

1511.3

3-38

**кибернетика
математика
спорт**

3
1
В. М. ЗАЦИОРСКИЙ

МАТЕМАТИКА
21

92181
5

КИБЕРНЕТИКА,
МАТЕМАТИКА,
СПОРТ.

*применение математических и кибернетических
методов в науке о спорте и в спортивной практике)*

БИБЛИОТЕКА
Львовского державного
института физкультуры



7АО
3.38

Методика спортивной тренировки должна стать точной наукой — такова основная мысль книги В. М. Зациорского «Кибернетика, математика, спорт». В последние годы в советской и зарубежной науке о спорте наметилась тенденция к широкому использованию математических и кибернетических методов. В книге освещаются основные пути применения кибернетики и математики в спорте, рассказывается о выполненных в этой области исследованиях. Использование электронно-вычислительной техники позволило решить такие задачи теории спорта, которые на основе традиционных научных средств решить было бы невозможно.

Книга рассчитана на лиц, интересующихся вопросами применения кибернетики и математики в спорте.

Kunst ist
aus dem Marmor meissen Venus und Apoll.
Höhere Kunst
den Menschen bilden,
wie er werden soll.

Schiller

Искусство — изваять из мрамора Венеру и Аполлона. Еще более высокое искусство — сделать человека таким, каким он должен быть.

Шиллер

ОТ АВТОРА

1812/81

Эта книга содержит:
первое — постановку некоторых вопросов из области теории спорта;

второе — предложения использовать для их решения определенные математические методы или технические (управляющие) устройства;

третье — наиболее существенное — описание экспериментальных исследований, где эти методы применялись.

Содержание книги точнее всего выражено в подзаголовке (применение математических и кибернетических методов в науке о спорте и в спортивной практике), которым автор вынужден был пожертвовать в пользу более краткого названия.

* * *

Внедрение математики в те области знания, где она ранее не применялась, отнюдь не исчерпывается, как иногда думают, прикладыванием уже готовых формул к собранным экспериментальным данным. В действительности же установление соответствия между изучаемой ситуацией и определенным математическим аппаратом, не говоря уже об экспериментальной проверке пригодности этого аппарата к данному случаю, требует специальных исследований.

Такие работы велись в течение последних 7 лет в созданной на общественных началах лаборатории кафедры теории физического воспитания ГЦОЛИФКа (заведующий кафедрой профессор А. Д. Новиков). Книга подводит итог первому периоду работы. Основное внимание в ней уделяется постановке проблем и описанию собственно экспериментальных исследований. Следует специально оговорить, что в книге описаны лишь те формы применения кибернетики и математики в спорте, которые в некотором смысле прошли проверку практикой; с помощью этих методов были выполнены экспериментальные исследования, показавшие возможность и полезность подобного подхода. В книге не освещены возможные направления количественного или алгоритмического подхода, по которым в настоящее время нет фактического материала. Это касается и тех вопросов, где перспективность использования математического аппарата, по-видимому, не вызывает сомнений, например в диагностике состояния тренированности с помощью электронно-вычислительных машин — задаче вполне разрешимой, если учесть опыт, накопленный в медицинской кибернетике.

Объем книги заставил в большинстве случаев ограничиться лишь кратким изложением сути исследований и их результатов. Особенно были сжаты такие разделы, как история вопросов, методика экспериментов и обсуждение полученных данных.

Литературный указатель ограничен лишь наиболее существенными работами в этой области; он даст возможность интересующимся этими вопросами познакомиться с ними более подробно.

Большинство описанных в книге экспериментальных исследований представляет собой лишь первый шаг на пути к решению тех или иных проблем теории спорта.

Математический аппарат, использованный в книге, относительно несложен (скажем, для лиц с инженерной подготовкой), но некоторые из примененных методов (факторный анализ и пр.) сравнительно мало известны. Шире всего используются многомерный статистический анализ и методы исследования операций.

Чтение книги требует знания основ математической статистики (биометрии); крайне желательно знание линейной алгебры. Автор стремился по возможности не углубляться в формально математическую сторону воп-

роса, акцентируя внимание на логических основах метода и полученных результатах. Зная, что значительную часть читателей пугают математические формулы, их число сведено до минимума, а наиболее сложные заменены сравнительно длинными рассуждениями. Для тех же, кто не боится формул и опасается длинных рассуждений, в ряде мест даны отступления (они набраны петитом и отмечены звездочками).

Хотя в книге стоит фамилия одного автора, она, по существу, является результатом коллективного труда. Некоторые работы были выполнены в контакте с Н. И. Волковым, Е. А. Разумовским и В. Н. Черемисиновым. Основную часть расчетов на электронно-вычислительных машинах осуществили М. А. Годик, О. В. Жуков, Ф. А. Енченко. Помог устранить некоторые математические неточности В. М. Полтерович.

Основной же фактический материал, на котором построена книга, получен из экспериментов учеников автора, в большинстве аспирантов: Н. В. Аверковича, Ю. М. Арестова, М. А. Годика, С. В. Голомазова, И. П. Дегтярева, Н. Г. Кулика, Е. П. Лавкина, А. М. Максименко, Е. Н. Матвеева, А. К. Орлова, И. Ф. Петрова, Ю. А. Попова, Ю. Н. Примакова, Л. М. Райцина, С. К. Сарсания, Ю. И. Смирнова, Р. В. Соловьевой, В. Ф. Тюветского, О. П. Фролова, В. Д. Чепика, Д. Н. Ярмульника. Они все — такие же авторы книги, как и я.

Но более всего автор признателен профессору Александру Дмитриевичу Новикову, при постоянном внимании и поддержке которого начались и заканчивались все проведенные исследования.

В. Зацюрский

ВВЕДЕНИЕ

Возможность плодотворного применения математических методов в биологических, педагогических и социальных науках теперь понимается, пожалуй, всеми.

С методологической стороны эту тенденцию следует признать не только желательной, но и необходимой. Действительно, как известно, все процессы, явления, все формы движения материи имеют две стороны: качественную и количественную. Больше того, количественные изменения обуславливают характер качественных превращений. Ограничиваться в ходе научных исследований только качественным анализом, отказавшись от количественного, — значит обречь себя на полужнание, на изучение только одной стороны вопроса. Подобный подход оправдан на первых этапах изучения проблемы. Но рано или поздно наступает такой период, когда дальнейший процесс познания уже невозможен на основе исследования лишь качественной стороны явления. Нечто подобное происходит, на наш взгляд, сейчас в теории физического воспитания и спорта, где закончился уже, по существу, период первоначального оформления понятий, идет активное накопление экспериментального материала и во все большем числе вопросов остро ощущается необходимость в точных количественных или строго формализованных характеристиках.

Спортивная тренировка (физическое воспитание), как процесс управления (основные понятия и терминология)¹. В каждый момент времени человек находится в опре-

¹ Здесь и в дальнейшем изложение ограничено вопросами собственно физического воспитания (в узком смысле); проблемы умственного, нравственного и эстетического воспитания в книге не рассматриваются.

деленном физическом состоянии. Понятие «физическое состояние» складывается как минимум из:

— здоровья, т. е. а) соответствия показателей жизнедеятельности норме; б) степени устойчивости организма к неблагоприятным внешним воздействиям;

— телосложения;

— состояния физиологических функций, в частности двигательной функции, а именно: а) возможности выполнять определенный круг движений (двигательные умения, навыки); б) уровня физических (двигательных) качеств.

Физическое состояние человека со временем изменяется. Этот процесс обычно обозначается как физическое развитие. Последнее детерминировано наследственными факторами и влияниями среды. То физическое состояние, которого стихийно достигает человек под влиянием современных условий жизни, обычно далеко от желаемого идеала. Поэтому физическим состоянием человека (а при рассмотрении достаточно длительных промежутков времени — физическим развитием) надо управлять, изменяя его в нужном направлении. Этому служит физическое воспитание, смысл которого заключается в том, чтобы, используя специальные средства (по преимуществу физические упражнения), управлять физическим состоянием человека. Пример: физическое состояние человека, впервые пришедшего в спортивную секцию, характеризуется обычно невысокими показателями, скажем, силы или гибкости. Соответственно построив тренировочный процесс, мы можем увеличить уровень либо одного из названных качеств, либо обоих вместе, т. е. можем управлять состоянием этого человека.

Естественно, что управление физическим состоянием будет успешным лишь в том случае, если познаны объективные законы, лежащие в его основе. Изучением этих закономерностей и должна заниматься теория спорта — наука об управлении физическим состоянием человека путем рациональной организации двигательного режима.

Спортивная тренировка — это частный случай физического воспитания. Цель управления в данном случае — достижение высоких результатов в избранном виде спорта.

Как известно, Н. Винер (1948) определил кибернетику как науку об общих закономерностях управления и связи в технике, природе и

обществе. В дальнейшем не раз делались попытки определить предмет кибернетики более точно, чем это удалось Н. Винеру. Сейчас насчитывается свыше ста таких определений. Ни одно из них не является общепринятым. Однако в большинстве подчеркивается, что предмет кибернетики — управление (в особенности оптимальное управление), преобразование информации и т. п. При этом обычно отмечают, что кибернетика широко использует абстрактный, математический подход и направлена на изучение очень сложных систем.

В спортивной тренировке (как и в физическом воспитании в целом) мы сталкиваемся с частным случаем управления. Соотношение кибернетики и теории спорта можно схематически определить как соотношение общего и частного. Как общие законы управления (вскрываемые кибернетикой) проявляются в частном случае управления физическим состоянием человека? Какие общие положения кибернетики можно уже сейчас использовать, чтобы глубже понять и улучшить процесс спортивной тренировки? Таковы основные вопросы, встающие перед исследователями.

Сказанное выше не означает, конечно, что теория спорта является разделом кибернетики. В теории спорта есть много вопросов, которые, бесспорно, никак не связаны с кибернетикой. Но достижение оптимального управления — задача многих наук (педагогика, медицина, экономика и др.); каждая из них может получить пользу (и уже получает) от контакта с кибернетикой, отнюдь не теряя своей специфики. То же можно сказать о спорте. Использование общих законов управления, законов преобразования информации и анализа сложных систем — один из наиболее перспективных, на наш взгляд, путей в науке о спорте.

Управление в спортивной тренировке. Цель такого управления — стойкое улучшение физического состояния человека, в частности, повышение его спортивной работоспособности. Подобный результат может быть достигнут лишь в итоге суммирования следов многих тренировочных занятий; он был назван нами ранее (1964) кумулятивным тренировочным эффектом. Изменения, наступающие в организме под влиянием одного тренировочного занятия, были названы срочным тренировочным эффектом.

Сложность управления в физическом воспитании заключается в том, что мы не можем непосредственно управлять кумулятивным тренировочным эффектом. На-

пример, мы не в состоянии каким-либо прямым способом повысить у человека силу или выносливость. Подобное управление возможно только опосредованно. Фактически мы управляем лишь действиями, поведением спортсмена. В зависимости от вида действий вызывается тот или иной срочный тренировочный эффект, и лишь сочетание большого числа срочных эффектов приводит к желаемому результату.

Сказанное можно представить в виде схемы

поведение → срочный эффект → кумулятивный эффект.

Воздействуя на начальное звено этой цепи (поведение), мы хотим добиться желаемого результата в конечном (кумулятивном) эффекте. Пример: желая развить у бегуна выносливость, тренер предлагает ему пробежать, скажем, 6 раз по 300 м с определенной скоростью и интервалами отдыха, т. е. он управляет поведением спортсмена. В результате выполнения этой нагрузки в организме спортсмена произойдут некоторые физиологические сдвиги — срочный тренировочный эффект. При систематических занятиях накопление многих срочных тренировочных эффектов приводит к кумулятивному тренировочному эффекту — росту выносливости бегуна.

Конечно, приведенная схема весьма упрощена. Попытаемся ее несколько уточнить.

Поведением спортсмена, строго говоря, управляет не тренер, а сам спортсмен. Тренер дает ему указания, которые он может выполнить, а может и не выполнить (не хочет или не может). Допустим, спортсмен стремится выполнить все указания тренера. Начальная часть схемы управления будет выглядеть тогда так:

*тренер → спортсмен → поведение*¹.

Специфика управления в физическом воспитании заключается в том, что мы пытаемся воздействовать на самоуправляемую систему (организм). Реакции этой систе-

¹ При управлении поведением в принципе возможны два случая: а) спортсмен может выполнить намеченную для него программу; б) он не может (не умеет) сделать этого. Второй случай обычен при обучении новым движениям.

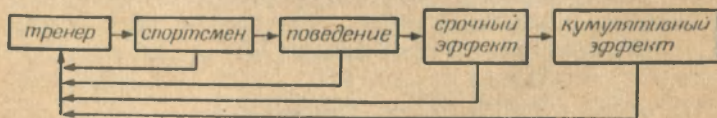
мы определяются ее собственными законами, нам во многом неизвестными. Поэтому, хотя наличие причинных связей в цепочке

поведение → *срочный эффект* → *кумулятивный эффект*

бесспорно, в наших силах лишь косвенно влиять на каждое из этих звеньев.

При этом, учитывая огромные индивидуальные и временные вариации состояния человека, мы не можем всегда быть уверены в том, что, применяя одно и то же воздействие, получим одну и ту же ответную реакцию. Одинаковая тренировочная нагрузка может вызвать разный тренировочный эффект. Поэтому актуален вопрос об обратных связях. Если ограничиться лишь обратными связями, идущими к тренеру, то могут быть, по-видимому, четыре различных типа связей (иными словами, четыре различных направления в педагогическом контроле): 1) обратные связи, идущие от спортсмена к тренеру (сведения о самочувствии спортсмена, его отношении к происходящему, его настроении и т. п.); 2) сведения о поведении спортсмена (какая тренировочная работа выполнена, как это сделано, ошибки в технике и т. п.); 3) данные о срочном тренировочном эффекте (величина и характер физиологических сдвигов, вызванных тренировочной нагрузкой; сейчас эта сторона тренерами почти не учитывается); 4) сведения о кумулятивном тренировочном эффекте (изменения в состоянии тренированности спортсмена).

Схема управления приобретает тогда следующий вид:



В настоящее время наши знания о различных звеньях этой системы управления неодинаковы. Так, мы сравнительно много знаем, в чем выражается кумулятивный эффект тренировки, т. е. состояние тренированности, и очень мало — о тех интимных механизмах адаптации, которые приводят к этому состоянию. (Кстати, проблемы адаптирующихся систем стоят в центре внимания современной

кибернетики. Здесь интересы научных работников по спорту и кибернетике соприкасаются очень тесно.)

Таким образом, объектом управления в спорте может стать: а) поведение спортсмена; б) срочный тренировочный эффект; в) кумулятивный тренировочный эффект.

Во всех случаях центральным моментом при выборе программы управления (тренировочных воздействий) является определение состояния спортсмена. Этот вопрос очень важен. Некоторые попытки его формализации описаны в первой главе. Во второй главе рассматриваются вопросы моделирования и рационализации управления в спорте. Анализ поведения спортсмена на соревнованиях посвящена третья глава.

Глава I

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ОЦЕНКЕ ФИЗИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

В этой главе рассматриваются вопросы, связанные с характеристикой физического состояния спортсмена, в частности с анализом спортивных результатов, изучением зависимости между достижениями человека в разных физических упражнениях, проблемой структуры физических качеств и т. д. Наиболее важными являются разделы 1.2 и 1.3, где предпринята попытка сформулировать и экспериментально проверить математическую модель, позволяющую решить ряд задач по исследованию двигательных возможностей человека.

1.1. О ТИПЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СПОРТИВНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Методы математической статистики находят в спорте все более широкое применение. При этом в подавляющем большинстве исследовательских работ используется сравнительно небольшое число статистических процедур, основанных на параметрических методах статистики и справедливых лишь для определенных типов статистических распределений. Наиболее широко используются методы, разработанные и пригодные для случаев нормального распределения. При этом предполагается, что распределения, характерные для спорта, подчинены закону Гаусса. Заведомо очевидно, что это не всегда так. Например, результаты сильнейших в мире спортсменов

(50, 100, 200 лучших) заведомо распределены не нормально.

Применять в данной ситуации методы, разработанные для нормального распределения, можно лишь после предварительной трансформации результатов (Панек, 1962). В противном случае получаются совершенно некорректные выводы. К сожалению, подобного рода ошибочные и недостоверные данные появляются в печати.

Вопрос о типе статистического распределения спортивных результатов исследован мало. Wessel, Nelson and Dillon (1960), специально занимавшиеся этими вопросами, не пришли к четким выводам, что, возможно, объясняется малым числом испытуемых в их опытах (200 человек).

А. Н. Frucht (1960), чисто умозрительно рассмотревший в своей монографии этот вопрос, предположил, что широкое распространение спорта в современном обществе должно привести к резко асимметричным распределениям. В то же время Veasbey (1961), исследовавший на 8000 испытуемых такой элементарный показатель физической подготовленности, как кистевая динамометрия, нашел почти идеальное совпадение с нормальным распределением. Можно было бы предположить, что, подобно подавляющему большинству других биометрических характеристик (таких, например, как размерные признаки тела), показатели физической подготовленности в однородных популяциях испытуемых имеют тенденцию быть нормально распределенными. Однако такой существенный фактор, как занятия спортом, значительно увеличивает физические достижения определенной части людей, что приводит к отклонению распределения спортивных результатов от гауссовского.

1.1.1. Распределение результатов физической подготовленности в массовых испытаниях

Чтобы определить тип статистического распределения спортивных результатов, были проанализированы (совместно с Н. В. Аверковичем) данные контрольных испытаний студентов ряда московских вузов (свыше 30 000 результатов). В испытаниях принимали участие студенты 1—2-го курсов МГУ (естественные и гуманитарные факультеты), Института народного хозяйства им. Г. В. Пле-

ханова, Инженерно-физического института (МИФИ) и Института электронного машиностроения (МИЭМ). Обработку данных вели на ЭВМ. Программа включала расчет центральных моментов 1—4-го порядка (с последующим определением значений коэффициентов асимметрии и эксцесса) и проверку гипотезы о принадлежности эмпирических распределений к типу нормальных с помощью критерия «хи»-квадрат. Обработывались результаты коллективов отдельных институтов и всех коллективов вместе.

Чтобы избежать влияния группировки данных, обработку одних и тех же материалов проводили несколько раз при разном числе классовых интервалов (от 6—8 до 28—32). Основные результаты приведены в табл. 1.

Во всех случаях видна слабая (но статистически-существенная) положительная асимметрия и в 7 случаях из 9 — положительный эксцесс. Иначе говоря, для спортивных результатов характерно несколько асимметричное распределение (большие значения встречаются чаще, чем маленькие) и «островершинность» — результатов, расположенных вблизи от средней, больше, чем можно было бы предполагать, исходя из гипотезы о нормальности распределения признаков. Существенные различия эмпирических распределений от нормальных были найдены и при применении критерия «хи»-квадрат.

Справедливость этого вывода сохранялась и при обработке данных отдельных институтов.

Было сделано предположение, что отклонение эмпирических распределений от нормальных вызвано неоднородностью состава студентов. Возможно, что влияли такие факторы, как возраст, служба в армии, занятия спортом, место жительства до поступления в институт и т. п. Для проверки этого предположения были отобраны и обработаны результаты студентов 1-го курса (217 человек), удовлетворявших следующим дополнительным признакам: 1) возраст 17—19 лет; 2) окончили школу не раньше чем за 1 год до поступления в институт; 3) родились и выросли в Москве; 4) не занимались регулярно в спортивных секциях в течение двух лет, предшествовавших обследованию. По этой (гораздо более однородной) группе были выполнены все указанные выше вычисления. Было найдено хорошее соответствие с нормальным распределением.

Таблица 1

Статистические оценки распределения результатов физической подготовленности в массовых испытаниях

п/п №	Вид испытаний	Пол	Число испытуемых	Оценки			5%-ые границы		
				среднего	стандартного отклонения	коэффициента вариации	экспресс	коэффициента асимметрии	
А. Студенты московских институтов									
1	Бег 100 м (в сек.)	м	4812	14,2	0,87	0,53	1,11	0,058	0,12
2	То же	ж	3884	17,6	1,52	0,92	1,20	0,066	0,14
3	Прыжок в длину (в м)	м	4085	4,39	0,43	0,33	1,83	0,064	0,13
4	То же	ж	2734	3,19	0,37	0,15	1,29	0,067	0,16
5	Толкание ядра (в м)	м	924	7,62	1,02	0,43	0,27	0,132	0,23
6	То же	ж	1291	5,63	0,80	0,31	0,96	0,116	0,24
7	Метание гранаты (в м)	ж	1991	18,3	5,17	0,27	-0,32	0,090	-0,22
8	Бег 1500 м (в мин. и сек.)	м	4727	5,43	27,0	0,061	0,23	0,058	0,12
9	Бег 500 м (в мин. и сек.)	ж	5302	2,05	13,0	0,081	0,13	0,057	0,12

Б. Однородная выборка испытуемых

10	Бег 100 м (в сек.)	м	217	14,0	0,51	0,15	0,21	0,215	0,55
11	Бег 100 м (в мин. и сек.)	м	217	5,36	24,0	0,23	0,48	0,215	0,55
12	Прыжки в длину (в м)	м	217	4,58	0,32	0,06	0,52	0,215	0,55

Полученные результаты заставляют с очень большой осторожностью применять для анализа спортивных достижений статистические процедуры, разработанные для нормально распределенных величин.

1.1.2. Распределение результатов сильнейших спортсменов мира

Анализ достижений мирового спорта и отдельных стран проводится обычно на основе изучения списков 10, 25, 50, 100 сильнейших спортсменов. Когда речь идет о спортивных результатах, то, бесспорно, что чем выше достижение, тем меньшее число людей может его показать. Поэтому использование статистических методов, разработанных в расчете на нормальное распределение, в данном случае неоправданно.

Karvonen и Kihlberg (1957) предположили, что здесь имеет место так называемое распределение Парето¹. В соответствии с этим строилась зависимость вида:

$$N_x = A \cdot x^b, \quad (1)$$

где x — спортивное достижение; N_x — число людей, показавших результат, превышающий или равный x ; A и b — константы.

Из уравнения следует, что логарифм числа лиц, показавших результат, равный или лучший, чем x , вычерченный как функция логарифма x , представляет собой прямую с тангенсом угла наклона, равным b

$$\lg N_x = a + b \lg x, \quad (2)$$

где $a = \lg A$.

Выясним смысл констант « a » и « b ». Смысл « b » очевиден. Эта константа характеризует, так сказать, плотность, кучность результатов, их близость к лучшему достижению. Она показывает, насколько далеко отстоит «резерв» от сильнейших спортсменов. Чем больше « b », тем меньше разница в результатах между спортсменами, зани-

¹ Распределение Парето используется обычно в экономической статистике для описания распределения дохода в обществе. Как пишет Э. Гумбель (1965, стр. 185), в таком случае «сущность этого закона отражает то, что бедных людей больше, чем богатых. Это не закон природы, а социальный тезис, приближенно справедливый для капиталистического общества».

мающими первые и последние места среди 10, 25, 50, 100 сильнейших спортсменов мира.

Чтобы определить смысловое содержание константы «а», возьмем значение x равным мировому рекорду (не повторенному другим спортсменом). В этом случае $N_x=1$, $\lg N_x=0$. $a = -b \lg x$. Как видим, «а» зависит, с

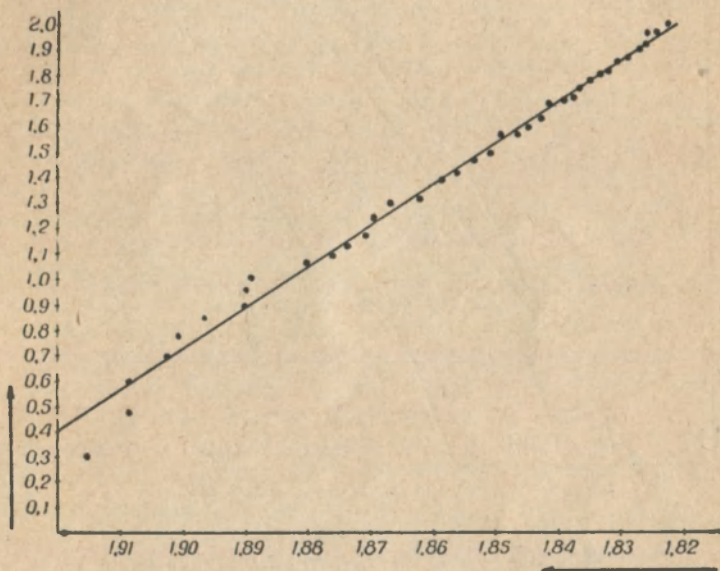


Рис. 1. Распределение результатов 100 сильнейших копьеметателей СССР (1961 г.):

по абсциссе — логарифм показанного результата; по ординате — логарифм накопленной частоты; лучший результат — 83,12 м; 100-й результат — 66,39 м

одной стороны, от $\lg x$, т. е. от уровня высшего достижения в некотором виде спорта в данный момент, с другой — от значений «b», которые показывают, насколько далеки другие спортсмены от первого. Можно думать, что величины «а» могут быть удобным обобщенным показателем состояния какого-либо спорта в данный момент.

Karvonen а. Kihlberg (1957), а затем в нашей лаборатории А. М. Максименко проверили это уравнение (2). Проверка показала его пригодность для описания эмпирических данных (рис. 1) и выяснила, что оно открывает

ряд интересных в практическом отношении возможностей анализа спортивных достижений. В частности, этот способ описания данных дает возможность учитывать динамику не только лучших результатов, но и динамику роста резервов «большого спорта» (рис. 2).

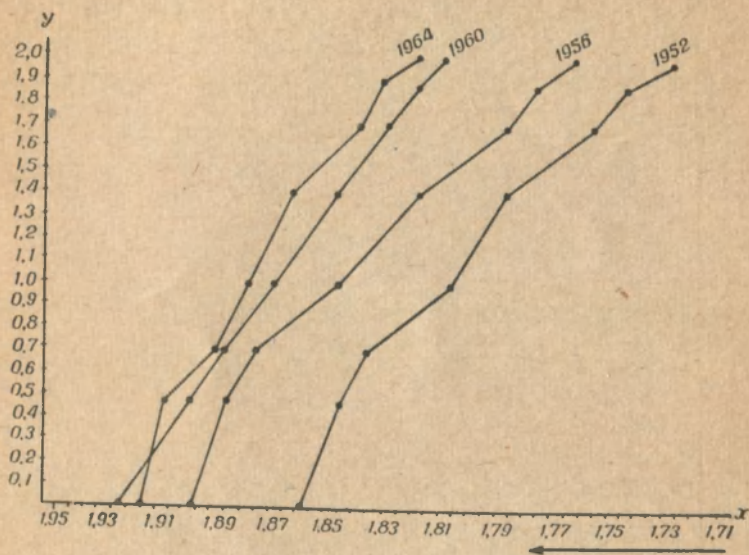


Рис. 2. Динамика 100 лучших результатов в метании копья в СССР за олимпийские годы:

по абсциссе — логарифм показанного результата; по ординате — логарифм накопленной частоты. Отмечены эмпирические линии регрессии, проведенные через 8 выбранных точек (1, 3, 5, 10, 25, 50, 75 и 100-й результаты). Наглядно видна тенденция роста результатов по олимпийским циклам

1.2. МОТОРИКА ЧЕЛОВЕКА КАК МНОГОМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

1.2.1. Проблема и модель

Проблема. В спортивной практике часто используют какое-то задание (движение, упражнение, функциональную пробу, тест и т. п.) либо для улучшения результатов в других действиях, либо для выяснения возможностей человека в них. В основе этих практических приемов лежат: а) явления переноса результатов тренировки (уп-

ражнение в деятельности А повышает достижения в деятельности Б); б) взаимосвязь функциональных показателей человека (зная достижения в деятельности А, можно указать вероятный диапазон результатов в деятельности Б).

