними [11, 12], становить 0,586 кг•м<sup>2</sup>, а трансмісії (за даними [13]) – 0,69 кг•м<sup>2</sup>. У такому разі сумарна зведена маса всіх коліс і трансмісії дорівнює 36,08 кг. Ця зведена маса додається до спорядженої маси автомобіля



лише при розрахунку величини сили інерції, однак її величина становить лише 2,42 %, тому для більшості практичних розрахунків її можна не враховувати.

За даними авторів [14], коефіцієнт тертя між шиною та сухою гравійною чи ґрунтовою дорогою  $\kappa_{\text{тер}}$  не перевищує 0,4. Тому максимальна тягова сила усіх коліс повнопривідного Ford Fiesta RS WRC становить  $P_{\text{ХС}} = M_M g \kappa_{\text{тер}} = 5689,8$  Н. Вона дає змогу долати сили опору коченню коліс, опору повітря та розганяти, гальмувати чи повертати автомобіль. Тоді максимальне прискорення  $a$  нашого автомобіля при розгоні становитиме:

$$a = (M_M g \kappa_{\text{ТЕР}} - P_W - M_M g f) / (M_M + M_{3B}) = 3,28 \text{ м/с}^2, \dots \dots \dots (20)$$

а при гальмуванні:

$$a = -(M_M g \kappa_{\text{ТЕР}} + P_W + M_M g f) / (M_M + M_{3B}) = -4,37 \text{ м/с}^2 \dots \dots \dots (21)$$

Підставивши у формулу (15) числові значення розрахованого вище від максимального прискорення, а також величини  $h_g = 0,48$  м,  $l_1 = 1,10$  м,  $l = 2,48$  м та  $h_W = 0,70$  м, одержимо: під час розгону нашого автомобіля  $2R_{Z2} = 7504,69$  Н,  $2R_{Z1} = 6719,81$  Н,  $\Delta 2R_Z = 784,88$  Н, а при гальмуванні –  $2R_{Z2} = 5304,45$  Н,  $2R_{Z1} = 8920,04$  Н,  $\Delta 2R_Z = 3615,58$  Н. При жорсткості підвіски одного колеса у його поздовжній площині  $c_{\text{п}} \approx 20$  Н/мм [15], під час розгону автомобіля різниця деформації підвіски передньої та задньої осей становить  $\Delta 2R_Z / 2c_{\text{п}} = 19,62$  мм, що приведе до нахилу кузова назад  $\theta_{\text{розг}} < 1^\circ$  ( $\text{tg } \theta_{\text{розг}} = 0,00791$ ), а під час гальмування –  $\Delta 2R_Z / 2c_{\text{п}} = 90,39$  мм, що спричинить нахил кузова вперед  $\theta_{\text{гальм}} \approx 2^\circ$  (при  $\text{tg } \theta_{\text{гальм}} = 0,03645$ ). Нахилами кузова, що викликають додаткову горизонтальну складову сили тяжіння, прикладеної до тіла спортсмена масою  $M_{\text{СП}} = 80$  кг –  $M_{\text{СП}} \cdot g \cdot \sin \theta_{\text{розг}} = 6,21$  Н (0,791%) та  $M_{\text{СП}} \cdot g \cdot \sin \theta_{\text{гальм}} = 28,61$  Н (3,645 %) – при моделюванні інерційних навантажень на тренажері-симуляторі спортивного автомобіля можна знехтувати.

Отже, тангенс кута нахилу рухомого підрамника тренажера (де сидить зафіксований пасажир безпеки спортсмен) назад, що спричинить величину горизонтальної відносно нього складової сили тяжіння для імітації прискорення автомобіля у напрямі руху під час розгону становить:  $\text{tg } \beta_{\text{розг}} = 3,98 / 9,81 = 0,4057$ , а кут нахилу  $\beta_{\text{розг}} \approx 23,9^\circ$ . Під час гальмування тангенс кута нахилу підрамника вперед –  $\text{tg } \beta_{\text{гальм}} = 4,37 / 9,81 = 0,4455$ , а кут нахилу  $\beta_{\text{гальм}} \approx 26,5^\circ$ .