Оба эти явления близки друг к другу, но не тождественны. Для их исследования предложено много различных методов (обзоры, Р. Вудвортс, 1950; В. М. Зациорский, 1965), в основе которых лежит изучение взаимодействий между какими-либо двумя видами деятельности. Подобный прием полезен в отдельных случаях, но как общий подход заведомо неприемлем, поскольку число таких связей обычно весьма велико. Количество парных отношений быстро растет с увеличением числа исследуемых показателей. Если, например, в данном виде спорта применяется около 100 разных упражнений, то количество отношений взаимодействия и переноса между этими упражнениями близко к 5000. Широкое внедрение электронно-вычислительной техники способствовало быстрому накоплению данных о корреляционных зависимостях (Ворко, 1962). Даже в отдельных исследованиях число рассчитанных коэффициентов корреляций нередко превышает 500 (Ваггу, Cureton, 1961), а в некоторых и того больше (например, в одной из работ было рассчитано 3750 коэффициентов корреляции, Hayden, 1963; в описываемой ниже нашей работе — 3828 коэффициентов и т. п.). В таких случаях оценить в целом полученную картину, рассматривая найденные значения и руководствуясь лишь логикой здравого смысла, нельзя. К тому же исследователя часто интересует не величина взаимосвязанности каких-либо определенных двух действий (хотя в большом числе практических приложений и это бывает важно), а закономерности общего порядка. Следует напомнить, что если даже ограничиться спортивной практикой, то здесь используются тысячи упражнений; количество парных связей, которые между ними можно установить, исчисляется уже сотнями тысяч. Допустим, что все эти показатели можно получить. Но надо ли это делать? Встает вопрос о компактном описании наблюдаемых связей при минимальной потере информации. Это может быть сделано, например, при помощи нахождения некоторых компонент, общих либо для всего множества заданных, либо для определенных подмножеств.

Интуитивно это издавна делалось в спорте: были введены понятия о физических качествах, т. е. отдельных сторонах моторики человека (сила, быстрота, выносливость и т. п.), проявляющихся сходным образом в самых разнообразных заданиях. С годами, однако, стало накапливаться все больше фактов, свидетельствующих о том, что высокие проявления какого-то физического качества в одном движении далеко не всегда совпадают с большими возможностями данного человека в других заданиях. Возникло представление о разных видах силы, быстроты, выносливости и пр., которое естественным образом привело к вопросу о структуре физических качеств (Guilford, 1958; Зациорский В. М., 1965), т. е. к вопросу о том, сколько физических качеств объективно существует и каковы соотношения между ними.

Изложенные рассуждения приводят к следующей проблеме. Выберем из всего мысленного множества двигательных заданий некоторое их подмножество и предложим эти задания определенному количеству испытуемых¹. Зафиксируем полученные результаты. От каких физических качеств или других причин, например морфологических особенностей, зависят наблюдаемые достижения испытуемых? Иными словами, какие физические качества проявляются в данном комплексе заданий, какие физические качества необходимы, чтобы успешно выполнить этот комплекс и т. п.?

Излагаемая дальше модель содержит: 1) предложения о введении определенного математического языка, пригодного для описания тех практических ситуаций, когда у большого числа испытуемых измеряют много разных показателей, и установление соответствия между понятиями теории спорта, с одной стороны, и данным математическим аппаратом — с другой; 2) собственно модель

¹ Мы не рассматриваем здесь вопросы обобщения выборочных данных, а именно: а) насколько можно обобщить результаты, полученные на небольшой выборке испытуемых, на всю мысленную совокупность подобных индивидуумов; б) насколько результаты, полученные на данном подмножестве заданий, характеризуют все возможные задания. Первый вопрос хорошо разработан — это классическая проблема оценок математической статистики. Второй поднят недавно и разрешим лишь при некоторых дополнительных ограничениях; он приводит к так называемому альфа-факторному анализу (Kaiser а. Caffrey, 1965).

указанной выше проблемы и ее более точную постановку.

Модель. Для математического описания двигательных возможностей человека целесообразно использовать язык теории многомерных пространств и многомерного статистического анализа (с точки зрения математических приложений это, по-видимому, традиционный случай применения указанного аппарата к ситуациям, где приходится иметь дело с большим числом зависимых случайных величин).

Двигательные возможности (моторика) человека определяются его достижениями в разнообразных физических упражнениях — тестах.

Пусть у нас есть n подобных заданий, тогда моторика конкретного испытуемого может быть охарактеризована упорядоченным набором чисел (n -мерным вектором) вида x_1, x_2, \dots, x_n . Каждое из этих чисел (компонент вектора) указывает на достигнутый результат в соответствующем испытании. Например, если тест 1 — это бег на 100 м, то x_1 — время бега, которое показал данный испытуемый. Иными словами, вектор в целом описывает возможности человека во всех n заданиях, а каждая его компонента — в каком-либо одном тесте. Подобный вектор может быть назван вектором моторики. Определив обычным образом на множестве подобных векторов соответствующие алгебраические операции, приходим к понятию «пространства моторики», которое по определению является многомерным¹.

Компоненты вектора (x_1, x_2, \dots, x_n) можно рассматривать как случайные величины, а сам вектор — как случайный. Данные одного испытуемого суть одиночное наблюдение над случайным вектором. Предполагается, что компоненты этого вектора имеют многомерное нормальное распределение. Обычная в практике задача состоит в том, чтобы по матрице наблюдений сделать известные суждения о векторе моторики. Описанный подход представляет широкие возможности для решения многих задач, связанных с анализом двигательных возможностей человека.

¹ Для ряда практических задач полезно ввести представление о пространстве тренированности, под которым понимается то наименьшее подпространство пространства моторики, которое при выбранной статистической процедуре определяет с приемлемой точностью спортивный результат.

Упомянем некоторые из них.

1. Оценка тесноты связи между компонентами случайного вектора — метод, широко используемый в последние годы в научной литературе о спорте. Пример: определение меры зависимости между основным спортивным движением (скажем, метанием копья) и тренировочным упражнением (допустим, метанием ядра).

2. Оценка тесноты связи между одной случайной величиной (например, спортивным результатом) и случайным вектором (достижениями во многих контрольных упражнениях) — множественная корреляция.

3. Оценка тесноты связи между двумя случайными векторами (так называемые канонические корреляции). Примеры: а) зависимость между показателями обследования спортсмена в лаборатории и его достижениями в нескольких контрольных упражнениях; б) корреляция между многими морфологическими признаками спортсмена, с одной стороны, и его результатами в разнообразных упражнениях — с другой.

4. Проверка гипотез о независимости некоторых подмножеств компонент случайного вектора. Пример: выяснение вопроса о том, есть ли зависимость между, скажем, силовыми достижениями спортсмена в разных упражнениях и несколькими показателями его спортивной работоспособности.

5. Классификация наблюдений. Пример: на основе ряда тестов надо отнести испытуемых к одной из следующих совокупностей: а) особо одарен, б) средне одарен, в) мало одарен для данного вида спорта. В данном случае могут быть использованы методы так называемого дискриминантного анализа.

6. Нахождение главных компонент (т. е. нормированных линейных комбинаций статистических величин, дисперсии которых обладают особыми свойствами, например максимальны). Пример: из множества тестов моторики отобрать такие измерения или их комбинации, которые в наибольшей степени влияют на дисперсию выборки (так сказать, самые показательные).

Среди подобных задач особый интерес вызывает проблема, в известном смысле родственная задаче об отыскании базиса в многомерном линейном пространстве (в данном случае она, разумеется, должна быть поставлена в терминах статистических величин), т. е. проблема выбора системы координат таким образом, чтобы наблюдаемые показатели, характеризующие моторику человека, описывались наиболее компактно. Иными словами, это задача о том, чтобы представить n -мерный случайный вектор в пространстве меньшей размерности.

Ввиду важности этой задачи мы рассмотрим ее особо в разделе 1.3. Ниже рассматриваются некоторые вопросы, связанные с различными вариантами реализации этой общей модели, а также полученные при этом экспериментальные результаты.

1.2.2. Корреляционные зависимости

Расчет оценок коэффициентов корреляции между результатами выполнения разных физических упражнений (а также некоторыми другими показателями) за последние годы прочно утвердился в повседневной практике научных исследований по спорту¹.

Это позволяет нам остановиться лишь на некоторых специальных вопросах, связанных с применением корреляционного анализа.

Характер связи. Как известно, классический коэффициент корреляции Пирсона (нормированный смешанный центральный момент второго порядка) предназначен для характеристики «тесноты» связи в двумерном распределении при линейной зависимости между параметрами. Общепринятые методы оценки коэффициента корреляции предполагают нормальность распределения признаков.

Если эти условия нарушены, коэффициент корреляции, хотя и может быть рассчитан, теряет свойства «хорошей» оценки (эффективность, несмещенность и даже состоятельность) и его интерпретация становится затруднительной. Поэтому определение характера изучаемой связи весьма существенно.

В большинстве прикладных работ показатели, между которыми изучается связь, неравнозначны. Так, например, бывает, когда изучается зависимость между спортивным результатом (критерием) и результатами в каком-либо физическом упражнении (тестом). В таких случаях гипотетически представляется возможным предположить существование, по меньшей мере, четырех типов связей между результатами. Они представлены на рис. 3, где для определенности по абсциссе даются результаты в том основном виде спорта, в котором высту-

¹ Быть может, будет небезынтересна следующая статистика: в статьях, опубликованных в журнале «Теория и практика физической культуры» в разные годы, корреляционные методы использовались: в 1958 — 0 статей, в 1959 — в одной статье (В. М. Зацюрский, Н. И. Волков, А. Л. Фруктов), в 1966 — свыше чем в 40 статьях. Этот подъем наблюдается после примерно 30—35-летнего перерыва: методы математической статистики, в частности корреляционный анализ, использовались в советской научной литературе по физическому воспитанию еще в 20—30-е годы (Горяинов Л. А., 1925; Рудик П. А., 1930; Гориневский В. В., Яблоновский И. М., 1935; Воробьев З. В., 1936, и др.).

пает спортсмен, по ординате — результаты в каком-либо ином движении, которое в данном случае выступает как контрольное упражнение.

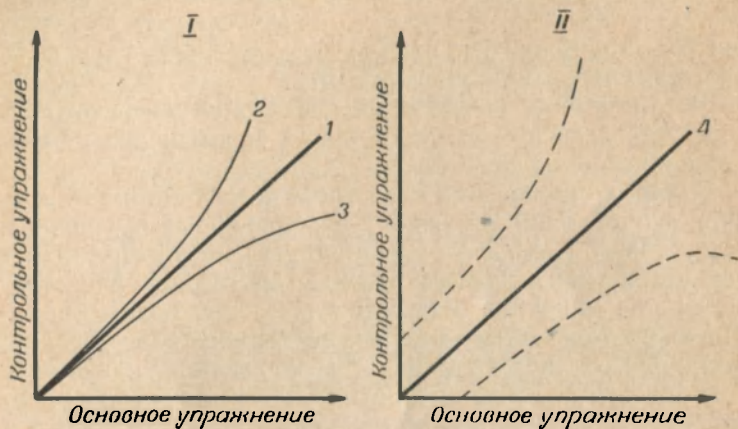


Рис. 3. Возможные типы связи между результатами в основном и контрольном упражнениях (В. М. Зациорский, М. А. Годик, Д. Н. Ярмульник, 1964):

I — основные виды регрессионных зависимостей. *II* — случай прямолинейной регрессии с монотонно возрастающей дисперсией (пунктиром показано рассеивание отдельных значений около линии регрессии)

Первый тип демонстрируемых зависимостей (на рис. 3, *I*) описывается прямолинейной регрессией с постоянной дисперсией. В дан-

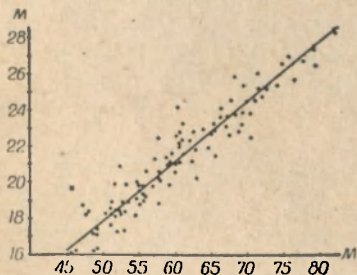


Рис. 4. Зависимость между результатами метания копья (по абсциссе) и ядра 3 кг (по ординате) (Е. Н. Матвеев и В. М. Зациорский, 1964)

ном случае улучшение результата в одном виде влетает за собой строго пропорциональное изменение и в другом. Подавляющее большинство исследований корреляционных зависимостей между результатами в физических упражнениях основывалось на предположении, что существуют именно такого типа связи. Этот случай соответствует постоянному переносу тренированно-

сти, не меняющемуся заметно с ростом спортивного мастерства.

Примеры зависимости такого типа приведены на рис. 4 и в табл. 2.

Таблица 2

Связь между результатами (в мин.) в осеннем кроссе на 10 км и гонке на лыжах на 5 км

(по горизонтали — результаты кросса; по вертикали — результаты лыжных гонок; в клетках — число случаев, встретившихся в данном интервале)

22												1
21								2	2			1
20							1	3	1	1		
19				1	1	1	3	1	2	1		
18				1	8	4	1	1	1			
17		2	3	4	3	3	2					
16	2		2	2								
	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	

Для второго типа (кривая 2 на рис. 3, I) характерно уменьшение переноса тренированности с ростом спортивной квалификации: здесь один и тот же прирост в контрольном (или специальном) упражнении вызывает все меньшее улучшение результата в основном виде. Наличие зависимостей такого типа было экспериментально показано В. М. Зациорским (1961) и Ю. В. Верхошанским (1963). Мы полагаем, что этот тип зависимости весьма распространен, хотя криволинейность далеко не всегда проявляется достаточно заметно. Трудность выявления зависимостей подобного типа заключается в том, что для этого нужно провести исследование на испытуемых самой различной квалификации — от новичков до мастеров спорта, что организационно довольно затруднительно.

Третий тип зависимости (кривая 3 на рис. 3, I) мог бы соответствовать увеличению переноса с ростом спортивного мастерства: относительно небольшие улучшения в контрольном упражнении приводили бы к значительному росту спортивного результата. Такой тип связи никогда не был найден.

При равной значимости коррелируемых показателей также нередко могут возникать криволинейные связи. В некоторых случаях удаётся, опираясь на некоторые известные факты, найти удовлетворительное объяснение появлению зависимости именно такого типа. К примеру, упомянем о результатах исследования связей между результатами в беге и плавании у пятиборцев (для современного пятиборья, где число тренировочных занятий весьма велико, исследование зависимостей между отдельными видами чрезвычайно существенно). Если проанализировать результаты большого числа соревнований, то в большинстве случаев наблюдаются связи типа приведенной в табл. 3.

Таблица 3

Связь между результатами в беге и плавании

(по горизонтали — результаты в плавании, выраженные в очках; по вертикали — результаты в беге; в клетках — число случаев, встретившихся в данном интервале)

Бег \ Плавание	400	500	600	700	800	900	1000
1200				1	1		1
1100		2	2	1	3	1	1
1000	1	1	1	3	2	3	1
900		1	1	4	4	1	
800	1		1	2	3	1	
700	2	2					
600	1	1					
500	1	1					
400	2						

Анализ подобных таблиц позволяет выявить ряд интересных закономерностей. Прежде всего следует обратить внимание на то, что правый нижний угол таблицы совершенно пуст.

Среди тех, кто показывает хорошие результаты в плавании, не оказывается лиц, имеющих плохие результаты в беге. В то же время обратной зависимости не наблюдается. Те, кто имеют хорошие результаты в беге, могут с равной вероятностью показывать в плавании и хорошие и плохие результаты. Сходная в принципе картина наблюдается и у тех, кто замыкает таблицу. Плохо бегающие всегда плохо плывут; те, кто показывает плохие результаты в плавании, могут иметь в беге и хорошие и плохие показатели.

Эти сложные на первый взгляд отношения могут быть объяснены следующим образом. Несколько схематизируя вопрос, можно считать, что успех в плавании и в беге на длинные дистанции определяется двумя факторами: во-первых, наличием соответствующих достаточно совершенных двигательных координаций и, во-вторых, сте-

пенью развития вегетативных функций. Литературные данные (обзоры, В. М. Зацюрский, 1961, 1965а) и наш собственный материал (1961) дают возможность считать, что деятельность вегетативных органов весьма мало специфична. Результаты совершенствования функций дыхания и кровообращения проявляются не только в основном тренируемом действии (например, в плавании), но и во многих других (например, в беге).

В отношении двигательных функций картина выглядит иначе. Непосредственный перенос здесь не наблюдается (об этом свидетельствует отсутствие сколько-нибудь видимых связей между результатами в плавании и в беге на короткие отрезки; оценка коэффициента корреляции, полученная по данным 55 квалифицированных пловцов, не достигла статистически существенных величин). В то же время координационная сложность движений в плавании и в беге различна. Естественно предположить, что результаты в плавании будут чаще, чем в беге, лимитироваться несовершенной техникой движений. Результаты же в беге будут ограничиваться прежде всего функциональными возможностями вегетативных систем организма.

Если принять это предположение, то полученные результаты можно объяснить следующим образом. Лица, показывающие хорошее время в плавании, достигают этого как за счет совершенной координации, так и за счет высокого развития функциональных возможностей организма. Последнее дает им возможность показывать высокие результаты также и в беге, что и наблюдается в действительности. В то же время лица, имеющие хорошие результаты в беге, не всегда столь же успешно выступают в плавании, так как часть из них недостаточно владеет техникой данного вида, и это, естественно, снижает их возможности. Участники, занимающие последние места в кроссе, оказываются среди последних и в плавании, так как и тут и там их дальнейший рост ограничивается слабыми функциональными возможностями вегетативных систем организма. Лица же, имеющие плохой результат в плавании, могут показывать в беге и неплохое время, так как их неудачи на воде могут быть вызваны недостаточной техникой плавания при весьма высоких потенциальных возможностях энергетического метаболизма.

Наконец, при четвертом типе связи (см. рис. 3, II) зависимость (на низких ступенях спортивного мастерства довольно заметная) постепенно «расплывается» и сходит на нет — дисперсия монотонно увеличивается с ростом результата. Этот тип связи, по-видимому, наиболее типичен для показателей, характеризующих различные физические качества (например, для связи сила — абсолютные показатели выносливости, рис. 5). В данном случае использование аппарата корреляционного и регрессионного анализа возможно лишь после введения коррекции на возрастающую дисперсию (см. С. А. Айвазян, 1964).

Воспроизводимость результатов. Практическая ценность исследования корреляционных зависимостей во

многим зависит от того, насколько точно воспроизводятся данные исследований, проведенных в сходных условиях. Как известно, итог любого экспериментального исследования, проведенного на группе людей, в известной мере случаен. Взяв в качестве испытуемых другие лица, «максимально похожие» на первые, мы все же получим несколько иные результаты. Это происходит по двум

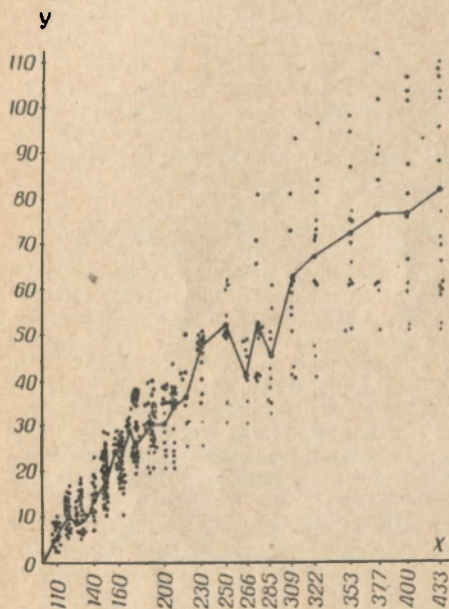


Рис. 5. Связь между силой и абсолютным показателем выносливости (Н. Г. Кулик, 1966):

по абсциссе — сила (в % к поднимаемому весу); по ординате — число подъемов штанги.

У 182 студентов института физкультуры определили силу (максимальный результат в жиме лежа) и выносливость — предельное число подъемов штанги (в том же движении) весом 20, 30, 40 и 50 кг. Силу выражали в % к поднимаемому весу (например, если поднимался вес 50 кг, а лучший результат 100 кг, то сила равна 200%)

причинам: а) вследствие некоторого различия между испытуемыми; б) вследствие неконтролируемых вариаций в условиях проведения эксперимента. Основываясь на подобных рассуждениях, математическая статистика рассматривает данные, полученные в итоге эксперимента, как случайную выборку из всего множества подобных экспериментов, а подопытных, на которых проводилось исследование, как выборку из генеральной совокупности людей, соответствующих этим испытуемым по всем тем признакам, которые могут оказать влияние на результаты (пол, возраст, физическая подготовленность и т. п.). Задача — как, имея в своем распоряжении результаты, полученные на небольшой группе людей (выборке), точ-

нее всего определить соответствующие показатели всей генеральной совокупности, из которой взята данная выборка,— предмет так называемой теории оценок математической статистики (Г. Крамер, 1948; М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт, 1966, и др.). Успех здесь зависит от того, насколько выборка отражает изучаемые свойства генеральной совокупности, насколько она представительна, репрезентативна. Это может быть достигнуто, например, за счет случайного (рандомизированного) выбора испытуемых, принадлежащих к определенной популяции.

К сожалению, в подавляющем большинстве случаев при исследованиях в области спорта рандомизация выбора испытуемых неосуществима¹ по чисто организационным соображениям. В таких случаях перед исследователем вопрос стоит обычно в такой форме: на какую популяцию людей можно распространить полученные результаты (иными словами, каковы характеристики той генеральной совокупности, из которой взята экспериментальная выборка)?

Приведем условный пример: допустим, что некий исследователь, изучая зависимость между достижениями в заданиях А и Б, нашел высокую тесноту связи ($r > 0,9$)² у испытуемых (100 человек), характеризующихся следующими признаками: пол — мужской; возраст — 20 ± 1 год, рост — $169 + 5,5$ см; стаж занятий спортом — $3,1 \pm 0,6$ года; русские; все родились и выросли в городе N и т. д. Можно ли считать, что при изменении некоторых признаков испытуемых сохранится справедливость найденного результата? Какие признаки и в каком диапазоне могут измениться, не влияя существенно на полученные выводы? Скажем, можно ли считать, что высокая связь между изученными упражнениями сохранится у испытуемых в возрасте 30 лет, не занимающихся спортом?

Необходимо отметить, что, хотя при решении этих вопросов широко используется математический аппарат

¹ Это удавалось делать лишь в некоторых исследованиях, проводимых на испытуемых очень низкой спортивной квалификации (McGrow a. Burnham, 1966; O'Shea, 1966, и др.).

² В книге сохранена привычная для биологов и педагогов символика при обозначении основных статистик (x , σ , r). Чтобы отличить какой-либо параметр в генеральной совокупности от его оценки, используется угловой штрих над соответствующим символом.

Так, r означает коэффициент корреляции, \hat{r} — его оценку.

теории оценок, все же решать их можно только экспериментальным путем¹. Дело обстоит так: теория оценок дает возможность определить, насколько точно выборочные наблюдения оценивают «свою» генеральную совокупность; но лишь в эксперименте можно выяснить, влияет ли тот или иной признак на принадлежность к данной генеральной совокупности.

Исследований, специально посвященных вопросу о репрезентативности выборок, к сожалению, пока в теории физического воспитания очень мало. (Об этом нельзя не пожалеть, так как воспроизводимость экспериментальных результатов — это та основа, на которой зиждется любая наука. Если после эксперимента остается неясным, на какой контингент испытуемых распространяются его результаты, т. е. на каких испытуемых этот эксперимент можно повторить, получив те же данные, ценность такого исследования, очевидно, весьма невелика.)

Adams а. о. (1961) провели по одинаковой программе обследование физической подготовленности детей Швеции и некоторых штатов США. Корреляционные и регрессионные зависимости в некоторых случаях были различны (авторы это связывают с неодинаковой быстротой созревания детей в разных странах). Следовательно, по крайней мере детей различной национальности и проживающих в различных условиях при изучении корреляционных зависимостей можно отнести к разным генеральным совокупностям.

Учитывая это, интересно выявить и другие факторы, влияющие на изменение величины корреляционных зависимостей. Это, очевидно, можно сделать, сопоставив литературные данные об оценках коэффициентов корреляции между результатами выполнения одних и тех же заданий, полученные разными авторами.

Пример такого сопоставления приведен в табл. 4, где указываются также вычисленные нами пятипроцентные доверительные границы. (Обширную сводку данных о за-

¹ Разумеется, проблема репрезентативности, встает в теории спорта не только при исследовании корреляционных зависимостей, но и вообще в любом экспериментальном исследовании. Недостаточное внимание к этому вопросу приводит к необходимости многократного повторения сходных исследований на одну и ту же тему. Так, например, неоднократно сравнивалась эффективность изометрических и динамических упражнений, направленных на развитие силы. Результаты были довольно различны (обзор, В. М. Зацпорский, 1966).

висимостях между результатами выполнения разных скоростных упражнений можно найти в диссертации М. А. Годика, 1966.)

Таблица 4
Корреляционные зависимости между различными видами спринтерского бега и прыжками¹

№ п.п.	Коррелируемые признаки		Оценки коэффициентов корреляции		Доверительные границы		Кол-во испытуемых	Авторы
	1	2	верхняя	нижняя	верхняя	нижняя		
1	Бег 100 м	Прыжок в длину	56	74	28	62	Карвонен а. Niemi, 1953	
2	То же	То же	60	78	35	55	Зациорский, Годик, 1963	
3	» »	» »	59	80	36	72	Лукаускас, 1964	
4	» »	» »	44	74	03	36	Лукин, 1964	
5	» »	» »	59	70	50	284		
6	» »	» »	61	72	54	329		
7	» »	» »	53	68	46	271		
8	» »	» »	49	48	47	576		
9	« »	» »	40	54	27	331		
10	» »	» »	01	48	-46	29		
11	» »	» »	52	71	24	60	Годик, 1966а	
12	» »	» »	71	87	51	33	Sokol, 1966	
13	» »	Прыжок в высоту	37	57	04	62	Карвонен а. Niemi, 1953	
14	» »	То же	03	28	-26	93	Kuraś, 1962	
15	» »	» »	46	67	15	55	Зациорский, Годик, 1963	
16	» »	» »	02	32	-30	72	Лукаускас, 1964	
17	» »	» »	36	37	35	500	Drozdowski, 1963	
18	« »	» »	07	33	-15	60	Годик, 1966а	
19	» »	» »	52	65	33	114	Годик, 1966б	
20	» »	» »	35	60	-05	33	Sokol, 1966	
21	Бег 40 м	» »	27	43	12	250	Szczotka, 1964	
22	Бег 60 м	» »	28	43	12	250	Szczotka, 1964	

Примечание. Испытуемыми в опытах были: а) десятиборцы — участники Олимпийских игр 1936, 1948, 1952 гг. (Карвонен а. Niemi, 1953); б) десятиборцы — участники Олимпийских игр 1952,

¹ Во всех таблицах книги при записи оценок коэффициентов корреляции и факторных весов опущены нули и запятые.

1956, 1960 гг. (Зациорский и Годик, 1963); в) сильнейшие десятиборцы мира в сезоне 1963 г. (Р. Лукаскас, 1964) и 1964 г. (М. Годик, 1966а); г) прыгуны в длину с разбега, имеющие средний результат 2,67; 3,58; 4,48; 5,50; 6,54; 7,31 и 8,12 м (соответственно пункты 4—10 таблицы); д) студенты Варшавской академии физического воспитания (Drozdzowski, 1963; Kugas, 1962; Szczotka, 1964); е) поступающие в Московский институт физкультуры (М. Годик, 1966б); ж) олимпийские чемпионы и рекордсмены мира в десятиборье (Sokol, 1966).

Видно, что в большинстве случаев оценки коэффициентов корреляции между результатами в спринтерском беге и в прыжках в длину варьируют около 0,5 (единственное исключение найдено М. Лукиным для прыгунов мирового класса). В других прыжках зависимости более разнообразны. К сожалению, проверка гипотезы о принадлежности разных выборок испытуемых к одной и той же генеральной совокупности затруднена из-за недостаточного числа испытуемых, участвовавших в исследовании. Даже в тех случаях, когда эмпирические оценки весьма резко отличаются друг от друга, проверка гипотезы об их равенстве не приводила к четким результатам. Так, например, оценки коэффициентов корреляции между бегом на 100 м и прыжками в высоту равны соответственно 0,46 (наши данные) и 0,02 (Р. Лукаскас, 1964). Один из этих коэффициентов статистически существен (нуль-гипотеза отвергается), второй — не отличается от нуля (нуль-гипотеза принимается). Однако окончательный вывод о том, что обе оценки относятся к выборкам, взятым из разных генеральных совокупностей, очевидно, неправилен, так как имеет место пересечение доверительных интервалов. Проверка с помощью критерия Z Фишера дает следующие результаты: разность значений Z равна 0,37, а стандартное отклонение разности — 0,19. Разность превосходит свое стандартное отклонение менее чем в два раза и поэтому не может считаться существенной при пятипроцентном уровне значимости. Причиной неопределенных выводов является, очевидно, недостаточное число испытуемых (55 и 72). Подобные случаи заставляют настоятельно рекомендовать увеличивать по возможности число испытуемых при исследовании корреляционных зависимостей.

В практике часто приходится сталкиваться со случаем расчета корреляционных зависимостей, когда одна из пе-

ременных имеет одно- или двустороннее усеченное распределение. Например, если изучать, скажем, зависимость между результатами в толчке штанги и силой ног у штангистов II разряда, то распределение спортивных результатов будет здесь ограничено как снизу (нормой II разряда), так и сверху — нормой I разряда (двустороннее усеченное распределение). В подобных ситуациях существенной причиной, влияющей на корреляционные оценки, является величина дисперсии. Чем больше

дисперсия, тем выше r . Например, корреляция между временем в беге на 100 м и прыжками в длину будет намного больше в группе, где результаты в прыжках варьируют от 5 до 8 м, чем в более однородной группе, где достижения, к примеру, варьируют в границах 7—7,5 м. Влияние величины рассеивания коррелируемых признаков на оценки тесноты связи было в свое время изучено К. Пирсоном. Соответствующие формулы, позволяющие сопоставить оценки коэффициентов корреляции, полученные на выборках с разной дисперсией, можно найти в монографии Guilford (1956). При анализе данных разных исследователей необходимо учитывать рассеивание результатов в экспериментальных выборках.

Влияние тренировки. Рассмотрим этот вопрос на примере исследования корреляционных зависимостей между максимальными скоростными показателями в произвольных движениях (В. М. Зациорский, 1961; 1962; В. М. Зациорский, М. А. Годик, 1963; М. А. Годик, 1966).

Естественно было предположить, что величина взаимосвязи зависит от степени заученности этих движений, от тренированности испытуемых.

В принципе здесь возможны, по-видимому, три случая:

1) испытуемые умеют выполнять оба исследуемых действия, но не тренировались специально в их выполнении с предельной скоростью;

2) испытуемые проводили скоростную тренировку лишь в одном упражнении; второе упражнение они умеют выполнять, но не тренировались в нем специально;

3) испытуемые тренированы в обоих исследуемых движениях.

Изложим сначала данные, относящиеся к первым двум пунктам.

Методика. Исследовались связи между максимальными скоростями передвижения в беге, с одной стороны, и в ходьбе, передвижении на лыжах и плавании — с другой.

Испытуемые преодолевали дистанции, приблизительно уравненные по времени передвижения — 100 м в беге, 50 м в ходьбе, 100 м в передвижении на лыжах, 25 м в плавании.

Измерения проводились в соревновательных условиях. Установка — достижение максимальной скорости. Разрыв между сопоставляемыми испытаниями не превышал одной недели.

В опытах участвовали следующие группы испытуемых:

В экспериментах по схеме «бег — ходьба»:

а. Слабо физически подготовленные юноши 17—19 лет — студенты старших курсов торгового техникума (90 человек, результаты в беге на 100 м хуже 14,0 сек.);

б. Хорошо физически подготовленные студенты института физической культуры, не специализирующиеся в легкой атлетике (241 человек); результаты в беге в этой группе варьировали в пределах 12,0—14,0 сек.;

в. Спортсмены-бегуны (38 человек); результаты в беге — время меньше 12,0 сек.;

г. Спортсмены-ходоки, мастера и заслуженные мастера спорта (12 человек); среди испытуемых этой группы были сильнейшие скорости мира, чемпионы и рекордсмены олимпийских игр, Европы и Советского Союза.

В экспериментах по схеме «бег — передвижение на лыжах»:

а. Лыжники, первый год занимающиеся лыжным спортом (27 человек);

б. Квалифицированные лыжники I и II спортивных разрядов; стаж занятий лыжным спортом 3—7 лет (24 человека).

В экспериментах по схеме «бег — плавание» — квалифицированные пловцы (55 человек, среди которых 24 второразрядника, 29 перворазрядников и 2 мастера спорта).

Полученные результаты представлены в табл. 5.

Таблица 5
Оценки коэффициентов корреляции между максимальными скоростными показателями

№ пп	Коррелируемые признаки	Группа	Оценки коэффициента корреляции	Вывод о существенности (уровень значимости)
1	Бег — ходьба	а	427	0,05
2	» »	б	095	Несуществен
3	» »	в	—228	»
4	» »	г	—185	»
5	Бег — передвижение на лыжах	а	727	0,001
6	То же	б	397	Несуществен
7	Бег — плавание		255	»

Видно, что статистически существенными являются связи лишь в группах слабо подготовленных испытуемых (№ 1 и 5). У лиц, хорошо тренированных, в особенности у тех, кто специализировался в выполнении одного из изучаемых движений, величина связи не достигала статистически существенных значений (при пятипроцентном уровне значимости), проявляя иногда даже некоторую тенденцию к отрицательному знаку.

Аналогичное снижение величин корреляционной связи под влиянием тренировки в одном из исследуемых движений наблюдали и некоторые другие авторы (Ю. В. Верхошанский, 1963; М. Лукин, 1963). М. Е. Шульга (1963) нашла, что коэффициенты корреляции между результатами в метаниях по мере приобретения спортивной формы уменьшаются; в соревновательном периоде их значения были существенно ниже, чем в подготовительном. Нейпсен (1962) показал, что оценки коэффициентов корреляции могут снижаться уже после нескольких занятий. Несколько забегая вперед, отметим, что тренировка увеличивает долю специфических факторов в факторной структуре двигательных заданий (Hempel a. Fleishman, 1952, цит. по Henrysson, 1957).

Рассмотрим случай, когда испытуемые тренированы в обоих исследуемых движениях. Идеальным объектом для изучения подобных зависимостей могут быть данные спортсменов, тренирующихся в легкоатлетических многоборьях, в особенности результаты сильнейших в мире представителей этих видов спорта.

Впервые такой анализ провели Karvonen a. Niemi (1953). Уже после наших с М. Годиком публикаций 1962—1963 гг. сходные исследования провели Р. Лукаускас (1964) — по данным сильнейших десятиборцев мира 1963 г. и Sokol (1966) — по результатам рекордсменов мира и чемпионов олимпийских игр.

Результаты представлены в табл. 6.

Методика. Из статистических отчетов XV (1952 г., Хельсинки), XVI (1956 г., Мельбурн) и XVII (1960 г., Рим) Олимпиад были взяты результаты участников соревнований в легкоатлетическом десятиборье, закончивших состязание без нулевых оценок (54 человека). Как известно, в восьми видах этого многоборья (исключая бег на 1500 и 400 м) нужно проявить максимальную скорость в относительно небольшом промежутке времени. Между результатами в отдельных видах десятиборья, а также суммой очков, набранных во всем многоборье, были рассчитаны 55 парных коэффициентов корреляции.

Таблица 6

Корреляционные зависимости между видами легкоатлетического десятиборья¹

Вид десятиборья	Бег 100 м	Прыжок в длину	Толкание ядра	Прыжок в высоту	Бег 400 м	Бег 100 м с/б	Метание диска	Прыжок с шестом	Метание копья	Бег 1500 м
Бег 100 м	60									
Прыжки в длину	45	51								
Толкание ядра	46	47	40							
Прыжок в высоту	69	45	28	42						
Бег 400 м	56	51	56	52	45					
Бег с/б	39	44	77	23	23	49				
Метание диска	08	30	32	19	06	19	35			
Прыжок с шестом	39	47	61	30	33	29	47	56		
Метание копья	-05	20	-16	02	42	-07	13	17	03	
Бег 1500 м	71	75	74	62	73	71	61	53	72	19
Сумма многоборья										

¹ Курсивом отмечены оценки коэффициентов корреляции, статистически незначимо отличающиеся от нуля (при пятипроцентном уровне значимости).

Если не учитывать связей с бегом на 1500 и 400 м (поскольку здесь требуется не только быстрота, но и значительная выносливость), то остальные коэффициенты корреляции за некоторыми исключениями (прыжки с шестом, прыжки в высоту) оказываются статистически значимыми.

Естественно возникает вопрос: чем объясняется наличие этих связей, можно ли их рассматривать как довод в пользу существования быстроты движений, как единого генерализованного свойства?

Очевидно, если бы наши испытуемые не тренировались специально в исследуемых движениях, то на поставленный выше вопрос надо было бы ответить утвердительно. В настоящем же случае вопрос остается весьма спорным, поскольку здесь выступает такой фактор, как общая тренированность, общая подготовленность спортсменов. В данном исследовании связи между результатами в разных упражнениях могут объясняться не только общностью функциональных требований, но и квалификацией спортсмена, зависящей от его одаренности, продолжительности предварительной подготовки, использованных

методов тренировки и т. п. В силу этого более квалифицированные спортсмены могут показывать лучшие результаты во всех видах многоборья вне зависимости от их сходства или различия.

Аналогичные ситуации возникают и в других областях деятельности. Например, ученики старших классов музыкальной школы будут по сравнению с учениками младших классов более сильны не только в музыкальном исполнении, но и, скажем, в географии, что, конечно, нельзя расценивать как показатель какого-то родства способностей к этим предметам.

Появление подобных «ложных» корреляций — характерная черта исследований описываемого типа, когда изучаются зависимости между упражнениями, в которых спортсмен тренирован примерно в равной мере. Это требует особой осторожности при интерпретации данных, максимального использования всех возможностей содержательного анализа ситуации.

«Ложные» корреляции. В некоторых случаях от «ложных» корреляций можно избавиться, используя более сложные статистические процедуры (факторный анализ, частную и множественную корреляции). Покажем на примере конкретного экспериментального исследования, как это происходит. Изучалась зависимость между результатами детей в ряде физических упражнений, их возрастом и морфологическими признаками (В. М. Зациорский и Ю. М. Арестов, 1964).

Давняя проблема связи телосложения и моторики приобретает особый интерес, когда речь заходит о детском возрасте. Хотя зависимости между возрастом, ростом и весом детей, с одной стороны, и их результатами в физических упражнениях, с другой — исследовались неоднократно, следует все же согласиться с автором одного из последних обзоров (Espenshade, 1960), что накопленные к настоящему времени факты еще весьма фрагментарны и недостаточны для создания целостной обобщающей картины (в большинстве проведенных работ изучалось какое-либо одно физическое упражнение). Поэтому дальнейшее накапливание фактического материала представлялось необходимым.

Методика. Исследование было проведено на 90 мальчиках 11—15 лет — учащихся пятых-восьмых классов. По состоянию здоровья дети относились к основной медицинской группе; занимались

физическими упражнениями лишь по школьной программе¹ (обязательные занятия по расписанию, нерегулярно — секционные занятия). У детей определяли возраст, вес, рост (антропометром) и результаты в следующих функциональных испытаниях: 1) прыжок в высоту с разбега; 2) прыжок в высоту с места (измеренные прибором В. М. Абалакова); 3) максимальное число шагов при беге на месте в течение 15 сек. (высота подъема коленей до уровня большого вертела бедренной кости); 4) бросание вдаль набивного мяча весом 2 кг (двумя руками снизу); 5) станова́я сила; 6) относительная сила (станова́я сила: собственный вес).

Испытания проходили в соревновательных условиях. Для установления индивидуальных колебаний в каждом из исследованных показателей и определения точности измерений все функциональные испытания проводились 2—3 раза. В дальнейшую обработку шел лучший результат. Надежность измерений (воспроизводимость — *test-retest reliability*) определялась путем вычисления коэффициентов корреляции между результатами лучшей и второй по качеству попытки. Значения коэффициентов оказались достаточно высоки: бег на месте — 0,787; бросание мяча — 0,958; прыжок в высоту с места — 0,962; станова́я сила — 0,968.

Поскольку небольшие отклонения коррелируемых признаков от нормального распределения практически не искажают точность и смысл корреляционных оценок (Б. Ван дер Варден, 1959), показатели, имеющие унимодальное симметричное распределение, условно признавались распределенными нормально. Отклонение от нормального распределения в указанном выше смысле наблюдалось на нашем материале лишь по данным станова́й силы (правосторонняя асимметрия).

Учитывая, что результаты в физических упражнениях могут быть нелинейно связаны с возрастом, особое внимание уделялось оценке линейности измеряемых зависимостей (путем применения критериев типа *Z* — величины Фишера — по Дж. Юлу и М. Кендаллу, 1960). Статистически существенное (при пятипроцентном уровне значимости) отклонение от линейности было найдено лишь для связи «возраст — станова́я сила» ($\eta = 0,707$; $\gamma = 0,592$); некоторую тенденцию к нелинейности можно было наблюдать также для связи «возраст — вес». Учитывая нелинейность зависимости станова́й силы от возраста, все приводимые в дальнейшем корреляционные оценки, связанные со станова́й силой, следует рассматривать лишь как весьма грубое измерение тесноты наблюдаемых связей.

Расчет коэффициентов корреляции проходил методом моментов по группированным данным. Учитывая литературные рекомендации (Р. А. Фишер, 1958), поправка Шеппарда не высчитывалась и при проверке гипотез о существенности во внимание не принималась. Оценка существенности при проверке гипотез и доверительные границы везде в дальнейшем указаны для пятипроцентного уровня значимости. В остальном статистическая обработка проводилась обычными методами.

¹ Как было показано Oehmisch (1959 а, б), у мальчиков зависимость спортивного результата от веса и роста гораздо выше, чем у девочек.

Полученная матрица коэффициентов корреляции представлена в табл. 7.

Таблица 7
Оценки коэффициентов корреляции между исследованными показателями¹

Показатели	Возраст	В	Рост	Прыжок в высоту с разбега	Бег на месте	Бросание набивного мяча	Прыжок в высоту с места	Становая сила
Вес	611							
Рост	685	913						
Прыжок в высоту с разбега	730	723	832					
Бег на месте	<i>068</i>	<i>046</i>	<i>033</i>	<i>053</i>				
Бросание набивного мяча	670	852	789	765	098			
Прыжок в высоту с места	614	682	640	736	209	680		
Становая сила	592	868	785	713	128	812	688	
Относительная сила	<i>083</i>	<i>-035</i>	<i>-039</i>	<i>052</i>	294	<i>090</i>	<i>152</i>	421

¹ Курсивом выделены значения \hat{r} , несущественно отличающиеся от нуля (при пятипроцентном уровне значимости).

Таблица показывает, что, кроме показателей бега на месте и относительной силы, все остальные показатели довольно тесно взаимосвязаны.

Однако приведенные в таблице оценки коэффициентов корреляции характеризуют, как правило, лишь внешне видимые соотношения и почти не вскрывают их внутренней природы. Так, например, высокую взаимосвязь показателей становой силы и бросания мяча можно объяснить не столько функциональным сходством этих движений, сколько их высокой связью с весом испытуемых, вследствие чего более тяжелые дети оказываются в преимуществе. Прояснить истинное положение вещей может переход к так называемым частным коэффициентам корреляции, в которых элиминируется влияние побочных признаков (точнее говоря, значения элиминируемых признаков фиксируются на уровне их средних арифметических величин).

Приведенные в табл. 8 частные коэффициенты между ростом, весом и возрастом при поочередном элиминировании каждого из названных факторов весьма наглядно демонстрируют реально существующие зависимости. Вид-

но, что значения веса очень тесно связаны с показателями роста и практически совершенно не зависят от возраста (при равном росте). Коэффициент корреляции веса с возрастом (+0,611) снижается до -0,048 при исключении влияния роста.

Таблица 8

Частные коэффициенты корреляции возраста, веса и роста¹

№ п/п	Коррелируемые признаки		Элиминируемый признак	\hat{r}	Вывод о сущест-венности значения \hat{r}
	1	2			
1	Рост	Вес	Возраст	857	+
2	Возраст	Вес	Рост	-048	-
3	Рост	Возраст	Вес	394	+

¹ Знаком + в последней колонке отмечены оценки коэффициента корреляции, статистически существенно отличающиеся от нуля.

Таблица 9

Частные коэффициенты корреляции роста, веса и возраста с результатами в физических упражнениях

№ п/п	Коррелируемые признаки		Элиминируемые признаки		\hat{r}	Вывод о сущест-венности
	1	2	1	2		
1	Прыжок в высоту с места	Возраст	Вес	Рост	346	+
2	То же	Вес	Возраст	»	344	+
3	» »	Рост	»	Вес	-260	+
4	Прыжок в высоту с разбега	Возраст	Вес	Рост	394	+
5	То же	Вес	Возраст	»	-156	-
6	» »	Рост	»	Вес	516	+
7	Бег на месте	Возраст	Вес	Рост	115	-
8	» »	Вес	Возраст	»	-040	-
9	» »	Рост	»	Вес	324	+
10	Бросание мяча	Возраст	Вес	Рост	369	+
11	» »	Вес	Возраст	»	564	+
12	» »	Рост	»	Вес	-095	-
13	Становая сила	Возраст	Вес	Рост	509	+
14	» »	Вес	Возраст	»	632	+
15	» »	Рост	»	Вес	-035	-
16	Относительная сила	Возраст	Вес	Рост	151	-
17	» »	Вес	Возраст	»	008	-
18	» »	Рост	»	Вес	-076	-

В табл. 9 представлены частные коэффициенты корреляции между результатами в физических упражнениях, с одной стороны, и ростом, весом и возрастом — с другой. Бросается в глаза значительное изменение величин коэффициентов по сравнению с величинами, представленными в табл. 7.

Коэффициент корреляции между результатами в прыжках в высоту с разбега и ростом снизился до $+0,516$, корреляция с возрастом уменьшилась до $+0,394$, а с весом стала вообще отрицательной $-0,156$; прежнее значение $+0,723$. Действительно, при прочих равных условиях вес должен оказывать, очевидно, отрицательное влияние на результат в прыжках в высоту с разбега.

Приведенные данные в принципе сходны с величинами, полученными Oehmisch (1956, 1959 б) при исследовании сначала 158, а затем 2500 школьников ГДР. По данным Oehmisch, парциальная корреляция результата прыжка в высоту с ростом у 10—13-летних равна $0,44$, у 14—15-летних $-0,57$. Полученное нами для 11—15-летних значение $0,516$ вполне согласуется с этими цифрами. Факт подобного совпадения весьма интересен, поскольку, вообще говоря, между величинами корреляционных зависимостей, полученными в столь различных условиях (ГДР — Москва), могут обнаружиться и существенные различия. На это указывают, в частности, упоминавшиеся выше данные Adams а. о. (1961).

Зависимость корреляционных связей от длины дистанции. Зависимость между результатами в циклических упражнениях в решающей мере обусловлена длиной преодолеваемых дистанций — чем дистанции длиннее, тем выше корреляционная связь (В. М. Зацюрский, 1961). Так, у лыжников всегда наблюдается большая корреляция между результатами в гонках на лыжах и результатами в осеннем кроссе (r обычно на уровне $0,7—0,8$); на коротких отрезках у квалифицированных спортсменов такая связь обычно отсутствует. Весьма наглядно подтверждают это данные табл. 10, полученные на спортсменах-ходоках высокого класса (число испытуемых здесь, к сожалению, невелико, но необходимо учесть, что в этом виде спорта спортсменов высокой квалификации вообще немного).

Увеличение корреляции на длинных дистанциях по

Таблица 10

Коэффициенты ранговой¹ корреляции между результатами в ходьбе и беге на разные дистанции у спортсменов-ходоков

Число испытуемых	Дистанция (в м)		Оценки коэффициента корреляции
	бег	ходьба	
24	300	200	107
24	600	400	189
23	1500	1000	561
23	5000	4000	711
20	10 000	10 000	797
14	20 000	20 000	913

¹ Коэффициенты корреляции рассчитывались по Спирмену; ранг соответствовал занятому месту.

сравнению с короткими объясняется, по-видимому, тем, что здесь все большую роль в определении результата начинают играть циркуляторные и дыхательные факторы, обуславливающие использование внемышечных источников энергии. Деятельность же вегетативных систем сравнительно мало специфична; это не раз отмечалось в связи с вопросами переноса выносливости (Н. В. Зимкин, 1956; Р. Е. Мотылянская и др., 1958; В. М. Зациорский, 1961). Начиная с первых исследований по изучению вегетативных функций при мышечной работе (Hill a. o., 1923; Herbst, 1928; Dill a. o., 1930), многократно отмечалось, что в работах, различных по внешней форме, но одинаковых по относительной мощности или энергозапросу, характер вегетативных сдвигов приблизительно сходен (В. С. Фарфель, 1945, 1949; Cureton, 1951; С. П. Летунов, 1958; В. М. Зациорский, Н. И. Волков, А. Л. Фруктов, 1959; Nettinger a. o., 1961).

Этот обобщенный характер, условно говоря, «вегетативной тренированности», по-видимому, и определяет отмеченное возрастание корреляционных оценок.

1.2.3. Множественная и канонические корреляции

Обычно в спортивной практике с помощью множественных корреляций¹ пытаются определить, в какой мере спортивный результат зависит от некоторых других пока-

¹ Напомним, что коэффициент множественной корреляции характеризует тесноту связи между каким-либо тестом — критерием, с одной стороны, и группой тестов — с другой.

зателей (достижений в контрольных упражнениях, особенностей телосложения и т. д.). Это, в частности, позволяет выбрать из большого числа упражнений небольшой комплекс тестов, дающий наивысшую корреляцию со спортивным результатом. Так, в описанном выше примере с десятиборцами наивысшую корреляцию с результатами в многоборье дают (из 120 возможных комплексов по 3 вида в каждом) восемь сочетаний, указанных в табл. 11.

Таблица 11

Множественная корреляция между результатами в трех видах десятиборья и суммой очков

Виды десятиборья	\bar{R}	Виды десятиборья	\bar{R}
Ядро, 400 м, диск	917	Ядро, 400 м, 110 м с/б	930
Ядро, 400 м, 100 м	918	Ядро, 400 м, высота	932
Ядро, 400 м, 1500 м	919	Ядро, 400 м, копье	944
Ядро, 400 м, длина	923	Ядро, 400 м, шест	971

Одно из этих сочетаний (предпочтительнее последнее или предпоследнее) можно рекомендовать как «сокращенное» многоборье для текущей проверки состояния спортсмена.

Аппарат множественной корреляции нашел большое применение при исследовании зависимости физических достижений детей от некоторых показателей, характеризующих индивидуальную быстроту созревания.

Практическая реализация педагогического принципа доступности немислима без умения более или менее точно определять, посильны ли для учащихся предлагаемые им задания. Естественно, что основным критерием всегда служил возраст детей. Однако уже с первого взгляда ясно, что ориентация только на хронологический (паспортный) возраст недостаточна, поскольку быстрота созревания детей, особенно в пубертатный период, весьма различна. Среди 14-летних можно встретить и маленького мальчика, и вполне сформировавшегося юношу. Поэтому при занятиях физическими упражнениями естественно стремление ориентироваться не на действительный, а на так называемый «физиологический» возраст, определяемый каким-либо косвенным путем с акцентированием внимания главным образом на процессе полового созревания (Crampton, 1944; Bayley, 1949; Nevers, 1948; Schock, 1945, и др.). Было показано (Espenshade, 1947; Jones, 1949), что результаты в физических упражнениях, в особенности силового характера, высоко коррелируют с показателями «физиологического» возраста, в то же время с возрастом хронологическим эта зависимость может четко не проявиться. Однако применяемые

для определения «физиологического» возраста методы обычно весьма сложны (например, рентгенография скелета, эндокринный анализ, гинекологические обследования, соотношения креатин/креатинин в моче) и в силу этого непригодны для повседневного практического употребления. Поэтому некоторые исследователи (А. А. Баранов, 1931; Л. В. Геркан, 1927; Oehmisch 1959 а, б) уже давно пытались использовать для подобных целей какие-либо легко определяемые показатели (в частности, вес, рост, жизненную емкость легких), комбинируя их в различных сочетаниях для установления градаций, как выражались некоторые авторы (Schioetz, 1929), «соревновательного возраста». Однако применяемые для этих целей индексы строились чисто субъективно и мало оправдывали себя на практике. Поэтому попытки устанавливать «соревновательный возраст» по росто-весовозрастным данным в большинстве стран не привелись. Интерес к этому вопросу возродился в последние годы (Vach, 1956; Peters, 1961) в связи с применением новых методов математической статистики (факторный и дисперсионный анализ, множественная и канонические корреляции и др.), дающих объективную возможность решить поставленный вопрос с необходимой научной строгостью и точностью. В частности, такое исследование было проведено в ГДР Oehmisch (1959 а, б). Автор пришел к выводу, что антропометрические показатели особенно значительно влияют на результат лишь в период полового созревания; в возрасте 16—18 лет их влияние сходит на нет. Особенно существенно сказывается на результатах физических упражнений рост детей (примерно 50% вариации результатов определяется влиянием роста и возраста). На этом основании Oehmisch рекомендует для детей 10—15 лет составлять оценочные таблицы с учетом возраста и роста, с 16 же лет — ориентироваться только на возраст.

Однако круг исследованных Oehmisch упражнений был весьма узок (основное внимание уделялось прыжкам в длину с разбега), и это, естественно, не позволяет экстраполировать полученные им результаты на другие виды движений. Последнее и побудило нас исследовать вновь данный вопрос, используя при этом иные физические упражнения.

Методика сбора данных и основные моменты статистической обработки описаны выше, в разделе 1.2.1. Дальнейшие пути статистического анализа будут ясны из описания полученных результатов.

В табл. 12 приведены частные и совокупные коэффициенты детерминации¹ результатов в физических упражнениях с возрастом, весом и ростом, представленные в виде процентной доли влияния названных признаков на результат. Видно, что во всех упражнениях, исключая частоту движений при беге на месте, совокупное влияние роста, веса и возраста весьма значительно. Указанные

¹ Коэффициентом детерминации называется квадрат соответствующего коэффициента корреляции.