Якщо припустити, що в боковому напрямі коефіцієнт тертя такий самий, як і в напрямі руху автомобіля, бокового вітру немає, а поперечним кутом нахилу (креном) автомобіля можна знехтувати, максимальне доцентрове прискорення його руху криволінійною траєкторією становитиме  $4,00 \text{ м/с}^2$ . Тоді тангенс кута нахилу рухомого підрамника тренажера в боковому напрямі, який визначає величину горизонтальної відносно підрамника складової сили тяжіння, що імітує доцентрове прискорення автомобіля в боковому напрямі під час його руху криволінійною траєкторією на межі втрати стійкості становить:  $\text{tg } \beta_{\text{нов}} = 4,00 / 9,81 = 0,4078$ , а кут нахилу  $\beta_{\text{нов}} \approx 24,1^\circ$ .

У запропонованій нами конструкції тренажера-симулятора спортивного автомобіля кути нахилу рухомого підрамника відносно нерухомої рами у поздовжній та поперечній вертикальних площинах досягають величини  $\pm 35^\circ$ , тобто інерційні навантаження на тіло спортсмена в розрахованих вище межах можуть бути успішно реалізовані.

Проте спосіб моделювання змагальних прискорень на тіло спортсмена в умовах тренажера-симулятора спортивного автомобіля шляхом нахилу його рухомої частини у відповідних напрямках для зміни напрямку вектора сили тяжіння відносно неї пов'язаний з низкою недоліків.

Наприклад, при нахилі рухомого підрамника відносно нерухомої рами тренажера на розраховані вище максимальні кути (від  $0$  до  $23,9^\circ$  назад, до  $24,1^\circ$  убік та до  $26,5^\circ$  вперед) вертикальна складова сили тяжіння буде зменшуватись, але всього на  $8,65\%$  та на  $10,53\%$  відповідно. Окрім того, внаслідок конструктивного розташування осі обертання рухомої частини тренажера на  $0,25$  м попереду центра мас тіла спортсмена, під час її нахилів назад чи вперед центр мас опускається або піднімається на відповідну висоту, спричиняючи додаткові верти-

кальні прискорення, розрахункові значення яких не перевищують  $0,02-0,04 \text{ м/с}^2$  (5–10% від прискорень, що моделюються).

Проте під час практичного застосування запропонованого нами тренажера-симулятора спортивного автомобіля для підготовки спортсменів-автогонщиків, урахувуючи його суттєві вібрації, що моделюють взаємодію з нерівностями гравійного покриття дороги завдяки ексцентриковим електромеханічним вібраторам 4 (рис. 1), а також постійні зміни напрямку й величини змагальних прискорень, описаними вище недоліками – зменшенням сили тяжіння, яку відчуває спортсмен при нахилах рухомої частини тренажера, а також додатковими прискореннями від вертикальних переміщень центра мас тіла спортсмена, що при цьому виникають, урахувуючи їх невеликі відносні значення, можна знехтувати.

#### Висновки:

1. На основі використання механіко-математичного моделювання розраховано прискорення повнопривідного спортивного автомобіля типу Ford Fiesta RS WRC на трасі з гравійно-грунтовим покриттям. Значення прискорення досягають значень щонайбільше  $3,28 \text{ м/с}^2$  при розгоні та  $4,37 \text{ м/с}^2$  при гальмуванні, а максимальне доцентрове прискорення при поворотах –  $\pm 4,00 \text{ м/с}^2$  (похибка розрахунків не перевищує 1–2%). Прискорення під час розгону є причиною нахилу кузова автомобіля назад на кут  $\theta_{розг} < 1^\circ$ , а під час гальмування – вперед на кут  $\theta_{гальм} \approx 2^\circ$ . Спричинені такими нахилами кузова додаткові горизонтальні складові сили тяжіння, прикладеної до тіла спортсмена, не перевищують 0,791% та 3,645% відповідно, тому ними можна знехтувати. Кут нахилу рухомого підрамника тренажера назад, при якому величина горизонтальної відносно нього складової сили тяжіння буде кількісно співвідноситися до прискорення автомобіля у напрямі його руху під час розгону –  $\beta_{розг} \approx 23,9^\circ$ , під час гальмування –  $\beta_{гальм} \approx 26,5^\circ$ , а під час поворотів –  $\beta_{пов} \approx 24,1^\circ$ . У запропонованій нами конструкції тренажера-симулятора кути нахилу рухомого підрамника відносно нерухомої рами у поздовжній та поперечній вертикальних площинах досягають величини  $\pm 35^\circ$ , тобто інерційні навантаження на тіло спортсмена в розрахованих вище межах можуть бути успішно реалізовані.