Таблица 12

Влияние роста, веса и возраста на результат в физических упражнениях (в %)

Упражнение	Парциальное влияние			Совершенно влияние
	возраста	веса	роста	
Прыжок в высоту с места	11,97	11,83	6,76	55,95
Прыжок в высоту с разбега	15,52	2,43	26,62	74,64
Бег на месте	1,32	0,02	10,49	19,62
Бросание мяча	13,61	31,81	0,90	76,56
Становая сила	25,90	39,94	0,12	75,85

три признака определяют (округляем полученные значения) от 50 до 75% общего рассеивания результатов в физических упражнениях. На долю остальных факторов (в частности, тренированности) приходится соответственно от 50 до 25% влияния. Конечно, названные величины справедливы лишь для детей, которые, подобно нашим испытуемым, специально спортом не занимались. В целом же высокие величины зависимости результатов от антропометрических и возрастных данных вполне оправдывают при работе с детьми учет их весо-ростовых показателей.

Это становится особенно наглядным, если сопоставить меру совокупного влияния роста, веса и возраста с мерой влияния только возраста. Наибольший из коэффициентов детерминации результата с возрастом не превышает примерно 25%. Отсюда следует, что едва ли можно считать оправданным деление детей при сдаче различных норм (например, значка БГТО) только по возрасту, особенно если при этом иметь в виду, что в четырех случаях из пяти рост или вес больше сказываются на результате, чем возраст, а в последнем, пятом, случае (прыжок в высоту с места) влияние возраста и веса практически одинаково.

Наши данные согласуются с данными Oehmisch по совокупному влиянию антропометрических данных и возраста на результат. Также весьма сходный характер частных зависимостей обнаружен при сравнении с данными Oehmisch по прыжкам в длину. Но в остальных движениях, в особенности в прыжках в высоту с места, в бросании мяча и показателе становой силы, в противоположность выводам Oehmisch, наибольшую связь с результа-

тами демонстрируют значения веса, а не роста. Влияние же роста в двух из названных упражнений статистически несущественно (пренебрежимо мало). Учитывая, что три указанных выше упражнения — движения силового характера, можно предполагать, что в силовых упражнениях следует ориентироваться не столько на рост, сколько на вес детей.

Канонические корреляции. Каноническими корреляциями (Hottelling, 1935, 1936; Андерсон, 1963) называются максимальные корреляции между линейными функциями случайных величин, принадлежащих к двум различным множествам (в нашем случае — тестов). Иными словами, если обычный коэффициент корреляции характеризует тесноту связи между какими-либо двумя случайными величинами, множественная корреляция — между какой-либо переменной, с одной стороны, и набором переменных, с другой, то канонические корреляции характеризуют тесноту связей между двумя множествами случайных величин.

* Пусть X — n -мерный случайный вектор, R — его корреляционная матрица. Разбиваем X на два вектора размерности p и q ($p + q = n$), а R — на соответствующие 4 подматрицы

$$R = \begin{vmatrix} R_{pp} & R_{pq} \\ R_{qp} & R_{qq} \end{vmatrix}$$

где R_{pp} — корреляционная матрица p компонент первого вектора,

R_{qq} — корреляционная матрица q компонент второго вектора,

R_{pq} и R_{qp} — транспонированные по отношению друг к другу матрицы из коэффициентов корреляции между p компонентами первого вектора и q компонентами второго.

Канонические корреляции находятся через собственные числа матрицы

$$R_{can} = R_{qq}^{-1} R_{qp} R_{pp}^{-1} R_{pq}$$

Нас интересовал лишь наибольший канонический коэффициент корреляции; он равен значению квадратного корня из наибольшего собственного числа R_{can} .

Канонические корреляции целесообразно применять в тех случаях, когда надо знать степень зависимости меж-

ду двумя группами переменных. Например, в одном из экспериментов (работа Е. Н. Матвеева) изучался вопрос о том, насколько результаты в метаниях зависят от тотальных размеров тела. У 145 испытуемых (студентов института физкультуры) измерили рост, вес и размах рук, а также результаты в метании ядер разного веса — 3 кг, 800, 180 г. Канонический коэффициент корреляции между указанными антропометрическими признаками, с одной стороны, и достижениями в метаниях, с другой — был равен 0,785. Это указывает на то, что в данной группе испытуемых результаты в метаниях в решающей мере определяются размерами тела.

1.3. ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1.3.1. Основы метода

Основное предположение факторного анализа (ФА) состоит в том, что результаты, которые показывают испытуемые во многих заданиях, есть итог совокупного действия небольшого числа ненаблюдаемых факторов. Это дает возможность представить связи между большим числом переменных в терминах зависимости этих переменных от небольшого числа факторов.

Факторный анализ возник сначала не как математическая, а как психологическая теория и лишь много лет спустя получил строгое математическое обоснование.

Первоначально факторный анализ разрабатывался в виде так называемой бифакторной теории (Spearman, 1908, цит. по В. Д. Небылицыну), в которой результат выполнения любого задания рассматривается как следствие действия двух факторов: 1) генерализованного (*g* — *general*) — проявляющегося во всех заданиях без исключения и 2) специфического (*s* — *specific*) — действующего только на данный показатель. Например, когда мы измеряем у человека максимальную скорость, то с точки зрения бифакторной теории ее уровень определяется, во-первых, степенью развития качества быстроты «вообще» как некоей обобщенной способности, проявляющейся во всех движениях; во-вторых, степенью овладения именно данным движением. Как видим, такой подход очень близок к распространенной в спортивно-методической литературе точке зрения о существовании общей и

специальной выносливости, быстроты, силы и т. п. В бифакторной теории общая дисперсия выборки рассматривается как состоящая из двух частей

$$\sigma^2 = \sigma_g^2 + \sigma_s^2. \quad (1)$$

Деля обе части этого выражения на σ^2 , получаем

$$1 = g^2 + s^2, \quad (2)$$

где g^2 — доля общего (генерализованного) фактора в вариации данной переменной; s^2 — доля специфического фактора. При существовании одного общего фактора коэффициент корреляции между любыми двумя переменными (k и j) очень просто выражается через коэффициенты корреляции этих переменных с данным фактором (f), т. е. через соответствующие факторные веса

$$r_{jk} = r_{jf} \cdot r_{kf}. \quad (3)$$

Таким образом, если у нас есть n переменных, то все $\frac{n(n-1)}{2}$ возможных связей легко могут быть исчислены на

основе n факторных весов. Оценка коэффициентов r_{if} ($i=1, 2, \dots, n$) по экспериментальным данным проводится весьма просто; при этом используется тот факт, что сумма коэффициентов корреляции i -й переменной со всеми остальными пропорциональна r_{if} , т. е. ее факторному весу.

В настоящее время бифакторный анализ практически не используется, уступив место так называемой мультифакторной теории (Thurstone, 1947), в основе которой лежит представление о существовании ряда так называемых групповых факторов, каждый из которых может сказываться на результатах лишь некоторых контрольных испытаний, а каждое контрольное испытание может иметь значимые факторные веса по одному или нескольким групповым факторам. В этом случае разложение исходных переменных в факторном анализе можно представить так, как это сделано в табл. 13.

В этой таблице a_{ij} — факторный вес i -й переменной по j -му фактору, s_i — специфический фактор, e_i — ошибка измерения. Поскольку s_i и e_i в факторном анализе неразличимы, можно вместо них рассматривать их сумму:

$$s_i + e_i = u_i.$$

Таблица 13

<i>Переменные гесты, контрольные испы- тания и пр</i>	<i>Групповые факторы</i>	<i>Специфи- ческие факторы</i>	<i>Фактор ошибок</i>
	1. 2 k	1. 2 n	1. 2 n
1	a_{11} a_{12} a_{1k}	S_1	ℓ_1
2	a_{21} a_{22} a_{2k}	S_2	ℓ_2
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	a_{n1} a_{n2} a_{nk}	S_n	ℓ_n
<i>вектор наблюдений</i> X	<i>A</i> <i>Матрица факторных весов</i>	<i>S</i> <i>Матрица (вектор) специфичес- ких факторов</i>	<i>E</i> <i>Матрица (вектор) ошибок</i>
		$S + E = U$ <i>Диагональная матрица (вектор) сумм ошибок и специфических факторов</i>	

Задача факторного анализа при обработке экспериментальных данных состоит в том, чтобы оценить значения факторных весов, а также долю влияния каждого фактора на общую вариацию (обобщенную дисперсию) выборки.

* Математические основы ФА¹. Пусть X — n -мерный случайный вектор, F — k -мерный вектор, компонентами которого являются непосредственно не наблюдаемые переменные (факторы); X — математическое ожидание вектора X ; U — вектор сумм ненаблюдаемых ошибок и специфических факторов; A — матрица порядка $n \times k$ ($n > k$), элементы которой — факторные веса (factor loading);

¹ Более полно математический аппарат ФА описан в работах Thurstone (1947); Thomson (1950); Fruchter (1954); Royce (1958); Lienert (1959); Harman (1960); Horst (1965); Cattell (1965); Fruchter, Jennings (1962) и др.

N — число наблюдений над вектором X , по которым проводится оценка (например, число испытуемых).

В факторном анализе предполагается, что

$$X = AF + \bar{X} + U. \quad (1)$$

Приравняем для простоты все средние нулю ($\bar{X} = 0$) и положим $AF = Q$, тогда

$$X = Q + U. \quad (2)$$

Q принято называть общей частью (common parts), а U — специфической (unique parts) частью X .

Предполагается, что U не зависит от Q и все u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) не коррелируют между собой. Тогда матрица $M(QU') = 0$, а матрица $M(UU')$ — диагональная (M — оператор математического ожидания). Отсюда следует, что

$$M(XX') = M(QQ') + M(UU'). \quad (3)$$

Если нормировать вектор X (т. е. перейти к величинам $z_i = x_{ij}/\sigma_i$, где i — компонента вектора X , j — порядковый номер единичного наблюдения над этим вектором, σ_i — стандартное отклонение), то $M(ZZ') = R$ есть корреляционная матрица.

В соответствии с (3) ее можно разложить в виде

$$R = R_0 + U^2 = R_0 + I - H^2, \quad (4)$$

где R — исходная матрица с единицами на главной диагонали; R_0 — так называемая редуцированная матрица; U^2 — диагональная матрица из квадратов сумм специфических факторных весов и ошибок; H^2 — диагональная матрица так называемых коммунальностей (communality), I — единичная матрица.

$$U^2 + H^2 = I. \quad (5)$$

Разложению в факторном анализе подвергается обычно матрица R_0 , определяемая из формулы (4). Идея метода состоит в том, что R_0 аппроксимируется произведением

$$R_0 = A_0 \cdot A_0', \quad (6)$$

где A_0 — матрица факторных весов; A_0' — матрица транспонированная к A_0 . Порядок A_0 равен $n \times k$ ($n > k$). Факторы $f_1 f_2 \dots f_k$ предполагаются некоррелированными (отказ от этого предположения ведет к так называемым облическим формам ФА). В этом случае факторные веса можно рассматривать как коэффициенты в линейном уравнении регрессии для оценки переменных по факторам.

При оценке A_0 обычно применяют так называемый метод главных компонент, идея которого состоит в следующем.

Поскольку R_0 действительная симметрическая матрица, то путем ортогонального преобразования подобна ей можно привести к диагональному виду

$$B^{-1} R_0 B = L,$$

откуда

$$R_0 = B L B^{-1}. \quad (7)$$

или ввиду ортогональности B

$$R_0 = B L B', \quad (8)$$

где L — диагональная матрица, составленная из характеристических корней R_0 с учетом их кратности; B — ортогональная преобразующая матрица, столбцами которой являются собственные векторы R_0 , образующие ортонормированную систему, B^{-1} — матрица, обратная к B , и B' — транспонированная матрица.

Из (7) имеем

$$R_0 = B L^{1/2} \cdot L^{1/2} B' = A_0 \cdot A_0', \quad (9)$$

откуда

$$A_0 = B L^{1/2}, \quad (10)$$

где $L^{1/2}$ — диагональная матрица из квадратных корней собственных чисел. Таким образом, столбцы матрицы факторных весов могут быть получены как произведения собственных векторов матрицы R_0 на значения квадратного корня из соответствующих характеристических чисел.

Решение векового уравнения матрицы R_0 и составляет наиболее существенную часть вычислительных процедур факторного анализа. Геометрически описанные преобразования равноценны вращению исходной системы координат таким образом, чтобы новые базисные оси (в ФА их принято называть референтными осями) совпали с осями симметрии (главными осями) распределения вектора X .

Изложенная выше общая схема имеет некоторые варианты в зависимости от того, как определяются оценки коммуналностей (H^2). Здесь нет единого мнения (обсуждение существующих точек зрения см. Anderson a. Rubin, 1956; Cooley a. Lohnes, 1962; Cattell, 1965; Horst, 1965, и др.). Различают два варианта:

1) оценки коммуналностей принимают равными единице. Это так называемая закрытая модель ФА. Ортогональный вариант закрытой модели с решением по методу главных компонент без последующего вращения по правилам «простой структуры» (см. ниже) иногда называют компонентным анализом (Rao, 1952; Kendall, 1954);

2) оценки коммуналности берут ниже единицы, рассчитывая их по эмпирическим данным («открытая модель»).

Мы пользовались как закрытой, так и открытой моделью; в последнем случае оценки коммуналности вычислялись по методу «триад» (Нагман, 1960).

$$h_i = \frac{r_{ik} \cdot r_{il}}{r_{kl}}, \quad (11)$$

где h_i — оценка коммуналности i -того признака,
 r_{ik} , r_{il} — наибольшие (по модулю) коэффициенты корреляции признака i ;

r_{kl} — коэффициент корреляции между признаками k и l .

Решения, получаемые в результате применения метода главных компонент, будучи построенными на строгой математической основе, к сожалению, не всегда приводят к легко интерпретируемым данным. Поэтому Thurstone (1947) предложил подвергать референтные оси дополнительной ротации, ориентируясь на требования так называемой «простой структуры».

В последние годы не раз предпринимались попытки предложить для этого ряд алгоритмических процедур, пригодных для выполнения расчетов на ЭВМ. К этим методам ротации относятся так называемые квартимакс (Wrig'ey a. o., 1958), варимакс (Kaiser, 1958), облимакс (Pinzka, Saunders, 1954), облимин (Carroll, 1958), тахplane programm (Cattell, 1960), ротоплот (Cattell, 1963) и др. Литературные рекомендации последних лет (Cooley a. Lohnes, 1962; Horst, 1965) заставили нас предпочесть для этой цели варимакс-критерий Kaiser (1958), суть которого состоит в следующем.

Простота (simplicity) какого-либо фактора определяется в данном случае как дисперсия квадратов соответствующих факторных весов.

$$V_j = \left[n \sum_i (a_{ij}^2)^2 - \left(\sum_i a_{ij}^2 \right)^2 \right] / n^2,$$

где V_j — простота (дисперсия квадратов), a_{ij} — факторный вес переменной i по фактору j ($i = 1, 2 \dots n$; $j = 1, 2 \dots k$). Варимакс-критерий состоит в требовании максимизации сумм

$$V = \sum_j V_j = \max.$$

По ряду соображений (в частности, для получения несмещенных оценок) значения a_{ij} нормируются путем деления на соответствующие коммуналности h_i^2 .

Окончательно варимакс-критерий определяется через соотношение

$$V = \sum_j \left[\left[n \sum_i (a_{ij}^2 / h_i^2)^2 - \left(\sum_i a_{ij}^2 / h_i^2 \right)^2 \right] / n^2 \right] = \max.$$

Таким образом, решение ищется в виде

$$A = A_0 T,$$

где A_0 — матрица факторных весов, полученная методом главных компонент, T — ортогональная преобразующая матрица, выбранная таким образом, чтобы простота (V) матрицы была максимальной. Отметим, что это преобразование (геометрически соответствующее вращению референтных осей) не изменяет значений n коммуналностей:

$$\sum_i a_{ij}^2 = h_i^2 = \text{const.}$$

Одно из главных достоинств варимакс-критерия — высокая устойчивость относительно состава исходного набора тестов: замена одних тестов другими (к ним близкими) мало влияет на итоговый результат (Kaiser, 1958, и др.).

Расчет по методу главных компонент весьма трудоемок. Нагман (1960), например, приводит такой пример: при расчете факторных весов для матрицы 24-го порядка на клавишных электрических машинах на вычисление факторных весов первого фактора ушло 70 часов, на расчет последующих — по 40 часов на каждый. Трудоемкость вычислений требует перенесения расчетов на электронно-вычислительные машины.

Использованная нами программа основана на методе Якоби (см. Д. К. Фадеев и В. Н. Фадеева, 1963), сущность которого заключается в приведении матрицы R_0 к диагональному виду путем последовательных ортогональных преобразований таким образом, что в каждой итерации один из элементов вне главной диагонали приводится к нулю.

В отдельных случаях (для ручной обработки) мы использовали так называемый центроидный метод, представляющий собой приближенную аппроксимацию метода главных компонент (Fruchter, 1957, и др.). В этом случае ротация референтных осей проводилась графически в соответствии с процедурой, предложенной Zimmermann (1939).

1.3.2. Факторный анализ и некоторые проблемы теории спорта

В терминах факторного анализа может быть сформулирован ряд важных для теории спорта проблем. ФА не только предоставляет для этого удобный язык, но и, что еще важнее, позволяет осуществить численное решение

таких задач, где до этого господствовали чисто умозрительные представления. Выделим здесь четыре вопроса: 1) ФА и структура физических качеств, 2) факторная структура тренированности, 3) ФА и перенос тренированности, 4) ФА и задача выбора тестов.

Проблема структуры физических качеств. Большое число физических упражнений, используемых в практике, и сложность их взаимовлияний заставляют искать какой-то общий подход, который бы дал возможность представить в сжатом виде все многообразие отношений между разными двигательными заданиями. В теории физического воспитания это давно пытались сделать — были введены понятия о физических качествах, т. е. таких сторонах двигательных возможностей человека, которые проявляются сходным образом в большом числе разнообразных движений. Однако в вопросе о структуре физических качеств многое остается неясным.

Здесь, по существу, встают два вопроса. Первый — сколько физических качеств объективно существует. Второй — какова структура отдельных физических качеств (например, быстроты, выносливости и т. п.).

После известных работ А. Д. Новикова (1941, 1946, 1949), подвергнувшего первый из названных выше вопросов теоретическому анализу, в отечественной теории физического воспитания прочно утвердилось представление о существовании четырех основных физических качеств: мускульной силы, быстроты, выносливости и ловкости. В зарубежной литературе обычно выделяют большее число физических качеств¹ — до 17 (см., например, Fleishman, 1964; Varrow a. McGee, 1965).

В спортивно-методических изданиях в большинстве случаев упоминают лишь об общей и специальной формах проявления отдельных физических качеств. Однако и здесь с годами стала выясняться все более сложная картина. Скажем, такое качество, как выносливость.

¹ Термин «физические (или двигательные) качества» сравнительно недавно утвердился в нашей литературе. До 1950 г. было более распространено выражение «психофизические качества». В современной зарубежной литературе единого установившегося термина нет. Чаще всего применяют трудно переводимое выражение «psychomotor ability», которое приблизительно соответствует нашему «психомоторная способность». В дальнейшем, описывая результаты зарубежных исследований, будем применять термин «физические качества».

В пособиях начала века говорилось просто о выносливости (например, бегуна); затем выделили общую и специальную (зависящую от длины дистанции) выносливость; потом добавили скоростную; после успехов австралийской и новозеландской школ бега стали говорить о силовой выносливости бегуна. Известно, что выносливость в локальной силовой работе («мышечная» выносливость, по американским авторам) и выносливость в работах, связанных со значительной активизацией деятельности сердечно-сосудистой и дыхательной систем («вегетативная» выносливость, *circulo-respiration endurance*), мало связаны между собой (McCloy, 1956). Что это такое — скоростная, силовая, общая, «мышечная», «вегетативная» выносливость, в чем они проявляются, как их измерить, каково соотношение между ними? Здесь многое неясно.

Если не использовать язык изложенной в 1.2.1 модели, то эти вопросы не только не удастся решить, но даже четко поставить (интересно отметить, что в публикациях, посвященных проблеме физических качеств, обычно нет даже попытки дать определение физических качеств, хотя в реальности их существования никто не сомневается). В терминах же факторного анализа физическое качество легко и естественно определяется как фактор, влияющий на достижения в группе сходных заданий. Этот фактор (физическое качество) может быть выделен в эксперименте, а степень его влияния на результаты в тестовых заданиях может быть количественно оценена.

По-видимому, первым, кто ввел методы факторного анализа в исследование двигательных способностей, был Барт (Burt 1925, cited by Highmore, 1956). Используя бифакторную модель, он выделил хорошо выраженный *general* — фактор «*g*» (в работах подобного направления, выполненных в последние годы, фактор «*g*» получил название «общая тренированность» — Зациорский В. М. и Годик М. А., 1962, 1963) и ряд специфических факторов. В дальнейшем эти работы были продолжены (Philips 1949; Thomson, 1950; Highmore, 1956; McCloy, 1956; Cousins, 1955; Barker, 1964; Ismail a. o., 1963, 1965, и мн. др.) и большая часть их результатов была суммирована в обзорах Guilford (1958) и Fleishman (1964).

Эти работы показывают, что проблема структуры физических качеств еще далеко не решена. Это объясняется несколькими причинами: небольшим количеством иссле-

дований по данной теме, недостаточным числом тестов и испытуемых в отдельных экспериментах, сложностью самой проблемы. Общий недостаток упомянутых работ — эмпиризм, весьма характерный для американских исследований этого направления. Отмеченные авторы, как правило, не имели каких бы то ни было теоретических предпосылок, определяющих выбор набора тестов. Подобный, сугубо эмпирический, подход может быть оправдан как прием, применимый на определенном этапе исследования, но не как постоянно используемый научный метод. При исследовании факторной структуры физических качеств он тем более неоправдан, поскольку, вообще говоря, структура выявляемых качеств всецело зависит от того, какие тесты будут включены в исследуемый комплекс. Так, например, если в набор тестов, подлежащих исследованию, не включить упражнения, требующие выносливости, то естественно, что это качество и не выйдется в факторном анализе.

Наиболее масштабные исследования в этой области проведены в США Fleishman по заказу военно-воздушных и военно-морских сил. В первой серии работ изучались, в основном, мануальные двигательные задания, возникающие при управлении машинами (самолет, танк, автомобиль, пульт управления и т. п.). Испытуемыми в экспериментах были большие группы (200—400 человек) солдат, которые обследовались по 30—50 тестам. По данным измерений проводился факторный анализ. Итоги этих экспериментов Fleishman суммировал в нескольких журнальных обзорах (1960—1964). Эти исследования позволили выявить структуру двигательных качеств (всего 6), проявляющихся в экспериментальных наборах тестов. Вторая серия работ Fleishman стоит гораздо ближе к запросам физического воспитания и спорта. В ней была сделана попытка создать систему стандартов физической подготовленности молодежи США. Эта работа будет обсуждена ниже.

Что касается структуры отдельных физических качеств, то вопрос этот исследован мало (обзор, см. М. А. Годик, 1966). Даже наиболее обстоятельные работы (лаборатории физического воспитания Калифорнийского университета — Henry, Lotter, Smith, 1959—1965) по структуре двигательных скоростных качеств включали в экспериментальный комплекс столь небольшое число

скоростных заданий (не больше 3—6), что полученные результаты, по существу, носят лишь разведочный характер и не дают оснований для сколь-нибудь широких обобщений.

Проблема структуры тренированности и ее модельное представление. Характерной чертой современной методики спортивной тренировки является единство аналитического и синтетического подхода¹. В настоящее время выражено стремление не только в синтезе совершенствовать все те свойства, от которых зависит результат спортсмена, но и воздействовать на них избирательно, аналитически. Для этого подбираются упражнения, влияющие преимущественно на одно физическое качество, одну группу мышц и т. п. Но для того чтобы тренировать, надо знать, что именно следует тренировать. Иными словами, надо знать, от каких функций и от какой их степени зависят результаты в данном виде спорта. Что, например, определяет успех спортсмена в беге на 100, 1500, 10 000 м?

Все, по-видимому, согласятся с такими рассуждениями: для спринтера быстрота имеет большее значение, чем для бегуна на 10 000 м; наоборот, для стайера гораздо важнее выносливость и т. п. Внутренняя логика высказанной мысли такова: выделены ведущие факторы, определяющие результат в беге на разные дистанции (быстрота, выносливость), и проведена оценка степени важности этих факторов (в виде словесных оценок: больше, важнее).

В течение долгого времени в спорте удовлетворялись примерно той точностью суждений, которая выражена в приведенном примере. В настоящее время она едва ли достаточна. Постараемся показать это на одном примере.

От чего зависят результаты спринтера? Почему А. Хари и Р. Хейес бегут 100 м за 10,0 сек., а наши спортсмены не могут? Чего им не хватает?

По неподтвержденным пока данным американских исследователей Henry a. Trafton (1951), кривая скорости в спринтерском беге с очень большой точностью (при коэффициенте корреляции между предсказанными и дей-

¹ Эта мысль неоднократно звучала в устных выступлениях А. А. Тер-Ованесяна, у которого ее и воспринял автор.

ствительными значениями, равными 0,98—0,99) может быть описана уравнением:

$$V(t) = V_m(1 - e^{-kt}),$$

где $V(t)$ — значение скорости в момент времени t , V_m — максимальное значение скорости, t — время, e — основание натуральных логарифмов, k — индивидуальная константа, характеризующая ускорение при разгоне со старта.

Значения V_m и k не коррелируют между собой. Иными словами, способность быстро бежать, «дистанционная скорость» и способность быстро набирать скорость, «стартовое ускорение», не зависят друг от друга. Можно показывать очень высокую скорость в беге с ходу и медленное ускорение со старта, и наоборот. В свою очередь, оба указанных свойства (V_m и k) зависят от длины и частоты шага. Скорость бега — произведение длины и частоты шагов.

По мнению Hoffmann (1964), экспериментально недостаточно проверенному, длина шага зависит от силы сгибателей ног, частота от силы сгибателей тазобедренного сустава и туловища. Чего же не хватает нашим спринтерам? Недостаточны ли у них V_m и k , длина шагов и их частота, сила каких мышечных групп?

Без ответа на эти вопросы тренировку правильно не построить. Чтобы знать, как надо тренироваться, надо знать, что следует тренировать. В этом и заключается основная проблемы структуры тренированности. Конкретно же она сводится к трем вопросам:

1) от каких факторов зависят результаты спортсмена в данном виде спорта;

2) какова зависимость между факторами;

3) какова степень важности каждого из факторов.

Ответить на поставленные вопросы в значительном числе случаев позволяет модель факторного анализа. В данном случае она очень проста; сложны лишь способы численной оценки входящих в нее параметров. Основное ее предположение: результат спортсмена определяется суммарным действием многих факторов, доля влияния которых различна. Пример: результат спортсмена в беге на разные дистанции неодинаково зависит от его аэробных и анаэробных возможностей. Пусть X — показатель анаэробных возможностей спортсмена, Y — пока-

затель его аэробных возможностей. Тогда, следуя модели ФА, запишем:

$$\text{результат в беге} = aX + bY + c,$$

где a и b — коэффициенты, различные на разных дистанциях, c — это «все остальное», от чего зависит результат в беге, кроме аэробных и анаэробных возможностей. Коэффициент a будет велик в беге, скажем, на 400 и 800 м и мал в беге на 3000 м; значения b увеличиваются с ростом дистанции. Запишем то же в общей форме:

$$T = \sum_{i=1}^{i=k} a_i f_i + \sum_{i=1}^{i=k} s_i.$$

Здесь T — спортивный результат, f_i — ненаблюдаемые факторы, число которых заранее неизвестно. Эти факторы проявляются не только в данном движении, но и в группе других движений (например, не только в беге, но и в ходьбе); поэтому они называются групповыми факторами. a_i — коэффициенты (факторные веса), указывающие долю влияния отдельных факторов на достижение спортсмена, s_i — специфические факторы, которые влияют только на результат в основном упражнении и не проявляются в других тестах.

Численная оценка параметров ФА проводится таким образом: у большого числа спортсменов измеряют результаты по большому числу тестов, включая сюда и то основное упражнение, в котором соревнуются спортсмены. Затем рассчитывают коэффициенты корреляции для каждой пары исследованных показателей. После этого специальными математическими приемами (это, собственно, и есть ФА) выделяют основные факторы, обусловившие появление связей, и численно оценивают факторные веса.

Аналогичным путем удавалось выявить основные факторы, обуславливающие эффективность деятельности летчиков (Fleishman, Ornstein, 1960), радиотелеграфистов (Fleishman, 1958) и др.

Естественно, что факторная модель структуры тренировки, как и любая модель, имеет свои ограничения, свои недостатки. Некоторые из них в принципе устранимы. Например, огромная трудоемкость расчетов намного уменьшается, если используются электронно-вычисли-

тельные машины; требование нормальности распределения признаков устраняется при помощи применения непараметрических показателей связи. По-видимому, не принципиальны также ограничения линейности. В последние годы успешно развивается нелинейный факторный анализ (Roderick, 1962, Horst, 1965).

По нашему мнению, самым серьезным ограничением будет предположение, что действие отдельных факторов на спортивный результат суммируется (как принято говорить в математике — аддитивно). Однако могут наблюдаться и не аддитивные соотношения. Задача экспериментов — определить, как часто имеет место аддитивность¹.

Очень интересно было бы создать модели, где учитывалось бы не только аддитивно-параллельное действие факторов, но и их последовательное действие, приводящее к так называемому «эффекту бутылки», когда одно «узкое» звено цепи ограничивает действие всех остальных звеньев. Например, для аэробных возможностей человека подобным узким местом чаще всего является производительность сердца (Р.—О. Astrand, 1956; H. Reindell u. a., 1960).

Факторный анализ и перенос тренированности. Если человек упражняется в каких-либо движениях, то его показатели в них улучшаются (специфический эффект тренировки). Однако одновременно может произойти улучшение результатов в таких упражнениях, в которых спортсмен специально не тренировался (неспецифический эффект). Это явление получило название переноса тренированности (или переноса упражненности, переноса эффекта тренировки, результатов тренировки и т. п.) (англ. *transfer of training*; немецкое *Übertragung des Trainingszustandes*). Перенос тренированности в отношении двигательных действий является частным случаем переноса адаптационного эффекта. Под последним понимается неспецифическое повышение функциональных возможностей организма вследствие адаптации к специальным условиям.

¹ Не следует смешивать проблему структуры тренированности в том виде, как она здесь поставлена, с ее факторной моделью. Эта модель, естественно, ограничена; но, во-первых, сейчас уже ясно, что во многих случаях она может дать ценные данные, во-вторых, пока никто не указал лучшей модели.

Приведенная «классическая» постановка вопроса о переносе тренированности с одной деятельности на другую естественным образом приводит к определенной схеме экспериментов. Она основана на первоначальном обучении или совершенствовании в деятельности (А) с последующим определением того, как эта тренировка скажется на скорости овладения или качестве выполнения другой деятельности (Б). Многочисленные варианты этой (будем называть ее «классической») схемы экспериментирования проанализированы в ряде работ (Sandiford, 1941; Вудвортс, 1950).

Эксперименты «классического» типа наглядны, но в то же время имеют ряд отрицательных черт (обзор, см. В. М. Зациорский, 1965), которые заставили основное внимание уделить не собственно переносу, а изучению взаимосвязей между достижениями в разных заданиях. Выше (I.2.1) уже отмечалось, что это привело к быстрому увеличению данных о корреляционных связях между различными упражнениями. Это, в свою очередь, сделало накопленный фактический материал труднообозримым.

Если на первых порах ограничиться по преимуществу задачей определения внешнего эффекта переноса, то неопценную помощь здесь может оказать модель факторного анализа. С точки зрения этой модели, величина взаимовлияния двух двигательных заданий будет определяться факторами, совместно действующими в этих заданиях. Проблема переноса выглядит в данном случае следующим образом. Пусть есть два действия i и j , результаты которых зависят от факторов f_1, f_2, \dots, f_k с факторными весами $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik}$ и $a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jk}$ соответственно для действий i и j (в частном случае факторные веса могут быть равны 0). Тогда, если все факторные веса, не равные нулю для одного действия, равны нулю для другого, то переноса нет, поскольку результаты в этих движениях определяются разными факторами. Наоборот, если хотя бы некоторые из a_{im} и a_{jm} ($1 \leq m \leq k$) одновременно не равны нулю, то перенос есть.

Наиболее обстоятельно исследовал связь между ФА и переносом Heinonen (1962)¹, который в серии экспери-

¹ От автора: при подготовке предыдущих публикаций по этому вопросу (1965) я, к сожалению, не знал о работе Heinonen, опубликованной в малораспространенном журнале «Scandinavian Journ. of Psychology» и поэтому не упоминал о ней.

ментов на двигательных заданиях мануального типа показал, что при тренировке в одном из заданий величина переноса на другие прямо зависит от степени сходства их факторной структуры. Схема экспериментов была следующей.

<i>Ситуация I</i>	<i>Ситуация II</i>	<i>Ситуация III</i>
Факторный анализ тестов <i>a, b...</i>	Тренировка в тесте <i>k</i>	Факторный анализ тестов <i>a, b...</i>

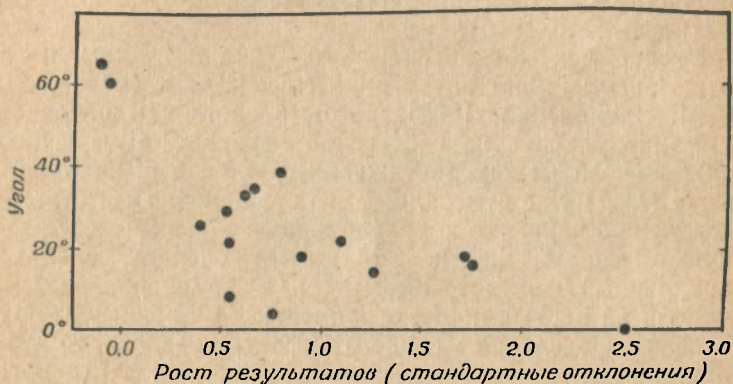


Рис. 6. Зависимость величины переноса от степени сходства факторной структуры:

по горизонтали — рост результатов за счет переноса тренированности; по вертикали — угол в факторном пространстве между вектором k и векторами, соответствующими другим тестам (угол оценивали через косинус, который, в свою очередь, получали как так называемый редуцированный коэффициент корреляции путем векторного умножения векторов факторных весов теста k и других тестов)

Пример полученных Нейпеп результатов приведен на рис. 6. Видно, что чем больше сходство между факторной структурой теста k и другими тестами, тем больше перенос с k на эти задания.

Факторный анализ и практические задачи определения физического состояния (задача выбора тестов). Одна из самых больших трудностей при определении физического состояния человека (в частности, его физической подготовленности) — чрезвычайно большое число показателей, по которым можно производить оценку. Пользоваться сразу всеми показателями практически невозможно — их слишком много, да и не нужно, так как

нередко они характеризуют одни и те же способности (качества) человека. Задача же определения физической подготовленности встает очень часто (комплекс ГТО и т. п.). К сожалению, до сего времени при разработке системы нормативных оценок физической подготовленности выбор контрольных упражнений осуществляется без достаточного обоснования. ФА позволяет делать это на строго научных основах. Логика подхода очевидна. У нас есть, скажем, 50 упражнений-«кандидатов», с помощью которых мы можем оценивать уровень физической подготовленности. По результатам выполнения этих упражнений проводят ФА, выделяя основные факторы и упражнения, их наилучшим образом оценивающие. Этот подход весьма близок к задаче определения структуры физических качеств. Он отличается от нее, пожалуй, лишь несколько иным отношением к выбору исходного набора тестов; в данном случае приобретает значение такая сторона, как простота проведения испытаний.

Наиболее масштабное исследование в этом направлении проведено с целью создания «стандартов физической подготовленности» молодежи США. Его результаты описаны в монографии Fleishman (1964). Исследование активно поддерживалось правительством США и субсидировалось военно-морскими силами. На группах новобранцев (по 200—400 человек в каждой) опробовалось большое число тестов (всего около 100). Затем на основе факторного анализа (центроидный метод с ротацией по варимакс-критерию) было выделено 9 контрольных упражнений. По этим упражнениям были проведены массовые испытания в 45 городах страны, что позволило составить так называемую перцентильную шкалу оценки физической подготовленности.

Ниже (разделы 1.3.3, 1.3.4 и 1.3.5) излагаются результаты собственных экспериментальных исследований, построенных на основе ФА.

1.3.3. Исследование факторной структуры скоростных двигательных качеств

Факторная структура временных показателей простых сенсомоторных реакций. В практике физического воспитания и спорта часто приходится реагировать на внезапно появляющийся раздражитель. При этом возможны сигнала

лы различной модальности (например, зрительный — в боксе, баскетболе; слуховой — на старте в легкой атлетике, плавании; тактильный — в борьбе и т. п.). Отвечают на раздражители спортсмены различными частями тела. В связи с этим встает вопрос о зависимости между показателями времени простой двигательной реакции при различных разновидностях раздражений и реакций.

Исследование подобных зависимостей имеет прямое отношение к выбору специальных упражнений, которые должны способствовать совершенствованию двигательной реакции.

Многочисленные исследования показывают, что наблюдаются высокие корреляционные зависимости между различными показателями простой реакции на сигнал одной и той же модальности (Lanier, 1934; Thurstone, 1938; Seashore a. o., 1940, 1941; Guilford, 1958; Henry, 1960, и др.). Однако в работе Seashore a. o. (1941), где использовался ФА, показано, что время реакции иногда не является единым фактором и что, по-видимому, возможно выявление региональных способностей к реагированию отдельными частями тела. Иными словами, способность быстро реагировать, допустим, рукой не означает способности к быстрому ответному движению какой-либо другой частью тела.

Нужно, однако, оговориться, что Seashore a. o. (1940, 1941) не удалось получить достаточно четких результатов в этих исследованиях (полученные факторные веса были очень невелики). Нам не известны работы (после статей Seashore a. o.), где бы этот вопрос был вновь исследован экспериментально. Что касается влияния вида раздражителя на время двигательной реакции, то, как отмечает в своем обзоре Guilford (1958), неясно, будет ли способность к быстрому реагированию, скажем, на звуковой раздражитель указывать на способность к столь же быстрому реагированию на другие сигналы (зрительный, тактильный и т. п.).

Методика. В эксперименте, проведенном Ю. И. Смирновым, приняли участие 60 юношей 15—18 лет.

Эксперимент проходил следующим образом. Каждому испытуемому давалась краткая инструкция: реагировать как можно быстрее на обусловленный сигнал. В каждой ситуации опыта испытуемым предлагалось выполнить три пробные и девять основных попыток. В последующую обработку брался средний результат основных по-

пыток. Чтобы предотвратить выработку условных рефлексов на время, предварительные сигналы давались через различные интервалы времени. Испытуемый находился в одной комнате, экспериментатор — в соседней. Чтобы устранить возможные помехи, вызванные порядком следования раздражителя и ответом на него, эксперимент строился по схеме двойного латинского квадрата 3×3.

Полученные данные представлены в табл. 14.

Таблица 14

Время двигательной реакции при разных условиях опыта (средние величины и стандартные отклонения, в мсек.)

Эффектор	Сигнал		
	световой	звуковой	тактильный
Рука	229 ± 26,7	200 ± 24,8	180 ± 24,6
Нога	250 ± 36,4	260 ± 34,4	194 ± 24,5
Челюсть	201 ± 33,7	180 ± 25,9	150 ± 26,0

Видно, что время простой двигательной реакции для различных частей тела и сигналов разной модальности неодинаково. Подобного рода соотношения мы находим и у других исследователей.

Для определения статистической существенности отмеченных различий был проведен двухфакторный дисперсионный анализ, результаты которого представлены в табл. 15.

Таблица 15

Результаты дисперсионного анализа

Рассеивание	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы	Дисперсия	Отношение дисперсий	Критическое значение F
Общее	4495	269	—	—	—
По эффекторам	770,3	2	385,1	35,0	4,71
По сигналам	833,2	2	416,6	37,8	4,71
По взаимодействию: эффект × сигнал	19,2	4	4,8	0,4	3,41
Остаточное	2872,2	261	11,0	—	—

В графе «Отношение дисперсий» приведены конечные результаты дисперсионного анализа, указывающие, что влияние таких факторов, как различная модальность сигнала и различные эффекторы, статистически значимо. Соответствующие табличные значения пятипроцентного уровня значимости намного ниже тех, которые получились в нашем эксперименте. Специально следует подчеркнуть, что взаимодействие двух факторов (эффектора и сигнала) практически отсутствовало. Иначе говоря, изменения модальности сигнала или реагирующей части тела влияют на результат независимо друг от друга, уменьшая или увеличивая время реакции. Этот факт косвенно оправдывает применение к нашим данным ортогонального варианта ФА.

В итоге анализа (центроидный метод) выделены три фактора, факторные веса которых представлены в табл. 16.

Таблица 16

Результаты факторного анализа

Тест		Факторные веса		
раздражитель	эффектор	I	II	III
Свет	Рука	700	390	180
	Нога	758	-450	015
	Челюсть	898	025	-370
Звук	Рука	789	010	070
	Нога	808	-385	000
	Челюсть	753	185	175
Тактильный	Рука	828	000	-300
	Нога	813	-272	195
	Челюсть	747	168	120

Первый фактор дает высокие и практически одинаковые факторные веса во всех исследованных тестах. Мы предположительно интерпретировали этот фактор как время центральной задержки, не зависящей от специфики сигнала или реагирующей части тела. Существование этого фактора хорошо согласуется с непосредственными измерениями времени прохождения нервного сиг-

нала в цепи «рецептор — ЦНС — эффектор». Как известно, основная доля скрытого времени реакции уходит на обработку афферентного сигнала в ЦНС и формирование афферентной импульсации.

Второй фактор разделяет различные виды реакции в зависимости от специфики реагирующей части тела. Все реакции, осуществляемые ногой, дали отрицательные факторные веса. Реакции, выполненные рукой и челюстью, дают положительные факторные веса. По-видимому, этот фактор можно интерпретировать как специфическую способность к реакции определенной частью тела.

Третий фактор не удалось четко идентифицировать.

Факторная структура двигательных скоростных способностей. Исследование, проведенное по данным, полученным при выполнении скоростных двигательных заданий, имело своей целью выявить структуру физического качества быстроты. Вопрос о том, является ли быстрота единым двигательным качеством или это лишь собирательное понятие для обозначения некоторого комплекса свойств, не раз ставился в литературе.

Задачи настоящих исследований были ограничены выявлением структуры так называемых элементарных форм проявления быстроты; в набор тестов было включено лишь небольшое число сложных мышечных синергий.

Методика. Было проведено два эксперимента, отчасти дублировавших друг друга (диссертационная работа М. А. Годика). В первом участвовали 100 студентов института физкультуры (36 мастеров спорта, 51 перворазрядник, 13 второразрядников); во втором — 114 человек, поступавших в институт (7 мастеров спорта, 56 перворазрядников, 51 второразрядник). Для определения скоростно-временных и частотных характеристик движений применялся комплекс оригинальных измерительных установок, обеспечивающих высокую точность измерения. Время движений фиксировали с помощью полупроводникового фотоэлектронного усилителя, подключенного к печатающему хронографу 21-П.

Набор применявшихся тестов приведен в табл. 17—19. На рис. 7, 8, 9 даны (как примеры) изображения некоторых экспериментальных заданий. В заданиях 1—12 (табл. 17) одновременно регистрировалось время реакции, время трех частей движения, время целостного движения. В испытаниях 13—18 измеряли время движения и время реакции. Таким образом, в тестах 1—18 на каждом испытуемом регистрировали 72 показателя ($5 \times 12 + 2 \times 6 = 72$). Точность измерения в заданиях — 1—18 равнялась 10^{-3} сек.; в заданиях 19—26 — около 0,1%.

Надежность повторного тестирования (test — retest reliability) была достаточно высокой (расчеты внутриклассовой корреляции дали

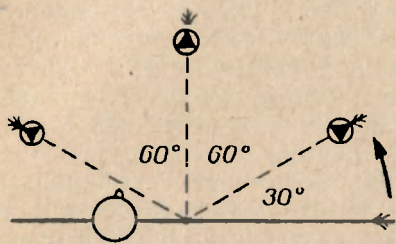


Рис. 7. Движение правой рукой в горизонтальной плоскости

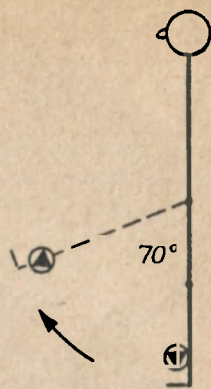


Рис. 8. Движение ногой снизу вверх в вертикальной плоскости

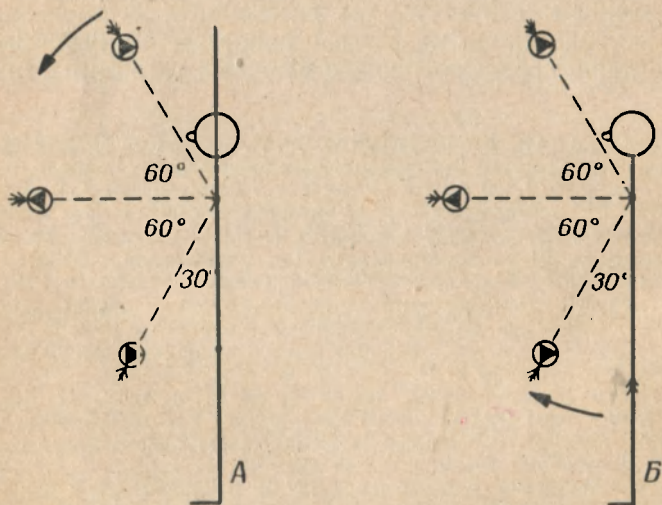


Рис. 9. Движение сверху вниз (А) и снизу вверх (Б) в вертикальной плоскости

Виды испытаний

№ п/п	Исходное положение	Движение	Количество повторений	
			1-й эксперимент	2-й эксперимент
<i>а) Движения руками в вертикальной плоскости</i>				
1	Лицом к прибору; правая рука вверх	Дугой вперед правая рука вниз	23	11
2	Лицом к прибору; левая рука вверх	Дугой вперед левая рука вниз	23	
3	Боком к прибору; правая рука вверх	Дугой в сторону правая рука вниз	23	
4	Боком к прибору; левая рука вверх	Дугой в сторону левая рука вниз	23	11
5	Основная стойка; лицом к прибору	Дугой вперед правая рука вверх	23	
6	То же	Дугой вперед левая рука вверх	23	
7	Основная стойка; боком к прибору	Дугой в сторону правая рука вверх	23	
8	То же	Дугой в сторону левая рука вверх	23	
<i>б) Движения руками в горизонтальной плоскости</i>				
9	Правая рука в сторону	Дугой в сторону правая рука налево	23	
10	Левая рука в сторону	Дугой в сторону левая рука направо	23	11
11	Правая рука в сторону слева	Дугой в сторону правая рука направо	23	11
12	Левая рука в сторону справа	Дугой в сторону левая рука налево	23	
<i>в) Движения ногами</i>				
13	Основная стойка; лицом к прибору	Мах правой вперед	20	11
14	То же	Мах левой вперед	20	11
15	Основная стойка; боком к прибору	Мах правой в сторону	20	11
16	То же	Мах левой в сторону	20	11
17	Стоя на левой, правая вперед	Махом правой вниз основная стойка		11
18	Стоя на правой, левая вперед	Махом левой вниз основная стойка		11

Виды испытаний

№ п/п	Исходное положение	Движение	Колич. пов-торений
<i>г) Максимальный темп движения</i>			
19	Сидя на стуле, рука лежит на столе, предплечье фиксировано	Постукивание правой кистью	Задание выполнялось 2 раза по 5 сек.
20	То же	Постукивание левой кистью	
21	Основная стойка; лицом к прибору	Постукивание дугой вперед-назад правой рукой	
22	То же	То же левой рукой	
23	Основная стойка; боком к прибору	То же правой рукой в сторону	
24	То же	То же левой рукой	
25	Сидя на стуле, пятка фиксирована	Постукивание правой стопой	
26	То же	Постукивания левой стопой	

по всем тестам величины выше 0,90)¹. В тестах 1—18 в дальнейшую обработку брали значения медианы; в тестах 19—34 — лучший результат.

Данные обработаны на электронно-вычислительных машинах. Программа расчетов позволяла вычислять: 1) векторы средних величин; 2) векторы стандартных отклонений; 3) матрицу коэффициентов корреляции (порядок матрицы не выше 90); 4) собственные значения (характеристические числа) корреляционной матрицы; 5) матрицу факторных весов. Расчет оценок коммуналности проводился методом триад.

Учитывая, что на доступных нам в то время электронно-вычислительных машинах проведение факторного анализа матриц выше 30—40-го порядка требовало бы обращения к внешней памяти машин, что по понятным причинам было нежелательно, корреляционные матрицы разбивались на ряд подматриц 10—40-го порядка, которые обрабатывались независимо друг от друга.

¹ Непгу (1959), специально исследовавший вопрос о надежности измерений таких показателей, как время движения и время реакции, рекомендует в случаях, когда необходимо провести индивидуальное различие испытуемых, делать около 20 повторных измерений на каждом испытуемом. В основном (первом) эксперименте было сделано по 23 таких измерения.

Виды испытаний

№ п/п	Исходное положение	Название упражнения или измеряемый показатель	Колич. повторений	Точность измерения
<i>д) Прочие задания</i>				
27	Стандартное положение, принятое при измерении становой силы	Измерение максимальной становой силы	2	±1 кг
28	То же	Измерение времени достижения $\frac{1}{2}$ от максимума силы	3	10^{-4} сек.
29	» »	Измерение времени достижения величины силы 50 кг	3	10^{-4} сек.
30	Привычный подсед	Измерение времени полета при прыжке вверх	3	10^{-4} сек.
31	Стоя на тумбе высотой 30 см	Измерение времени отталкивания после спрыгивания на платформу	3	10^{-4} сек.
32	Низкий старт	Измерение времени на отрезках 100-метровой дистанции	1	10^{-2} сек.
33	Произвольное	Прыжок в высоту с разбега	По 3 попытки на каждой высоте	± 1 см
34	»	Толкание ядра	3	± 1 с

Результаты. Полученные корреляционные матрицы первого и второго экспериментов состоят соответственно из 3828 и 1891 коэффициентов корреляции. Привести их здесь полностью не представляется возможным, да это бы и мало что дало, так как столь большие таблицы непосредственно почти необозримы. Как пример наблюдавшихся зависимостей приведем две небольшие подматрицы, достаточно типичные для тестов соответствующей группы (табл. 20 и 21). Видно, что в ряде случаев экспериментальные тесты довольно четко разбиваются на ряд групп, слабо коррелируемых между собой (время реакции и время движения — табл. 20). В других случаях (табл. 21) разделение тестов не столь очевидно.

Корреляционные зависимости между элементарными формами проявления быстроты

№	Виды тестов	1	3	5	7	9	11	1	3	5	7	9
1	Показатели времени реакции	728										
3												
5		622	576									
7		664	583	689								
9		664	647	572	667							
11		743	729	647	720	807						
1	Показатели времени целостного движения	011	-023	028	-027	079	054					
3		018	064	210	040	104	170	735				
5		-036	060	043	-020	-043	067	770	740			
7		007	035	009	137	019	057	765	745	799		
9		-019	-080	-191	-110	005	-109	734	787	751	752	
11		016	-013	037	-061	016	-014	795	794	769	725	808

Примечание. Номера заданий соответствуют нумерации табл. 17, 18, 19.

Картина становится ясна после проведения факторного анализа, один из примеров которого (на матрице 28-го порядка) приведен на рис. 10. В порядке вклада в обобщенную дисперсию выборки выделились следующие факторы (слева направо на рис. 10):

первый фактор — способность к максимально быстрому выполнению одиночного движения; только эта группа тестов дала на данном факторе высокие положительные веса; все остальные задания имели здесь веса, близкие к нулю;

второй фактор — время реакции;

третий фактор — способность к максимально быстрому началу движения;

Корреляционные зависимости между показателями времени отдельных частей движения

№	Части движения	I часть					II часть					III часть					
		1	2	3	5	6	1	2	3	5	6	1	2	3	5	6	
1	I часть																
2		606															
3		465	407														
5		561	447	627													
6		603	584	438	497												
1	II часть	133	176	171	231	384											
2		186	088	294	256	224	459										
3		230	319	160	309	272	409	340									
5		300	197	274	188	316	526	345	545								
6		309	175	336	336	280	315	503	433	418							
1	III часть	113	111	206	301	229	448	584	485	299	336						
2		224	033	363	288	299	419	349	353	325	340	377					
3		246	173	240	318	261	471	367	315	359	321	416	513				
5		228	251	368	298	297	450	396	346	416	314	494	325	581			
6		276	383	311	225	217	334	415	388	345	328	346	326	300	317		

Примечание. Номера движений соответствуют нумерации табл. 17, 18, 19.

четвертый и пятый факторы связаны со способностью к выполнению максимально частых движений (на пятом факторе наметилась тенденция к разделению заданий в зависимости от движущейся части тела).

В подматрицу, послужившую основой для факторного анализа, результаты которого приведены на рис. 10, вошла только часть измеренных показателей (например, только 2 из 12 движений руками). Однако факторный анализ других подматриц полностью подтвердил полученные результаты: при любых комбинациях тестов, входящих в подматрицы, в итоге факторного анализа всегда выделялись упомянутые факторы.

Результаты второго эксперимента хорошо соответствовали данным первого эксперимента и отличались от него лишь тем, что величины корреляционных зависимостей были несколько ниже. По-видимому, это объясняется меньшей надежностью данных второго эксперимента

(в первом эксперименте проводилось 23 повторных измерения, во втором — лишь 11). Факторный анализ сходных подматриц привел также к аналогичным результатам.

В табл. 22 указаны результаты факторного анализа одной из подматриц второго эксперимента, включавшей, в частности, все сложные двигательные задания (многосуставные синергии), использовавшиеся в эксперименте.

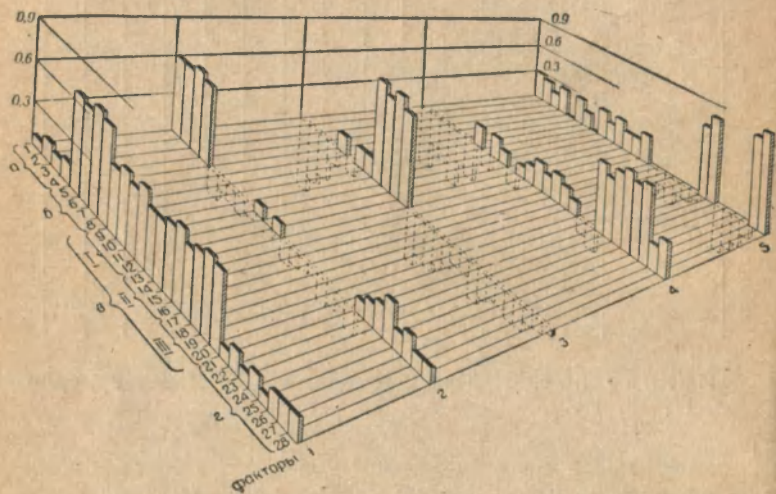


Рис. 10. Факторная структура комплекса скоростных двигательных заданий

По абсциссе — тесты, по ординате — факторы, по аппликате — факторные веса: а — время реакции; б — время движения; в — время отдельных частот движения; з — темп движения

Наиболее интересно то, что в первом факторе выделены все многосуставные синергии. Другие факторы, по-видимому, менее неожиданны. Второй фактор — время реакции, третий — время одиночного движения (ногой), четвертый (впервые обнаруженный в факторном анализе) — градиент силы в изометрическом режиме, пятый, по-видимому, — прыгучесть.