2. При нахилах рухомого підрамника на вказані кути нормальна складова сили тяжіння зменшуватиметься на 8,65–10,53 %, а внаслідок конструктивного розташування осі його обертання на 0,25м попереду центра мас тіла спортсмена, при його нахилах у поздовжній площині тіло спортсмена змінює свою висоту. Це спричиняє додаткові вертикальні прискорення центра маси, проте їх розрахункові абсолютні значення не перевищують  $0,02-0,04 \text{ м/с}^2$  (5–10 % від прискорень, що моделюються). Урахувуючи суттєві вібрації рухомого підрамника, що моделюють взаємодію з нерівностями гравійного покриття дороги завдяки ексцентриковим електромеханічним вібраторам, а також постійні зміни напрямку й величини змагальних прискорень, зменшенням сили тяжіння, яку відчуває спортсмен, та додатковими прискореннями від вертикальних переміщень центра маси його тіла, що супроводжують нахили підрамника, урахувуючи їх невеликі відносні значення, можна знехтувати.

#### Список літератури

1. Рибак О. Ю. Безпека змагальної діяльності в автомобільному спорті: монографія / О. Ю. Рибак. – Л. : ЛДУФК, 2013. – 420 с.
2. Горбачев М. Г. Виртуальные тренировки! Отвечаю на письмо читателя. [Электронный ресурс] / М. Г. Горбачев – Режим доступа : <http://www.drive-class.ru/arhiv/drive.php?id=217> (дата обращения: 08.02.2008).
3. Применение тренажеров для совершенствования техники вождения автомобиля [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.prorektor.ru/planv.php?id=V12943> (дата обращения: 07.07.2009).
4. Рибак Л. І. Модель штучного керуючого середовища для стенограмної підготовки ралійних екіпажів / Л. І. Рибак // Теорія та методика фізичного виховання. – 2008. – № 6 (44). – С. 46–51.

5. Рибак О. Ю. Моделювання штучного керуючого середовища для тестування і навчання автогонщиків / О. Ю. Рибак // Молода спортивна наука України : зб. наук. праць з галузі фізичної культури та спорту. – Л., 2007. – Вип. II. – Т. III. – С. 285–290.
6. Тренажер-стимулятор для спеціальної стенограмної підготовки ралійних екіпажів : патент 74186 України : МПК G09B 9/02 / О. Ю. Рибак, Л. І. Рибак – № 02398; заявл. 25.10.2012, Бюл. № 20.
7. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин : учеб. для студентов автомобильных специальностей вузов / Г. А. Смирнов. – М. : Машиностроение, 1981. – 271 с.
8. Ford Fiesta RS WRC, 2012 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://auta5p.eu/lang/rus/katalog/auto.php?idf=Ford-Fiesta-RS-WRC-18287> (дата обращения 23.01.2014).
9. Сопротивление движению легкового автомобиля при выезде / Э. Х. Рабинович, В. П. Волков, Е. А. Белокуров, А. В. Магатын, Д. В. Светличный // Автомобильный транспорт. – 2010. – Вып. 26. – С. 53–58.
10. Котруца Сергей. Ford Fiesta RS WRC HFHV – официальные данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://autotuni.ru/news/2444-ford-fiasta-rs-wrc-hfhv-oficialnye-dannye.html> (дата обращения 20.01.2014).
11. Давайте посчитаем... (вес колес) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.audi-club.ru/forum/showthead.php?t=233038> (дата обращения 22.01.2014).
12. NIVA-FAQ ALER. Физика и Нива [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.niva-faq.msk.ru/tehnika/obsch/ustrojst/fizika/fizniv.htm> (дата обращения 24.01.2014).
13. Определение момента инерции и сопротивлений холостого хода трансмиссии колесной машины / В. А. Зуев, Э. Х. Рабинович, М. А. Горбачевский, В. И. Мармут, С. С. Полевой, С. А. Смагула // Автомобильный транспорт. – 2011. Вып. 28. – С. 240–245.
14. Трение скольжения, качения, покоя, теория трения, коэффициент трения, коэффициент сцепления [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dpva.info/Guide/Physics/Frication/FrictionOweriew/> (дата обращения 29.01.2014).
15. Модернизация подвески автомобиля ЗА31102 Таврия [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.bestreferat.ru/referat-113327.html> (дата обращения 27.01.2014).

*Стаття надійшла до редколегії 20.02.2014*

*Прийнята до друку 28.02.2014*

*Підписана до друку 31.03.2014*