С физиологической точки зрения описанные результаты (выявление независимых групп скоростных показа-

Матрица факторных весов

№	Показатели	I	II	III	IV	V
1	Время реакции при движении руками	-004	767	-013	-032	022
3		-017	773	-021	021	000
5		-026	754	019	047	-077
7		-022	726	-037	037	034
13	Время реакции при движении ногами	-034	701	-029	024	-027
14		032	707	-033	007	-056
15		-022	720	-004	000	-077
16		-023	704	037	-016	-024
17		-043	705	-008	-034	-037
18	-018	707	-058	001	019	
13	Мах правой } Мах левой } снизу вверх	036	043	416	121	346
14		048	028	416	124	297
15	Мах правой } Мах левой } в стороны	057	019	397	037	-231
16		048	003	388	040	-206
17	Мах правой } Мах левой } сверху вниз	-304	029	301	006	122
18		-316	051	303	032	119
23	Темп движений рукой	044	088	003	007	111
20	Темп движений кистью	013	100	007	-009	100
27	Абсолютная становая сила	-378	074	-031	-204	195
29	Время достижения 50 кг	-196	-003	-096	763	-126
28	Время достижения 50%	-277	022	-077	841	-109
30	Прыжок вверх	-501	000	-256	-156	554
31	Время отталкивания	062	047	-163	122	056
32	Время бега на 10 м	864	-007	-113	128	288
32	» » » 20 м	842	014	-172	077	213
32	» » » 30 м	806	012	-053	003	-121
32	» » » 60 м	791	-033	-172	042	024
32	» » » 100 м	754	024	-037	041	-009
33	Прыжок в высоту	-431	088	-032	126	492
35	Толкание ядра	-656	121	-263	043	041

телей), по существу, означают, что нет какой-либо единой причины, ограничивающей максимальную скорость движений во всех без исключения заданиях. Напомним, что в качестве таких гипотетических причин назывались обычно свойства либо периферического нервно-мышечного аппарата (вязкость мышц — Hill, 1927), либо центральной нервной системы (подвижность нервных процессов — А. Н. Крестовников, 1951) и др. Полученные результаты можно, очевидно, интерпретировать как следствие того, что факторы, ограничивающие скорость выполнения разнородных двигательных заданий, специфичны и, по-видимому, обусловлены соответствующими координационными механизмами. Если это так, то возникает заманчивая возможность выделения групп таких закрепленных механизмов координации — одна из центральных задач, стоящих перед современной физиологией движений. Методы многомерного статистического анализа экстремальных двигательных показателей могут быть здесь полезны.

Отметим, в частности, упомянутые выше данные об отделении в факторном анализе скоростных показателей в многосуставных синергиях от аналогичных достижений в односуставных движениях. Если эти данные повторятся в дальнейших исследованиях, то, по существу, это будет означать, что способность к быстрому выполнению элементарных двигательных заданий (время движения и реакции, максимальный темп при движении в одном суставе) мало связана со способностью к быстрому выполнению многосуставных движений. С точки зрения известной гипотезы Н. А. Бернштейна (1947) об уровнях построения движений, обнаруженный факт можно объяснить тем, что минимальные временные характеристики деятельности отдельных уровней независимы (или мало зависимы) друг от друга.

Таким образом, быстрота не является единым двигательным качеством человека. Даже говоря об элементарных заданиях, можно выделить четыре формы проявления быстроты: 1) время реакции; 2) время одиночного движения; 3) максимальная частота движения; 4) быстрое начало движения (то, что в спортивной практике некогда называли «резкостью»). Лишь вторая и четвертая из названных форм умеренно зависят друг от друга; остальные — независимы.

Факторный анализ скоростных качеств боксеров (диссертационная работа И. П. Дегтярева). Скорость действий боксеров в боевых ситуациях в решающей мере определяет исход поединка. Для построения рациональной методики тренировки необходимо знать соотношения между различными формами проявления скоростных качеств: это позволит более обоснованно выбрать тренировочные средства, направленные на развитие быстроты двигательных действий. Можно выделить скорость атакующих действий (одиноких и серийных ударов) и скорость выполнения защитных действий, среди которых ведущее место занимают уходы, уклоны и нырки. Амплитуда движений при выполнении защитных действий, как правило, мала (скажем, при уклонах траектория движения головы обычно равна 5—10 см); время выполнения самого движения невелико (порядка 1—2 сотых секунды). Поэтому быстрота защитных действий в решающей мере определяется временем реакции.

Приведенные рассуждения легли в основу эксперимента, при выполнении которого у 50 боксеров (мастера спорта и перворазрядники) измерили результаты в специфичных для бокса заданиях. Измерения проводились с помощью системы фотоэлектрических прерывателей с точностью до 0,001 сек. Полученные данные подвергли факторному анализу (закрытый вариант метода главных компонент). Результаты приведены в табл. 23.

Из таблицы видно, что все тесты достаточно четко объединяются в три группы.

В первом факторе наибольшие веса у заданий, требующих максимальной частоты движений. Этот фактор умеренно связан со спортивным разрядом испытуемых.

Во втором факторе отделились показатели времени реагирования. Лишь один тест (№ 16), где требовалось ответить неспецифическим движением на специфический сигнал, выпал из общей группы.

Наконец, на третьем факторе большие веса дали показатели времени выполнения одного удара, а также спортивные разряд, стаж и возраст.

Таким образом, данный эксперимент подтвердил в принципе описанные выше результаты М. А. Годика. В факторном анализе время одиночного движения, реакции и максимальная частота движений выделяются как ортогональные факторы.

Факторные веса комплекса скоростных заданий

№ п/п	Показатель (тест)	Факторные веса			
		I	II	III	
1	Время серии из 10 ударов	-77	05	-03	
2	» » » 50 »	-79	-16	-31	
3	» » » 100 »	-88	09	-16	
4	Разность среднего времени в серии и времени одного удара	10 ударов 50 » 100 »	-83	07	38
5			-88	-10	15
6			-90	14	19
7	Время реакции	шаг вперед — шаг назад шаг назад — шаг вперед шаг назад — шаг назад шаг вперед — шаг вперед удар — отклон назад удар — уклон влево удар — уклон вправо простая реакция неспецифический сигнал—удар удар —неспецифический ответ удар — удар	13	43	17
8			-04	59	19
9			-05	44	-08
10			00	79	-05
11			-25	58	-10
12			-07	70	-01
13			-27	52	-02
14			-30	42	16
15			-30	46	16
16			-17	-02	-09
17	-08	51	-09		
18	Время одного удара	28	-05	-70	
19	Разряд	43	-08	54	
20	Спортивный стаж	12	-01	76	
21	Возраст	10	08	74	

Примечание. В тестах 7—17 первое указанное действие означает сигнал, второе — ответ. Например, запись «шаг вперед — шаг назад» означает, что в ответ на шаг партнера вперед испытуемый отвечает шагом назад. Неспецифическим сигналом служило зажигание лампы на панели прибора, неспецифическим ответом — нажатие пальцем на кнопку.

1.3.4. Исследование структуры тренированности

Факторная структура тренированности десятиборцев. Упомянутые выше (1.2) расчеты корреляционных зависимостей между достижениями в отдельных видах легкоатлетического десятиборья были использованы для проведения факторного анализа (ортогональный вариант центроидного метода с графическим вращением по Zim-merman).

В отличие от ситуаций, обычно встречающихся в факторном анализе, в нашем случае наблюдалась одна весьма существенная особенность: в силу того, что спортсме-

ны были примерно в равной мере тренированы во всех видах (за исключением, пожалуй, бега на 1500 м), связь между результатами в отдельных видах десятиборья могла объясняться не только сходством этих видов, но также и общей тренированностью, общей подготовленностью испытуемых. Более квалифицированные спортсмены могли оказаться сильнейшими во всех видах десятиборья вне зависимости от их сходства или различия.

Результаты факторного анализа представлены в табл. 24.

Таблица 24

Факторные веса по видам десятиборья и сумме очков

Виды десятиборья	Факторы				
	I	II	III	IV	V
Бег 100 м	71	38	78	-14	06
Прыжок в длину	75	53	39	05	-29
Толкание ядра	73	76	35	-09	29
Прыжок в высоту	63	37	45	-25	-19
Бег 400 м	64	26	77	33	00
Бег 100 м с/б	71	50	57	-29	-03
Метание диска	63	77	22	00	39
Прыжок с шестом	49	58	-22	08	04
Метания копья	71	78	07	04	33
Бег 1500 м	11	-03	-03	-59	-33
Сумма очков десятиборья	100	79	57	02	06

Всего выделено пять факторов; определение их значения (как говорят в данном случае, идентификация) должно быть проведено с учетом значений факторных весов по разным показателям достижений в видах десятиборья.

Первый фактор¹ следует рассматривать как общую тренированность, общую подготовленность спортсмена. Об этом говорит не только корреляция с суммой очков десятиборья, равная 1,00 (I), но также и то, что все остальные факторные веса здесь почти в точности воспроизводят коэффициенты корреляции соответствующих видов десятиборья с суммой очков. Приводим для сравнения эти коэффициенты (в скобках даны факторные веса):

¹ Он получен почти без вращения; факторный вес суммы в многоборье до вращения был равен 0,99

бег 100 м — 0,706 (0,71); прыжок в длину — 0,748 (0,75); толкание ядра — 0,737 (0,73); прыжок в высоту — 0,621 (0,63); бег 400 м — 0,731 (0,64); бег 100 м с/б — 0,705 (0,71); метание диска — 0,610 (0,63); прыжок с шестом — 0,530 (0,49); метание копья — 0,715 (0,71); бег 1500 м — 0,186 (0,11). Как видно, совпадение коэффициентов корреляции с соответствующими факторными весами почти полное.

Второй фактор дает значительную связь со всеми метаниями, но практически не связан с бегом на 1500 м и умеренно коррелирует с остальными видами. Впрочем, с прыжками с шестом и в длину связи тоже достаточно велики — 0,58 и 0,53. Этот фактор, судя по приведенным данным, связан с большой силой спортсмена при значительном весе тела (абсолютная сила).

Третий фактор ближе всего к спринтерской подготовленности, что подтверждают высокие факторные веса в беге на 100 м (0,78), 400 м (0,77), беге с барьерами (0,57). Интересно, что здесь отмечается некоторая отрицательная связь с прыжком с шестом. Это можно объяснить тем, что десятиборцы в массе отличаются неплохими показателями в спринте, но слабо владеют техникой прыжка с шестом. Многие из них, разбегаясь на максимальной для себя скорости, не могут технически верно выполнить движения на шесте, вследствие чего большая скорость разбега не дает им преимуществ в прыжках.

Четвертый фактор показывает статистически достоверные величины связи лишь с бегом на 1500 м и менее существенные — с бегом на 400 м. Факторные веса остальных видов десятиборья, в особенности метаний, здесь близки к нулю. Поэтому мы считаем, что фактором здесь является своеобразная «беговая выносливость» спортсменов — выносливость, проявляемая в беге.

Наконец, пятый фактор дает положительные веса со всеми метаниями и отрицательные — с прыжками в длину и в высоту и бегом на 1500 м; с остальными видами связи близки к нулю. Этот фактор мы идентифицируем как собственный вес спортсменов.

Так выглядит факторная структура тренированности десятиборцев по данным проведенного анализа. Специфика подобных исследований заключается в том, что структура изучаемого явления раскрывается лишь путем

анализа его связей с другими показателями. Поэтому если бы удалось получить не только результаты соревнований, но и другие показатели сильнейших спортсменов (антропометрические, данные функциональных физиологических испытаний и врачебных проб, результаты контрольных упражнений), то ценность исследования намного бы повысилась. Можно было бы установить более глубокую зависимость результатов от многих других, здесь не учитывавшихся, причин.

Интересно сопоставить сравнительную значимость отдельных факторов в определении результата в многоборье в целом (первый фактор — общая тренированность, естественно, исключается из рассмотрения). Наибольший факторный вес имеет второй фактор (0,79), идентифицированный нами как большая сила спортсмена. Существенную роль играет также третий фактор — спринтерская подготовленность (0,75)¹. Последние два фактора (беговая выносливость и собственный вес) сами по себе существенно не влияют на результат в десятиборье.

Факторная структура тренированности в метаньях. Исследования в данном случае были проведены применительно к метанию копья (диссертационная работа Е. Н. Матвеева) и, помимо описываемых ниже экспериментов, включали биомеханический и электромиографический анализы.

В первом эксперименте испытуемые (65 человек) метали с места ядра (всего 12) разного веса — от 7257 г до 80 г. Факторный анализ (метод главных компонент) выявил два ортогональных фактора, вклад которых в обобщенную дисперсию выборки равен 83,3% (сумма $\lambda_1 + \lambda_2$ равнялась 10 при следе корреляционной матрицы равном 12).

Как это часто бывает при использовании метода главных компонент, первый фактор (до вращения) дает высокие веса во всех тестах, второй фактор выделился в так называемой разделительной (дизъюнктивной) форме: «результаты в метании тяжелых ядер против легких». После вращения выделяются два фактора, в которых факторные веса закономерно возрастают (в первом фак-

¹ Этот фактор тяготеет больше к длинному спринту, на что указывает практическое равенство (0,78 и 0,77) факторных весов бега на 100 и 400 м.

Факторные веса

№ п/п	Вес ядра (в г)	До вращения		После вращения	
		I фактор	II фактор	I фактор	II фактор
1	7257	817	-460	86	38
2	6000	876	-412	85	46
3	5000	911	-336	81	53
4	4000	921	-304	79	56
5	3000	820	-152	64	57
6	2000	913	-045	58	70
7	1000	924	+185	40	85
8	800	920	+215	37	86
9	600	900	+287	31	89
10	400	890	+308	22	90
11	150	804	+440	13	91
12	80	744	+485	07	83

торе) или уменьшаются (во втором факторе) по мере увеличения веса снаряда.

Биомеханические исследования, которые мы здесь не описываем (см. Е. Н. Матвеев, В. М. Зациорский, 1964), показали, что при метании тяжелых ядер исчезает хлестобразное движение метаемой руки, характерное для метания копья; наоборот, при метании легких ядер «хлест» выражен тем четче, чем легче ядро. Эти данные позволили интерпретировать второй фактор как своеобразное проявление навыка метательного движения: чем меньше вес снаряда, тем больше результат в метании зависит от рациональной координации движений — наличия и качества «хлеста»¹.

Что же касается первого фактора, то его предположительно можно было интерпретировать как силу и тотальные размеры тела испытуемых. Спортсмен большого роста и веса, обладающий большей мышечной силой, чем другие, имеет перед ними определенные преимущества при метаниях. Было сделано предположение, что эти преимущества будут проявляться тем четче, чем больше вес

¹ Биомеханически суть «хлеста» заключается в том, что спортсмен, сообщив определенное количество движения многозвенной рычажной системе (например, руке), последовательно тормозит или даже сообщает отрицательное ускорение проксимальным звеньям так, что некоторое количество движения передается дистальным участкам, в результате чего скорость их движения увеличивается.

метаемого снаряда. Для проверки был проведен следующий эксперимент. У 145 испытуемых измерили рост, вес, размах рук и результаты в метании ядер разного веса — 3 кг, 800 г, 180 г.

В итоге было выделено два фактора (использовался метод главных компонент), которые после вращения были интерпретированы как: 1) тотальные размеры тела, 2) навык метания (этот фактор, очевидно, совпадает с аналогичным фактором, выделенным в предыдущем эксперименте).

Таблица 26

Факторные веса

№ п/п	Показатели	До вращения		После вращения	
		I фактор	II фактор	I фактор	II фактор
1	Рост	754	565	935	105
2	Вес	842	313	840	345
3	Размах рук	665	549	845	050
4	Метание 3 кг	857	308	435	815
5	Метание 800 г	769	549	200	920
6	Метание 180 г	622	650	035	895

Таким образом, из проведенного анализа следует, что результат в метаниях зависит от двух факторов: навыка метательного движения (его влияние тем значительнее, чем меньше вес метаемого снаряда) и абсолютной силы спортсмена, тесно связанной с тотальными размерами его тела (значение этого фактора возрастает с увеличением веса снаряда).

1.3.5. Определение комплекса необходимых испытаний

Рассмотрим это на примере одной из работ, посвященных выбору комплекса контрольных испытаний для контроля за уровнем мышечной силы (Н. В. Аверкович и В. М. Зацюрский, 1966). В практике физического воспитания силу измеряют разными способами: при помощи динамометров различных типов, по величине максимального веса, который испытуемый может поднять, и т. п.

Больше всего, однако, применяются разнообразные силовые упражнения типа подтягиваний в висе, отжиманий в упоре и пр. Хотя результаты выполнения таких уп-

ражнений зависят не только от силы, но и от выносливости занимающихся (см., например, В. М. Зациорский, Н. И. Волков, Н. Г. Кулик, 1965) и поэтому не характеризуют силу, так сказать, в «чистом» виде, их применение оправдано организационными соображениями (возможность проведения испытаний без специальной аппаратуры, простота и наглядность измерений). Трудность заключается в том, что подобных упражнений может быть чрезвычайно много; проводить испытания по всем мыслимым разновидностям таких заданий, очевидно, невозможно. Надо выбрать наиболее показательные из них.

Это, в свою очередь, сводится к проблеме критерия. В самом деле, если мы хотим установить, какое упражнение — А или Б — лучше характеризует тестируемое свойство, то последнее мы должны каким-то образом уметь оценить. Когда речь идет о спорте, в качестве критерия естественно взять спортивный результат испытуемых. Но в данном случае мы хотим оценить общую физическую подготовленность (в частности, силовую). Что здесь может быть критерием?

По-видимому, резонно взять в качестве критерия результаты испытуемых, показанные в большом числе разнообразных заданий. Те упражнения, которые будут лучше всего характеризовать достижения по всему множеству заданий, и являются наиболее показательными. Они лучше всего оценивают общую силовую подготовленность испытуемых.

Методика. Испытуемыми были 108 студентов, занимающихся спортом и имеющие III—I спортивные разряды. Перечень тестов и средний уровень показанных результатов приведены в табл. 27. Испытания проводили дважды, в зачет шел лучший результат.

Обработку проводили на ЭВМ. Программа включала расчет корреляционной матрицы и факторный анализ (методом главных компонент). Учитывая предварительный характер исследования, ротация референтных осей в факторном пространстве не проводилась.

Результаты. В табл. 28 приведены значения факторных коэффициентов для трех выделенных факторов. Их вклад в обобщенную дисперсию выборки равен соответственно 52,3, 29 и 14,8% (суммарно 96,1%).

Первый фактор дает высокие и средние веса почти по всем тестам. По-видимому, его можно интерпретировать как общую силовую подготовленность испытуемых. Испытуемые, у которых этот фактор представлен в большей

Контрольные упражнения

№ п/п	Описание теста	Способ измерения	Оценки	
			средних	стандартных отклонений
1	Подтягивание в висе	Максимальное число повторений	9,34	3,18
2	Отжимание в упоре	То же	11,32	3,02
3	Отжимание в упоре лежа	»	35,47	8,19
4	Переворот силой в упор (на перекладине)	»	3,94	1,49
5	Приседание на одной ноге (сумма двух ног)	»	32,03	11,5
6	То же	Число приседаний за 30 сек.	17,8	7,65
7	Прыжок в длину с места	Расстояние (в см)	252	79
8	Тройной прыжок с места	То же	789	62
9	Угол в висе	Длительность удержания (в сек.)	16,6	7,95
10	Поднимание прямых ног в висе до касания перекладины	Максимальное число повторений	12,96	5,35
11	Подъем в сед из положения лежа на спине	То же	87,8	29,8
12	То же	То же за 1 мин.	35,9	8,4
13	»	Минимальное время 10 подъемов (в сек.)	10,00	4,12
14	Упор присев, упор лежа, упор присев, встать	Максимальное число повторений за 10 сек.	6,02	1,25
15	То же	То же за 1 мин.	32,1	4,35

мере, показывают высокие результаты во всех контрольных упражнениях. Учитывая, что нашими испытуемыми были лица с различной спортивной квалификацией и стажем занятий, можно думать, что в основе данного фактора лежат именно эти причины; перворазрядники с большим стажем занятий спортом показывали лучшие результаты, нежели третьеразрядники, по всем тестам. Наивысший факторный вес наблюдается здесь в перевороте в упор. Отсюда, если ограничиваться при определении об-

Матрица факторных весов

№ п/п	Тест	I фактор	II фактор	III фактор
1	Подтягивания	638	678	018
2	Отжимания в упоре	641	838	-039
3	Отжимания в упоре лежа	513	511	-124
4	Перевороты в упор	873	613	391
5	Приседания на одной ноге	524	-442	104
6	То же за 30 сек.	567	-561	127
7	Прыжок в длину с места	702	-794	003
8	Тройной прыжок с места	510	-593	-049
9	Угол в висе	543	-059	561
10	Поднимание ног в висе	670	-105	761
11	Подъем в сед	427	000	438
12	То же за 1 мин.	680	093	740
13	То же 10 раз	-430	110	-610
14	Упор присев, упор лежа, упор присев, встать (10 сек.)	321	-267	320
15	То же за 1 мин.	370	-301	340

щей силовой подготовленности лишь одним упражнением, то можно рекомендовать данное испытание как наиболее эффективное. Можно полагать, что высокая эффективность данного упражнения как контрольного определяется двумя причинами: 1) большим числом мышечных групп, принимающих участие в работе; 2) небольшим количеством возможных повторений (измеряется по преимуществу сила, а не «сила + выносливость»).

Второй фактор выделился в разделительной (дизъюнктивной) форме: «сила мышц и плечевого пояса против силы ног»¹. Упражнения типа подтягиваний и отжиманий дали на нем положительные веса; прыжки и приседания на одной ноге — отрицательные. Этот фактор точнее все-

¹ Cooley a. Lohnes (1962) в своей монографии отмечают, что сочетание генерализованного первого фактора с дизъюнктивным вторым — один из наиболее частых результатов факторного анализа по методу главных компонент. От дизъюнктивности легко избавиться, перейдя к «чистым» факторам с помощью ротации осей (скажем, на основе варимакс-критерия). В этом случае вместо генерализованного и дизъюнктивного факторов обычно выделяются два групповых, проявляющихся в дизъюнктивном (в нашем случае — сила верхних и нижних конечностей).

го оценивают такие упражнения, как отжимание в упоре и прыжок в длину с места. Следовательно, если надо получить дифференцированную оценку силы нижних и верхних конечностей, то два указанных задания будут в данном случае предпочтительнее остальных (конечно, среди тех, которые опробовались в данном эксперименте).

Третьим фактором, по-видимому, является сила мышц брюшного пресса и сгибателей тазобедренных суставов. Два теста — поднятие прямых ног в висе и максимальное число подъемов в сед в течение одной минуты — наиболее показательны. Давние данные Karpovich (1945) о низкой связи между результатами в силовых упражнениях, в которых приходится поднимать нижние конечности при закрепленном туловище или туловище при фиксированном положении ног, дают основание думать, что указанные два упражнения характеризуют тестируемое свойство с разных сторон. Это затрудняет выбор между ними.

Таким образом, могут быть составлены комплексы контрольных испытаний, состоящие соответственно из одного, трех или четырех (пяти) упражнений, лучше всего оценивающих результаты, показанные по всем 15 тестам-«кандидатам».

1.4. НЕКОТОРЫЕ ДРУГИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

1.4.1. Зависимость спортивного результата от параметров («сила — вес», «скорость — время»)

Мировые достижения в группах однотипных видов спорта (бег, плавание и т. п. на различные дистанции; поднятие тяжестей у атлетов разного веса) вполне определено зависят от таких параметров, как длина дистанции и собственный вес. В настоящем разделе (1.4.1) рассматриваются эти зависимости.

Зависимость «сила — вес». Общеизвестно, что при прочих равных условиях (тренированность и т. п.) люди больших тотальных размеров могут показывать большие величины силы. На этом основано деление штангистов на весовые категории. В то же время так называемая относительная сила (отношение «сила: собственный

вес») у атлетов тяжелых весовых категорий меньше, чем у более легких спортсменов (С. Э. Ермолаев, 1938; И. Н. Книпст, 1951).

Lietzke (1956) предположил, что это происходит вследствие того, что вес спортсмена пропорционален кубу его линейных размеров; сила же зависит лишь от физиологического поперечника мышц (т. е. пропорциональна квадрату линейных размеров). Исходя из этого, он предложил описывать связь «сила — вес» уравнением вида

$$F = aW^{2/3}, \quad (1)$$

где F — сила (спортивный результат), W — собственный вес, a — константа, характеризующая уровень достигнутых результатов. Логарифмируя (1), получаем

$$\lg F = \lg a + 0,666 \lg W. \quad (2)$$

Проверка пригодности этих уравнений проводилась по данным мировых рекордов в сумме тяжелоатлетического троеборья и в отдельных движениях за разные годы (Lietzke, 1956; В. М. Зациорский, 1963 а, б, В. М. Зациорский и И. Ф. Петров, 1964), по достижениям сильнейших штангистов отдельных стран (Grochmal, Knuchalska-Karwan, 1962), а также по результатам измерения силовых показателей у большой группы борцов — мастеров спорта (Э. Г. Мартиросов, 1966). Во многих случаях показатель степени при величинах веса был равен или очень близок к 0,666, доказывая тем самым пригодность подобных уравнений. Таким образом, можно считать доказанным, что (в случае равенства спортивного мастерства спортсменов) зависимость между собственным весом и достижениями в силовых упражнениях может быть описана уравнениями типа (1) или (2). Это дает возможность решить ряд практических задач, из которых отметим две.

1. Анализ рекордов в разных весовых категориях. Зависимость между силой (результатом) и весом спортсмена пригодна для оценки существующего уровня рекордов в разных весовых категориях. Покажем на примере, как это делается. В табл. 29 в графе 2 приведены мировые рекорды в жиме.

Находим логарифмы собственного веса спортсменов (графа 3) и показанного ими результата (графа 4), после чего наносим эти значения на график (рис. 11). Нанесенные точки распределяются примерно около прямой линии (линии регрессии), тангенс угла наклона

Мировые рекорды в жиме (на 1.I 1963 г.) и производные от них показатели

Вес спортсменов (в кг)	Результат (в кг)	Логарифм веса	Логарифм результата	Относитель- ная сила
56,0	116	1,7482	2,0644	2,07
60,0	124	1,7781	2,0934	2,06
67,5	135,5	1,8290	2,1319	2,00
75,0	146	1,8750	2,1543	1,94
82,5	157,5	1,9160	2,1974	1,90
90,0	159,5	1,9542	2,2029	1,77
Примерно 120	188,5	2,0792	2,2753	1,74

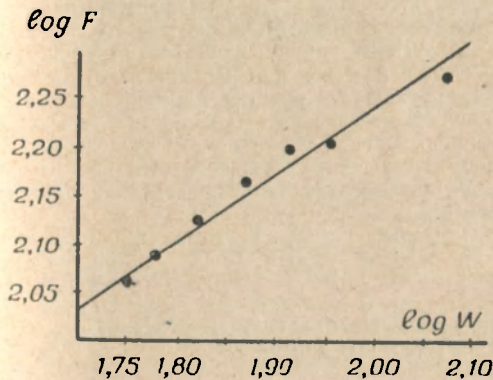


Рис. 11. Зависимость между силой и собственным весом у мировых рекордсменов в жиме (В. М. Зацюрский, И. Ф. Петров, 1964):

по абсциссе — логарифмы собственного веса спортсменов, по ординате — логарифмы мировых рекордов в жиме

которой равен 0,666. Если теперь провести эту линию¹, то значения, лежащие выше ее, будут наиболее высокими среди прочих; находящиеся ниже линии регрессии следует рассматривать как относительно слабые. По-видимому, именно в этих весовых категориях надо ожидать в ближайшие годы подъема результатов. В приведенном примере к «низким» относятся, в частности, рекорды в полутяжелом (159,5) и тяжелом весе (188,5). Рекорд в полутяжелом весе уже в ближайшие месяцы был доведен до 162,5 (26.IV 1963 г., результат Хозе Флореса). В тяжелой же весовой категории достижения всегда относительно ниже остальных. Отчасти это, очевидно, объясняется отсутствием строгого весового режима у спортсменов этой категории, что приводит к увеличенному содержанию воды и жира в тканях тела.

¹ Поскольку угол наклона линии известен, задача заключается в том, чтобы точно определить высоту стояния этой линии над осью абсцисс. Обычно это легко выполнить на глаз; если же возникают затруднения, надо воспользоваться каким-либо расчетным методом (например, методом наименьших квадратов).

2. Определение эквивалентных силовых показателей для лиц разного веса. В практике нередко появляется необходимость сравнивать степень развития силы у людей разного веса. С этим приходится, например, сталкиваться при проведении соревнований по общей физической подготовке. Та же проблема возникает и при определении разрядных норм по тяжелой атлетике. Нередко для такого сравнения берут показатели относительной силы, т. е. величины силы, приходящейся на килограмм веса спортсмена. Однако этот показатель здесь мало удачен, так как относительная сила уменьшается с ростом весовых категорий (табл. 29, графа 5). Более обоснованным в данном случае может быть сравнение, проводимое на основе анализа зависимости между силой и собственным весом спортсмена.

Используя приведенные выше уравнения, мы составили (В. М. Зацiorский, И. Ф. Петров, 1964) таблицу эквивалентных силовых показателей для спортсменов разного веса, выдержка из которой приводится в табл. 30 (в более полном виде эта таблица приведена в монографии В. М. Зацiorского, 1966). В качестве исходного брались результат для спортсменов весом 67,5 кг, затем расчетным путем находились эквивалентные силовые показатели для спортсменов других весовых категорий. Полученные данные округлялись с точностью до 1 кг. В каждой строке помещены результаты, эквивалентные друг другу с указанной степенью точности. Например, 100 кг в легком весе (67,5 кг) соответствуют следующие результаты в других весовых категориях: 85, 88, 92 кг и т. д. Данная таблица может служить основой при установлении разрядных норм по тяжелой атлетике. Конечно, последние не должны строго следовать приведенной таблице, поскольку при их определении нужно учитывать еще по меньшей мере два обстоятельства: уровень нынешних всеюзовых и мировых

Таблица 30

**Эквивалентные силовые показатели спортсменов
разных весовых категорий**

Весовые категории (в кг)								
52,5	56	60	67,5	75	82,5	90	110	120
85	88	92	100	107	114	121	139	147
93	97	102	110	118	126	133	152	161
102	106	111	120	129	137	145	166	176
110	115	120	130	139	149	157	180	191
118	124	129	140	150	160	170	194	205
127	132	139	150	161	171	182	208	230
135	141	148	160	172	183	194	222	235
144	150	157	170	182	194	206	235	249
152	159	166	180	193	206	218	249	264
161	168	176	190	204	218	236	263	279
169	177	185	200	215	229	242	277	293

достижений в данной весовой категории и относительно небольшое число спортсменов тяжелого веса, что приводит в данном случае к необходимости некоторого снижения требований.

«Кривая рекордов» в циклических видах спорта. По мере увеличения длины дистанции скорость передвижения закономерно снижается. На графиках (см., например, рис. 12) видна плавная «кривая рекордов». Попытки адекватно математически ее описать не прекращаются в течение 60 лет. Интерес, который вызывает эта зависимость, понятен. Можно лишь присоединиться к словам лауреата Нобелевской премии Арчибальда Вивиана Хилла, сказанным по этому поводу (русс. изд. 1927): «Наибольшее количество сконцентрированных физиологических данных содержится не в книгах по физиологии..., а в мировых рекордах по бегу».

История работ в этой области вкратце такова. Первым заинтересовался «кривой рекордов» Kenelly (1906), предложивший для ее описания гиперболическую функцию (см. табл. 31). Уравнение Kenelly удовлетворительно описывало «кривую рекордов» не во всем диапазоне дистанций; существенные отклонения наблюдались, в частности, на дистанциях больше 10 миль (Kenelly, 1906, 1909, 1926; Meade, 1916, 1956).

Публикация Kenelly предопределила дальнейшее развитие работ в этой области. Поставленная им задача (создать интерполяционную формулу для описания «кривой рекордов») и способ ее решения (см. ниже), по существу, оставались неизменными долгое время.

Подбор удовлетворительной интерполяционной формулы без претензий описать математически механизмы явления стимулировался в данном случае многочисленны-

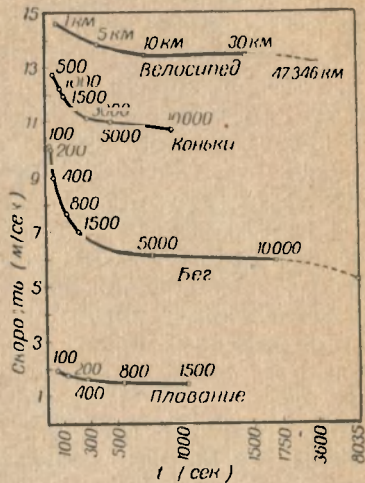


Рис. 12. Зависимость скорости от времени передвижения — «кривая рекордов» (Ettema, 1966)

ми прикладными задачами, например необходимостью разработки оценочных таблиц и пр., и был вполне оправдан. Для аппроксимации эмпирических данных использовался следующий простой прием: имея в своем распоряжении три основные переменные — 1) дистанцию, 2) время, 3) скорость, исследователь строил графики «дистанция — время», «дистанция — скорость», «скорость — время», откладывая по одной или обеим осям обычно не сами эмпирические величины, а их логарифмы. Под преобразованные таким образом данные подбирались интерполяционные формулы. В зависимости от того, какая из трех зависимостей бралась за основу, от способа преобразования и типа математического выражения (экспонента, гиперболы) данные разных авторов различались друг от друга (табл. 31).

Среди этих исследований отметим как наиболее интересное и важное работы В. С. Фарфеля (1938, 1945, 1949). Используя предложенный ранее Hill (1925) способ представления «кривой рекордов» в виде логарифмического графика «скорость — время» и обработав данные не только мировых рекордсменов, но и 10, 25, 50 сильнейших спортсменов мира, В. С. Фарфель обнаружил, что эта зависимость распадается на 4 прямолинейных участка, каждый из которых соответствует определенной группе дистанций. Основываясь на установленных различиях в математическом выражении зависимости «скорость — время» и на данных физиологических исследований, В. С. Фарфель предложил свою широко известную стройную классификацию циклических упражнений по зонам относительной мощности. Эта классификация чрезвычайно широко используется в практике.

Начиная с 1954 г. были предприняты попытки перейти к содержательному математическому описанию «кривой рекордов» на основе некоторых модельных представлений о факторах, ограничивающих работоспособность при напряженных физических упражнениях.

Первая попытка была предпринята Henry (1954, 1955), предложившим использовать для этой цели пятичленное экспоненциальное выражение. Henry исходил из того, что в «кривой рекордов» должно находить отражение существование четырех различных источников энергии при мышечной деятельности: 1) распад макроэргических фосфорных соединений (КрФ и АТФ), 2) гликолиз,

3) и 4) аэробное окисление углеводов и жиров. Действительно, им было показано, что «кривую рекордов» можно разложить на четыре суммирующиеся друг с другом экспоненциальные составляющие, константы «половинного времени» которых хорошо совпадают с соответствующими значениями, полученными для четырех упомянутых выше источников энергии. На этом основании было сделано предположение, что характер «кривой рекордов» в решающей мере определяется уменьшением поставки энергии от соответствующих метаболических источников. Пятый член предложенного Непгу выражения характеризует затраты энергии на начальное ускорение со старта. Эта работа Непгу оказала большое влияние на дальнейшие исследования. Предложенное им уравнение позволяет с большой точностью предсказывать достижения в широком диапазоне дистанций (Н. И. Волков, 1967).

Сходный модельный подход был использован также Turner a. Campbell (1961), опубликовавшими в журнале «Biometrics», как они назвали, «биометрическую теорию рекордов» в беге от 400 до 10 000 м. Авторы исходили из того, что длительное передвижение с постоянной скоростью возможно лишь при так называемых субкритических скоростях (более подробно см. В. М. Зациорский, 1966), где O_2 -запрос меньше текущего потребления кислорода. При скорости выше критической энергетическое обеспечение деятельности во все большей степени начинает осуществляться за счет анаэробных реакций, что приводит к более или менее быстрому истощению механизмов O_2 -долга. На этой основе Turner a. Campbell предложили для описания «кривой рекордов» формулу, где скорость передвижения рассматривалась как функция от мощности аэробных и анаэробных механизмов поставки энергии (табл. 31). Модель Turner a. Campbell, по существу, можно рассматривать как частный случай более общего подхода, предложенного Непгу.

Очень сходные рассуждения легли и в основу анализа, проведенного голландским физиологом Ettema (1966). Обнаружив, что в диапазоне работ длительностью от 4 до 30 мин. зависимость «длина дистанции — время» прямолинейна¹ и, следовательно, может быть описана уравне-

¹ Этот факт на материале мировых рекордов по плаванию за несколько лет до этого был показан французским исследователем Scherrer (1958), о чем Ettema в своей публикации не упоминает.

Способы математического описания «кривой рекордов»

№ п/п	Математическое выражение	Обозначения	Примечание	Авторы
А. Интерполяционные формулы				
1	$t = c^3/v^9$ $S = c^{3/9} \cdot t^{3/9}$	c — константа, различная для разных видов спорта	В беге $c = 17,07$	Kenelly, 1906; Meade, 1916
2	$\log t = a \cdot \log N + b$	N — мощность (пропорциональна скорости)	Данные получены при работе на велоэргометре	Große — Lordeman и Müller, 1936
3	$v = A \cdot t^{-c}$ $\log v = \log A - c \log t$	A, c — константы	Значения A и c различны для четырех зон относительной мощности	Фарфель В. С. (1937, 1938, 1945, 1949)
4	$(\log S - 1,5) (v - 3,2) = 6,081$		Уравнение описывает «кривую рекордов» в беге	Francis, 1943
5	$\log S = k \cdot \log t + \log a$; $v = a \cdot t^{k-1}$	a, k — константы ($a = 11,72$ ярд/сек; $k = 0,0941$)	Уравнение пригодно для описания «кривой рекордов» в беге в диапазоне от 1 мили до 42 км	Lietzke, 1956

№ п. п.	Математическое выражение	Обозначения	Примечание	Авторы
6	$t = 16,01x^{-1,59}$ или $t = 16,01e^{-0,088x}$	x — мощность работы (кал/сек)	Данные получены в экспериментах на третбане	Curetton, 1951
Б. Модельные уравнения				
7	$v = \sum_{i=1}^{i=5} A_i e^{-k_i t}$	A_i, k_i — константы	См. объяснение формулы в тексте	Henry, 1954, 1956
8	$v = v_{\text{крит.}} + (bt/D)^{-1/k}$	$v_{\text{крит.}}$ — критическая скорость, D — максимальный O_2 -долг, b и k — константы, характеризующие прирост v за счет анаэробных поставщиков энергии	Уравнение пригодно для описания «криковой рекордов» в беге в диапазоне 400—10 000 м	Turner а. Campbell, 1961

№ п/п	Математическое выражение	Обозначения	Примечание	Авторы
9	$S = a + bt$	a — константа, пропорциональная O_2 -долгу; b — константа, пропорциональная O_2 -потреблению	Уравнение описывает «кривую рекордов» в диапазоне от 4 до 30 мин. работы	Ettema, 1966
10	$S = D/b + t(R - A)B$	D — энергия, доступная для быстрого использования в ограниченное время; R — скорость доставки энергии в течение длительного времени; A, B — константы	Значения констант различны в каждой из 6 зон	Lloyd, 1966

Обозначения: S — дистанция; v — скорость, t — время (для единообразия записи формул первоначальные обозначения авторов изменены);

нием вида $S = a + bt$, и сопоставив это с тем, что общее количество энергии, затрачиваемой при мышечной работе, может быть выражено (через O_2 -запрос) сходным уравнением вида $E = a' + b't$ (где a' — величина O_2 -долга, b' — среднее потребление кислорода при работе л/мин), Eттема сделал вывод, что соответствующие константы этих уравнений пропорциональны, а сами уравнения описывают «кривую рекордов». Как видим, и здесь не сделано ничего нового по сравнению с тем, что сделал Непгу (на которого Eттема не ссылается).

В обстоятельной работе Lloyd (1966) предпринята еще одна попытка связать «кривую рекордов» со спецификой энергетического обеспечения деятельности. В основу анализа (интересного для понимания энергетического метаболизма при напряженной мышечной работе, но дающего мало нового в плане интересующих нас здесь вопросов) взяты линейные зависимости между логарифмическими значениями времени бега и преодолеваемого расстояния (в диапазоне от 50 ярдов до 1003 км) и арифметическими значениями этих показателей на отдельных зонах дистанций (выделено 6 зон: 5—20 сек., 20 сек. — 4 мин., 4—30 мин., 30—150 мин.; 2,5—5,5 часа; 6 часов — 6 дней).

1.4.2. Теоретико-информационные методы в оценке подготовленности (возможностей) спортсменов

Влияние занятий спортом на способность к переработке информации. С тех пор как Nick (1952) показал, что время реакции человека в ситуациях множественного выбора линейно связано со средним количеством информации, содержащейся в сигнале, математические методы теории информации стали широко использоваться для исследования некоторых способностей человека. Большая группа работ была посвящена, в частности, исследованию упомянутой выше зависимости, получившей название «закона Хика» (обзоры, см. Е. И. Бойко, 1964; О. П. Фролов, 1966, и мн. др.). Основной факт, по существу, заключается в том, что эта зависимость линейна и может быть описана уравнением

$$T = a + bI,$$

где T — среднее время реакции, I — среднее количество

информации на сигнал (выражающееся обычно в битах), a, b — индивидуальные константы.

Применительно к запросам спорта эта зависимость, насколько нам известно, не исследовалась, хотя, по крайней мере в некоторых видах спорта (единоборства, игры), это было бы желательно: объем воспринимаемой спортсменом информации и скорость ее переработки здесь весьма велики. Большую роль играет при этом время сложной реакции спортсмена на определенные действия партнера, т. е. способность правильно оценить действие и подобрать надлежащий контрприем. Большое количество сигналов и ложные действия (финты) увеличивают энтропию ситуации и создают значительный поток информации.

В описываемых ниже исследованиях (диссертация О. П. Фролова) изучалось влияние спортивной тренировки (в боксе) на способность человека к переработке информации в неспецифических зрительно-моторных задачах. По существу говоря, исследовался перенос тренированности в отношении способности к переработке информации. В данном случае перенос можно наблюдать, заменяя тренировочные условия тестовыми путем изменения:

- 1) сигнального комплекса; 2) эффекторного комплекса; 3) сигнального и эффекторного комплексов.

Таблица 32

Характеристика экспериментальных ситуаций

	Сигналы, предъявляемые испытуемым	Ответные реакции испытуемого
I	Световые сигналы на боксерском мешке, каждый из которых соответствовал цели для определенного удара	Основные боксерские удары, наносимые при зажигании сигнала, имитирующего цель
II	Световые сигналы на табло	Нажимание пальцем на кнопку механизма. Каждая кнопка соответствует определенному сигналу
III	Цифровые сигналы	Нажим пальцем на кнопку клавишного механизма, где каждая кнопка соответствует определенной цифре
IV	Корректирующие таблицы с кольцами Ландольта	Словесный отчет о числе подсчитанных знаков

Исследовался лишь первый и третий случай. Использовались четыре экспериментальные ситуации (табл. 32).

Основной результат работы состоит в демонстрации того факта, что боксеры — мастера спорта отличаются более высокими скоростями переработки информации, нежели начинающие спортсмены (рис. 13 и табл. 33). Это касается и ситуаций, далеких от деятельности боксеров.

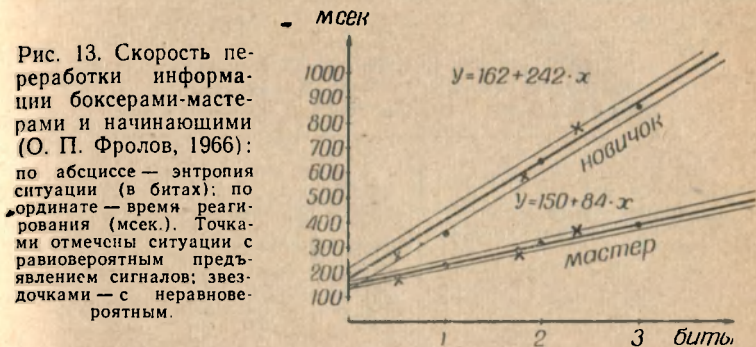


Таблица 33

Скорость переработки информации боксерами-мастерами и начинающими спортсменами

№ п/п	Экспериментальная ситуация	Средняя величина скорости переработки информации в группе (бит/сек)		Разность
		мастера спорта	новички	
1	I	11,98 ± 1,54	7,17 ± 0,76	4,81
2	II	5,74 ± 0,46	4,14 ± 0,46	1,60
3	III	8,44 ± 1,81	7,63 ± 0,88	0,81
4	IV	2,56 ± 0,40	1,90 ± 0,41	0,66

Проверка пуль-гипотезы относительно разности средних величин скорости переработки информации между группами дает следующие значения статистики t Стьюдента (при 18 степенях свободы): первая экспериментальная ситуация — 8,01; вторая — 2,62; третья — 1,80; четвертая — 3,47. Для ситуаций 1, 2 и 4-й гипотеза отвергается при высоких значениях уровня значимости; для 3-й ситуации — лишь при уровне значимости около 10%. Таким образом, по крайней мере в ситуациях 1, 2 и 4-й,

можно со значительной долей уверенности говорить о том, что различие между скоростями переработки информации спортсменами-мастерами и начинающими не случайно. Интересно отметить, что между скоростями переработки информации, показанными в разных экспериментальных ситуациях, наблюдается существенная корреляция (соответствующие оценки получены на выборке из 40 испытуемых — табл. 34).

Т а б л и ц а 34

Матрица оценок коэффициентов корреляции между показателями скорости переработки информации в четырех ситуациях эксперимента

Ситуации эксперимента	I	II	III
I	—	—	—
II	65	—	—
III	59	76	—
VI	66	82	81

Это (в соединении с приведенными выше данными о высоких скоростях переработки информации боксерами-мастерами) дает основание полагать, что занятия спортом (в частности, боксом) повышают скорость переработки информации не только в ситуациях, типичных для данного вида спорта, но и в заданиях, сравнительно не сходных с ним. Данный факт подсказывает, что спорт может быть использован для подготовки людей с высокими скоростями переработки информации (операторы на пультах управления и т. п.).

Количественная оценка степени автоматизированности некоторых произвольных движений. В широко распространенных в спорте представлениях об автоматизации способов выполнения движения связывают обычно автоматизацию с различной степенью участия сознания в осуществлении двигательного акта. К сожалению, большая часть рассуждений о том, насколько велика доля сознательного контроля при выполнении того или иного движения, основана лишь на интроспективных наблюдениях, а потому недостаточно объективна, недоступна экспериментальной проверке и представляет широкую основу для различных словесных спекуляций.

Для объективной оценки степени автоматизированности выполнения движений мы (совместно с О. П. Фроловым) использовали модифицированный «метод дополнительных заданий» Вогнеманн (1942) и Haider (1962). Конкретно исследование осуществлялось следующим образом. У испытуемых в покое определяли максимальное количество информации, которое они были в состоянии переработать за минуту. Аналогичные проверки проводились при выполнении физических упражнений (работа



Рис. 14. Степень автоматизированности движений, выполняемых с разными скоростями (C — скорость переработки зрительной информации во время работы; C_0 — скорость переработки зрительной информации в покое)

на велоэргометре с различной мощностью). Для оценки степени автоматизированности движений использовали отношение количества информации, перерабатываемой в ходе выполнения упражнений, к аналогичным величинам в покое (показатель автоматизированности).

Результаты были выражены в кривых, связывающих указанный показатель с мощностью работы. Эти кривые имеют резко индивидуальный характер. У большинства испытуемых были такие величины нагрузок, при которых показатель автоматизированности движения достигал значения 100%, а в некоторых случаях даже превышал его (рис. 14).

Это говорит о том, что в данных ситуациях дополнительная мышечная работа оказывает стимулирующее

влияние на умственную работоспособность. Наоборот, в тех случаях, где показатель автоматизированности меньше 100%, дополнительная мышечная работа снижает умственную работоспособность. Это происходит потому, что некоторая «доля сознания» занята выполнением двигательного задания. Чем больше эта доля, тем меньше показатель автоматизированности, тем хуже автоматизировано данное движение. При показателе автоматизированности равном 100% автоматизация полная — испытуемый не фиксирует сознания на выполнении движения. Естественно, что получаемая таким способом оценка несет в себе некоторую долю условности, однако это все же намного лучше, чем чисто субъективный анализ.

Предлагаемая методика может быть использована в спортивной практике для оценки автоматизированности движений в циклических видах спорта.

1.4.3. Динамика и прогноз спортивных результатов

Олимпийские достижения и мировые (национальные) рекорды. Неудержимый рост спортивных результатов — одна из любимых тем журналистов, пишущих о спорте. Действительно, достижения, казавшиеся выдающимися в начале века, сейчас находятся часто на уровне II спортивного разряда; их показывают десятки тысяч людей. На глазах одного поколения сменились представления о границах человеческих возможностей. Такие результаты, как 2 м 28 см в прыжках в высоту (рекорд В. Брумеля) или 218 кг в толчке штанги (рекорд Л. Жаботинского), еще недавно казались невозможными.

Анализ роста рекордов интересен по многим причинам (обзор, см. Skorowski, 1965). Он дает возможность выявить влияние социальных факторов на рост спортивных результатов (Frucht, 1955; 1960; Skorowski, 1964), определить значение методических новшеств (Hepny, 1954; Н. И. Волков, 1960; Н. И. Волков, В. М. Зациорский, 1964, и др.). Так, например, улучшение рекордов в беге происходит неравномерно, скачками (рис. 15). Каждый очередной скачок удивительно точно соответствует смене господствовавших методических установок в спорте. Например, последний скачок в улучшении спортивных достижений бегунов, наблюдавшийся в послевоенные годы, совпадает с началом применения так называемой «интер-

вальной» тренировки, ставшей к тому времени ведущим методом подготовки в циклических видах спорта.

Конечно, на динамику роста спортивных достижений влияет столь большое число различных факторов, что нечего и думать о создании адекватной математической модели, отражающей механизмы этого процесса. Приходится ограничиваться лишь разработкой достаточно пригодных интер- и экстраполяционных формул.

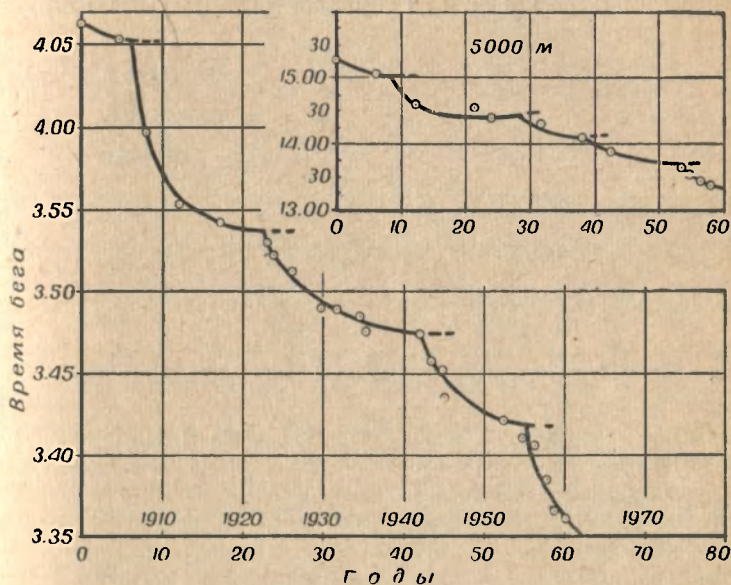


Рис. 15. Динамика роста мировых рекордов в беге на 1500 и 5000 м (Н. И. Волков, В. М. Зацюрский, 1964).

Логика подхода здесь обычно такова: весь процесс роста результатов $y(t)$ представляют в виде суммы:

$$y'(t) = x(t) + v(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ — неслучайная детерминированная составляющая (временной дрейф), $v(t)$ — случайная функция времени, значения которой в разные моменты времени предполагаются независимыми друг от друга. Иными словами, $v(t)$ — это «шум», наложенный на нестационарный детерминированный процесс роста результатов. При таком

подходе различие между разными исследованиями в этой области сводится лишь к выбору функции, аппроксимирующей $x(t)$. Оценка параметров аппроксимирующей функции проводится обычно методом наименьших квадратов, а в отдельных случаях (И. Кръстев, 1966) — графически.

Автор наиболее фундаментального исследования в данной области Frucht выбрал в своей монографии (1960) для этой цели параболу; эту же функцию предпочли Skogowski (1962) и Л. Г. Георгадзе (1965); Н. И. Волков

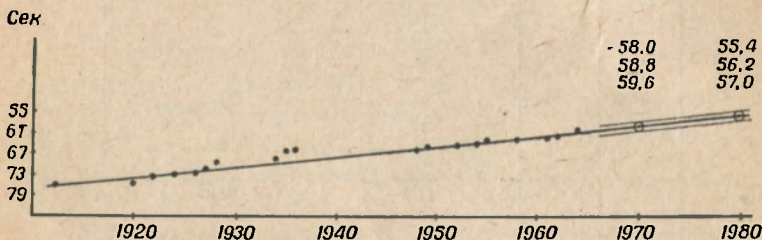


Рис. 16. Динамика роста мировых рекордов в плавании на спине на 100 м (по А. М. Максименко, 1967):

по абсциссе — годы; по ординате — логарифмы мировых рекордов. Отмечены экстраполированные (наиболее вероятные) значения на 1970 и 1980 гг.

(1960) — экспоненту; В. А. Петров (1965) предлагает логистическую кривую. Использовались и другие функции (Adamczewski, 1963). Мы с А. М. Максименко в своей работе (1967) экстраполировали рост рекордов на основе экспоненциальной кривой (рис. 16 и табл. 35). Для оценки использовался метод наименьших квадратов. Возможный лучший и худший результаты (табл. 35) соответствуют стандартной ошибке предсказания. Вероятность того, что действительный результат будет находиться между указанными границами, равна примерно 67%. Будущее покажет, насколько справедливы подобные прогнозы.

Несколько более совершенный подход к прогнозу роста рекордов связан с выделением еще одной — периодической — составляющей.

В этом случае

$$y(t) = x(t) + u(t) + v(t), \quad (2)$$

где $u(t)$ — стационарная периодическая составляющая. Априори такой способ математического описания

Прогноз спортивных достижений

Вид спорта	Мировой рекорд на 1.1 1967 г.	1970 г.			1980 г.		
		наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат	наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат

Легкая атлетика

Мужчины (по рекордам мира)

Бег:	100 м	10,0	9,9	9,9	10,0	9,8	9,7	9,9
	200 м	20,0	19,8	19,7	19,9	19,6	19,5	19,7
	400 м	44,9	44,5	44,3	44,7	43,8	43,6	44,0
	800 м	1.44,3	1.43,5	1.43,0	1.44,0	1.42,0	1.41,5	1.42,5
	1500 м	3.35,6	3.34,0	3.33,0	3.35,6	3.31,0	3.29,5	3.32,5
	5000 м	13.16,6	13.16,6	13.14,0	13.16,6	13.00,0	12.57,0	13.03,0
	10 000 м	27.39,4	27.39,4	27.38,0	27.39,4	27.24,0	27.20,0	27.28,0
	110 м с/б	13,2	13,1	13,0	13,2	12,9	12,8	13,0
	400 м с/б	49,1	49,0	48,7	49,1	48,0	47,7	48,3
	3000 м с/п	8.26,4	8.24,0	8.21,0	8.26,4	8.17,0	8.14,0	8.20,0
Прыжки:	в длину	8,35	8,38	8,48	8,35	8,51	8,61	8,41
	в высоту	2,28	2,28	2,30	2,28	2,33	2,36	2,30
	тройной с шестом	17,03	17,03	17,13	17,03	17,40	17,50	17,30
Метания:	молота	73,74	73,74	74,45	73,74	77,50	79,50	75,50
	копья	91,72	91,72	93,80	91,72	97,30	100,00	94,60
	диска	66,07	66,07	66,80	66,07	69,80	71,10	68,50
Толкание ядра	21,52	21,80	22,15	21,52	23,35	23,90	22,80	

Вид спорта	Мировой рекорд на 1.1 1967 г.	1970 г.			1980 г.		
		наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат	наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат
<i>Женщины (по рекордам мира)</i>							
Бег:	100 м	11,1	11,1	11,0	11,1	10,9	11,0
	200 м	22,7	22,6	22,4	22,7	22,2	22,4
	400 м	51,9	51,0	50,6	51,2	49,5	49,9
	800 м	1.58,0	1.58,0	1.58,0	1.58,0	1.55,0	1.56,0
	80 м с/б	10,3	10,3	10,2	10,3	10,1	10,2
Прыжки:	в длину	6,76	6,76	6,86	6,76	6,98	6,88
	высоту	1,91	1,91	1,91	1,91	1,93	1,91
Метания:	диска	59,70	61,20	62,20	60,20	63,70	62,70
	копья	62,40	62,40	64,30	62,40	67,60	65,20
Толкание ядра		18,59	18,71	19,21	18,59	20,40	19,40
<i>Плавание Мужчины (по рекордам мира)</i>							
Вольный стиль:	100 м	52,9	52,6	52,3	52,9	52,0	52,7
	200 м	1.56,2	1.56,2	1.55,2	1.56,2	1.53,0	1.54,0
	400 м	4.11,1	4.10,0	4.07,0	4.11,1	4.00,0	4.03,0
	1500 м	16.41,6	16.38,0	16.33,0	16.41,6	16.00,0	16.05,0
Брасс:	100 м	1.06,9	1.06,4	1.05,9	1.06,9	1.04,5	1.05,0
	200 м	2.27,8	2.25,0	2.23,0	2.27,0	2.20,0	2.22,0
Баттерфляй:	100 м	57,0	56,0	55,0	57,0	54,0	55,0
	200 м	2.06,6	2.05,5	2.03,5	2.06,6	1.59,0	2.01,0
На спине:	100 м	59,6	58,8	58,0	59,6	56,2	57,0
	200 м	2.10,3	2.08,5	2.06,5	2.10,3	2.04,0	2.06,0

Продолжение

Вид спорта	Мировой рекорд на 1.1 1967 г.	1970 г.			1980 г.			
		наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат	наиболее вероятный результат	возможный лучший результат	возможный худший результат	
<i>Женщины (по рекордам мира)</i>								
Вольный стиль:	100 м	58,9	58,0	57,1	58,9	55,9	55,0	56,8
	200 м	2.10,5	2.08,0	2.06,5	2.09,5	2.03,0	2.01,5	2.04,5
	400 м	4.38,0	4.30,0	4.28,0	4.32,0	4.25,0	4.20,0	4.30,0
	800 м	9.36,9	9.28,0	9.22,0	9.30,0	9.02,0	8.57,0	9.07,0
Брасс:	100 м	1.15,7	1.15,0	1.14,0	1.15,7	1.13,5	1.12,8	1.14,2
	200 м	2.40,8	2.40,0	2.39,0	2.40,8	2.34,0	2.32,0	2.36,0
Баттерфляй:	100 м	1.04,5	1.03,9	1.03,0	1.04,5	1.00,0	59,0	1.01,0
	200 м	2.25,3	2.22,0	2.20,0	2.25,0	2.16,0	2.14,0	2.18,0
На спине:	100 м	1.07,4	1.06,7	1.06,1	1.07,3	1.04,3	1.03,7	1.04,9
	200 м	2.26,4	2.25,0	2.24,0	2.26,4	2.20,0	2.18,5	2.21,5
<i>Тяжелая атлетика (по результатам первенств мира)</i>								
Вес спортсмена:								
	до 56 кг	365,0	365,0	370,0	365,0	380,0	385,0	375,0
	до 60 кг	397,5	400,0	407,5	397,5	420,0	427,5	412,5
	до 67,5 кг	437,5	437,5	440,0	437,5	457,5	465,0	450,0
	до 75 кг	452,5	462,5	467,5	462,5	477,5	485,0	470,0
	до 82,5 кг	485,0	485,0	487,5	485,0	500,0	507,5	492,5
	до 90 кг	487,5	500,0	507,5	492,5	520,0	527,5	512,5
	свыше 90 кг	580,0	585,0	592,5	580,0	620,0	630,0	610,0

представляется более целесообразным (напомним, что зависимости именно такого типа используются в многочисленных задачах предсказания — обзоры, см. А. Г. Ивахненко и В. Г. Лапа, 1965, и др.). К тому же Skorowski (1965) показал, что прирост результатов в легкоатлетическом беге (по сумме дистанций), по данным мировых рекордов, имеет четырехлетние периодические флюктуации, соответствующие олимпийскому циклу.

Однако в национальных достижениях (рекорды Польши) такой периодики не обнаружено. Л. Г. Георгадзе (1965), используя модель типа (2), обработал результаты десяти сильнейших спортсменов Грузии за 20 лет (1945—1964) по 30 видам легкой атлетики (мужчины — 20 видов; женщины — 10 видов). Была выделена нестационарная составляющая (аппроксимация проводилась на основе параболической кривой), а для оставшейся стационарной последовательности вычислялась автокорреляционная функция. Однако ее значения были крайне невелики (например, для бега на 100 м у мужчин первое значение равнялось лишь 0,009), что позволило в дальнейшем при прогнозе не использовать $u(t)$. Таким образом, вопрос о необходимости учитывать при предсказании спортивных достижений периодическую составляющую остается открытым. По-видимому, для прогноза высших мировых достижений это есть смысл делать.

Прогнозирование результатов отдельных спортсменов. Собственного опыта в этом вопросе у нас нет, поэтому ограничимся краткими замечаниями.

Вопрос в данном случае стоит так: если нам известно, как изменялось функциональное состояние спортсмена в течение длительного времени (например, в течение года), то, что мы можем сказать о том, как будет изменяться его состояние в ближайшем будущем (скажем, в течение месяца)? Естественно, что подобный прогноз может быть сделан лишь с той или иной степенью вероятности. Решение этой задачи позволило бы более успешно отбирать кандидатов в состав сборных команд для выступлений на ответственных соревнованиях.

Отметим, что в последние годы широко развилась как теория (А. Н. Колмогоров, 1941), так и практика (А. Г. Ивахненко и Лапа В. Г., 1965) научного предсказывания. В частности, удалось успешно предсказать некоторые биологические процессы, как, например, изменение ликворного давления при экспериментальном кровоизлиянии в головной мозг и др. (В. Г. Лапа, 1964, 1965). В СССР освоено производство специализированной предсказывающей электронно-вычислительной машины «Альфа».

Единственный известный нам опыт подобного предсказания в спорте описал в своей монографии R. Brown (1963). Используя

несколько видоизмененный метод Колмогорова — Винера, он осуществил успешный прогноз результатов автогонщика-профессионала (участника соревнований по авторалли).

Несколько иное направление в прогнозах спортивных результатов связано с попытками предсказать итоги конкретной встречи по футболу, боксу и т. п. Так, например, Jochems (1962) использовал следующую простую линейную модель предсказания, основанную на предположении, что команда, выигравшая больше предыдущих матчей, вероятно, выиграет следующий. Предсказание основано на знаке статистики

$$\lambda_{ij} = \omega_i - \omega_j,$$

где

$$\omega_i = \frac{a_i \cdot 2 + c_i \cdot 1}{m_i},$$

где a_i , c_i — соответственно число выигрышей и ничьих i -й команды, m_i — число всех сыгранных матчей.

Проверка пригодности этой модели на большом статистическом материале показала, что она вполне согласуется с действительностью. Однако модель предсказывала результаты с точностью не более высокой (но и не более низкой), чем это делали специалисты, знающие спорт и силы команд (Harris, 1963). Заметим, что если практическая польза прогноза состояния спортсмена вполне очевидна, то зачем надо предсказывать исход конкретного матча, встречи, игры — непонятно (эти работы стимулировались распространенной на Западе игрой в спортивном тотализаторе). По-видимому, данное направление в научном плане бесперспективно.

Глава II

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ В СПОРТИВНОЙ ТРЕНИРОВКЕ

Во введении к книге отмечалось, что в тренировке можно в первом приближении различать три случая управления: а) управление поведением; б) управление срочным тренировочным эффектом; в) управление кумулятивным эффектом.

Во II главе рассматриваются некоторые пути применения для этих целей математических методов и технических (в частности, управляющих) устройств.

II.1. УПРАВЛЕНИЕ ПОВЕДЕНИЕМ

II.1.1. Использование технических средств

Управление поведением спортсмена — это непосредственное содержание работы тренера. Управляя поведением спортсмена, он воздействует на его организм и таким путем добивается желаемого роста спортивных результатов. В управлении поведением сравнительно велик объем чисто механической работы, которую можно было бы возложить на автоматические устройства. Это облегчило бы работу тренера и высвободило его время. Здесь можно, как нам кажется, выделить две группы устройств: 1) по программированию действий спортсмена, 2) по информации о выполненных действиях.

Примером первых могут быть лидирующие устройства; примером вторых — приборы «срочной информации»,

большое число которых было разработано по инициативе и под руководством проф. В. С. Фарфеля (1962, 1963, 1965 и др.).

Как пример к методу «срочной информации» рассмотрим прибор А. К. Орлова, предназначенный для сигнализации о положении конька на льду при выполнении элементов фигурного катания¹.

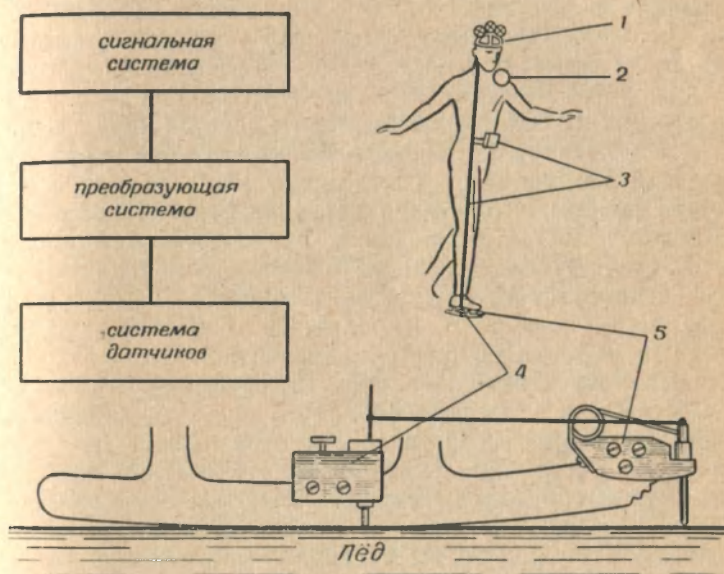


Рис. 17. Блок-схема устройства срочной информации о положении конька (А. К. Орлов)

Обычно качество выполнения фигуристом обязательного упражнения определяется по следам, остающимся на льду от конька. Недостатки такого способа состоят в следующем: а) следы видны только на чистом льду; б) чтобы разглядеть легкое касание второго ребра, приходится смотреть на уровне льда, т. е. становиться на колени или ложиться (!) на лед; в) определить, в каком положении был конек, можно только после исполнения упражнения.

¹ Сходные устройства разработаны ранее Я. А. Смушкиным (1964).

На рис. 17 показана блок-схема предлагаемого устройства. Устройство включает в себя шапочку (1) с разноцветными сигнальными лампочками, генератор звуковых сигналов (2), батарею питания и проводку (3), датчики наклона конька в поперечной (4) и продольной плоскостях (5).

Когда конек опирается на одно ребро, импульсы с датчика 4 включают соответствующие световые и звуковые сигналы. Звуковыми сигналами генератора, укрепленного на плече, руководствуется спортсмен. Тренер же ориентируется по цветным лампочкам на шапочке. При скольжении на одном ребре льда касается лишь один толкатель датчика 4, и соответственно ему горит крайняя лампочка на шапочке спортсмена. При касании льда вторым ребром, что обычно расценивается как ошибка, зажигается другая лампочка и изменяется тембр или включается звуковой сигнал. По желанию подача звукового сигнала может осуществляться с того или другого ребра при помощи коммутирующего переключателя. Сходным образом осуществляется сигнализация о положении конька в передне-заднем направлении.

Применение устройств подобного рода освобождает тренера от необходимости (без преувеличения) ползать по льду и расширяет возможности творческой работы. Кроме того, спортсмен имеет возможность сам анализировать свои действия, а не останавливаться для беседы с тренером. При работе же с группой спортсменов такие устройства выступают уже в качестве автоматических тренажеров, что, безусловно, повышает эффективность работы тренера.

II.1.2. Математическое моделирование процесса обучения физическим упражнениям

К настоящему времени создано значительное число математических моделей, предназначенных для описания процесса обучения живых существ, в частности человека (обзоры, см. К. У. Спенс, 1963; Ф. Джордж, 1964; Atkinson, Bower, Crothers, 1965; Luce, Bush, Galanter, 1965, и др.). Одной из наиболее разработанных является известная модель Р. Буша и Ф. Мостеллера¹ (русск. изд.

¹ В дальнейшем — модель БМ.

1962 г.). Мы пытались использовать ее для описания результатов ряда экспериментов по обучению физическим упражнениям. В известных нам попытках применения модели БМ обучение проводилось либо вербальным реакциям, либо двигательным актам поведенческого типа, где двигательный состав ответной реакции выступал лишь как выражение принятого ранее решения (примеры, см. Р. Буш и Ф. Мостеллер, 1962). Те же случаи, где предметом научения является овладение собственно исполнительской, моторной стороной действия, насколько нам известно, никогда не были объектом математического моделирования. Отмечавшаяся уже в литературе (W. Maus, 1963; P. Suppes, 1962) ограниченность модели БМ (требования к линейности операторов обучения и пр.) делала априори неясным исход моделирования, которое в этом специфическом случае, вообще говоря, могло привести к существенным расхождениям с экспериментом.

Поэтому на первых порах основное внимание уделялось выяснению пригодности данной модели к ситуациям, типичным для физического воспитания и спорта, а также определению тех практических задач, в решении которых эта модель могла бы быть полезна.

Модель БМ в основе модели БМ лежат следующие соображения: у испытуемого есть некоторое множество ответных альтернативных реакций; часть этих реакций является правильной, другая часть — неверной. Каждая альтернатива может произойти с некоторой вероятностью; упорядоченная совокупность подобных вероятностей рассматривается как вектор. Под влиянием обучения увеличивается вероятность правильных реакций и снижается вероятность неверных альтернатив. Цель процесса обучения — преобразование вектора вероятностей. Указанные преобразования описываются линейными матричными операторами, зависящими от предшествующих событий.

* Основными элементами математической схемы модели БМ являются:

1. Полная система несовместимых альтернатив A_1, A_2, \dots, A_k ; при применении модели к экспериментальным ситуациям альтернативы $A_j (j = 1, 2, \dots, k)$ отождествляются с некоторыми классами поведения,

2. Вектор вероятностей p_1, p_2, \dots, p_k , каждая компонента которого соответствует определенной альтернативе; множество вероятностей p_j ($j = 1, 2, \dots, k$) рассматривается как характеристика поведения;

3. Множество несовместимых событий E_1, E_2, \dots, E_k ; наступление событий может зависеть от реакций субъекта (организма), воли экспериментатора или от того и другого вместе;

4. Множество операторов обучения T_1, T_2, \dots, T_k , соответствующих этим событиям.

Вероятность p_j представляет собой вероятность появления некоторой альтернативы A_j . Само испытание рассматривается как предоставление возможности выбора между k альтернативами. Если произошло событие E_i , то к вектору вероятностей применяется оператор T_i ; в результате получается некоторый новый вероятностный вектор той же размерности. Операторы T_i по предположению линейны и могут быть заданы стохастическими матрицами (элементы таких матриц положительны, а суммы элементов по строкам и столбцам равны единице).

В простейшей ситуации, когда есть только две альтернативы ($k = 2$), можно не использовать матричную запись. В этом случае вводят пару строчных операторов Q_1 и Q_2 . Удобной формой записи этих операторов является так называемое представление с указанием неподвижной точки:

$$Q_i p = a_i p + (1 - a_i) \lambda_i,$$

где a_i и λ_i — параметры, оцениваемые по экспериментальным данным. Если $p = \lambda_i$, то $Q_i p = p = \lambda_i$, т. е. λ_i — неподвижная точка оператора Q_i .

Первая серия экспериментов (В. М. Зациорский, Е. П. Лавкин, Р. В. Соловьева, 1964). Детей 1-го и 5-го классов одной из московских школ обучали двум гимнастическим упражнениям.

Первое упражнение. Исходное положение — основная стойка. 1. Левую руку вперед, ладонь вверх; правую руку в сторону. 2. Исходное положение. 3—4. То же с другой руки.

Второе упражнение. Исходное положение — основная стойка. 1. Выпад вправо с наклоном влево, левую руку на пояс, правую руку вверх. 2. Исходное положение. 3—4. То же в другую сторону.

Результаты каждой попытки фиксировались. Всего в экспериментах в каждом классе участвовали: в первом

упражнении — по 40 человек; во втором упражнении — по 30 человек.

Идентификация модели. На данном этапе авторы считали целесообразным максимально упростить условия эксперимента и применяемую модель. Конкретно модель идентифицировалась следующим образом:

а) выделялись две альтернативы — A_1 и A_2 , заключающиеся в том, что упражнение получилось или не получилось;

б) указанные альтернативы одновременно рассматривались как события, вызывающие применение операторов обучения;

в) обеим альтернативам в каждом испытании приписывались некоторые вероятности, оценка которых проводилась по экспериментальным данным;

г) каждому из двух возможных событий соответствовал свой оператор обучения;

д) исходная вероятность альтернативы A_1 принималась равной 0; неподвижная точка модели, соответствующая пределу обучения, равнялась 1;

е) предполагалось, что операторы обучения перестановочны;

ж) при оценке экспериментальных данных использовалось представление с указанием неподвижной точки. В этом случае каждый из двух операторов обучения характеризовался лишь одним параметром. Таким образом, задача математически сводилась к тому, чтобы определить численные оценки параметра удачных попыток (α_1) и параметра неудачных попыток (α_2).

Основные результаты нашли отражение в оценках параметров обучения, которые приведены в табл. 36.

Таблица 36

Численные оценки параметров обучения

Упражнения	Параметры	1-й класс	5-й класс
Первое	α_1	0,80	0,76
	α_2	0,87	0,83
Второе	α_1	0,73	0,72
	α_2	0,85	0,82

На основе этих параметров может быть рассчитано много таких показателей, как: среднее число неудачных попыток, число попыток до первой удачной, до второй удачной и т. д., чередование удачных и неудачных попыток и пр. Некоторые из этих показателей были рассчи-

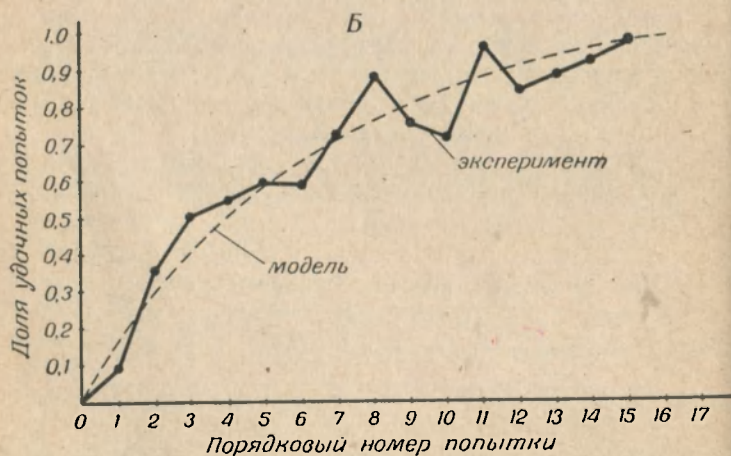
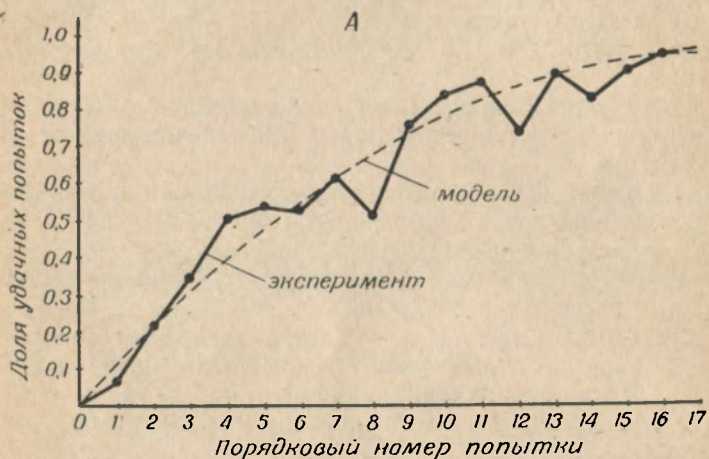


Рис. 18. Экспериментальные и теоретические (модельные) оценки процесса научения (1-й класс)
А — упражнение 1. Б — упражнение 2.

таны и сопоставлены с экспериментальными данными. Отдельные примеры даны в табл. 37 и на рис. 18.

Таблица 37

Стандартные отклонения числа попыток до первой удачной (по данным модели и эксперимента)

Упражнения	Классы	Эксперимент	Модель
Первое	1-й	1,488	1,720
	5-й	1,552	1,500
Второе	1-й	1,609	1,609
	5-й	1,389	1,652

Соответствие между данными модели и эксперимента достаточно высоко, что дает основание говорить о пригодности модели БМ для описания данной специфической ситуации обучения.

Табл. 36 показывает, что оценки параметров обучения для разных случаев (удачная и неудачная попытка, первое и второе упражнения, дети 1-го и 5-го классов) численно различны. Это открывает возможность для использования модели БМ с целью квантификации быстроты научения («способностей к обучению») различных контингентов испытуемых при овладении двигательными заданиями разного характера.

Весьма интересным является использование модели для классификации двигательных заданий на основе соотношения «обучающих эффектов» удачных и неудачных попыток. Жизненный опыт подсказывает, что есть такие двигательные задания (например, написание символических знаков типа скрипичного ключа и пр.), где понимание — не всегда вербализующееся — состава действия сразу ведет к успешному выполнению движения. При этом обучение проходит «скачком»: достаточно одного удачного выполнения, чтобы все последующие почти наверняка были удачными. Но бывают и такие ситуации (например, стрельба в цель), где удачная попытка почти не изменяет вероятность того, что следующие выполнения будут успешны.

Сказанное заманчиво поставить в связь с развитыми Н. А. Бернштейном (1947, 1961, 1965) представлениями о роли программирования и сенсорных коррекций в построении движений. В частности, «внезапное» овладение движением можно ассоциировать с построением программы двигательного акта (что и отмечает Н. А. Бернштейн, 1961), а медленное постепенное усовершенствование движения — с отработкой систем сенсорного корригирования. Естественно, что сказанное — лишь гипотеза, нуждающаяся в надежной экспериментальной проверке.

Модель БМ дает возможность количественно оценить изменение вероятности появления правильной реакции, если предыдущая реакция была а) правильной, б) неверной. Можно также сопоставить степень влияния удачных и неудачных попыток на успешность выполнения последующих. С этой целью естественно ввести коэффициент (условно названный коэффициентом «П»), представляющий собой логарифм параметра неудачных попыток по основанию параметра удачных выполнений ($\log_{\alpha_1 \alpha_2}$). Реальный смысл коэффициента таков: он показывает, сколько неудачных попыток эквивалентны по обучающему эффекту одной удачной попытке. Соответствующие значения приведены в табл. 38.

Таблица 38

Сравнительная эффективность удачных и неудачных попыток (коэффициент «П»)

Упражнения	1-й класс	5-й класс
Первое	2,07	2,08
Второе	2,10	2,10

Успешное применение модели БМ для описания процесса обучения гимнастическим упражнениям стимулировало дальнейшую работу в этой области.

Во второй серии экспериментальных исследований (работа А. К. Орлова) были поставлены следующие задачи:

1) опробование вариантов модели, не использовавшихся ранее для описания обучения физическим упражнениям;

2) расширение круга моделируемых упражнений, а также сопоставление эффективности и особенностей обучения:

а) некоторым элементам техники фигурного катания различными методами, в частности с использованием средств срочной информации;

б) испытуемых с различными весо-ростовыми данными.

Было проведено два эксперимента. В первом испытуемым фигуристам I спортивного разряда и кандидатам в мастера спорта (всего 30 человек) предлагалось исправить ошибки (касание льда вторым ребром конька) в исполнении обязательных фигур № 4, 20 а, б, 21 а, б, которые были обнаружены с помощью устройства, фиксирующего положение фигурного конька на льду. На первом этапе эксперимента испытуемым давалось 30 попыток на исправление ошибок. О качестве исполнения испытуемые могли судить, ориентируясь по своим ощущениям и следам на льду. Именно так происходит обучение фигурному катанию в настоящее время. В течение первого этапа заметных сдвигов в качестве выполнения упражнений не произошло.

На втором этапе эти же испытуемые выполняли экспериментальные упражнения, используя в качестве средства срочной информации упомянутое выше устройство. Обучающим фактором служил звуковой сигнал при касании льда вторым ребром. Обучение проводилось до устойчивого овладения движениями, критерием чего служило безупречное исполнение фигуры пять раз подряд.

Во втором эксперименте была поставлена задача выявить особенности обучения жонглированию гирей 16 кг и ядром 7,257 кг испытуемых с различными тотальными размерами тела.

Жонглированию гирей (броску хватом сверху толчком от себя — один оборот) и броску ядра за спиной с руки на руку обучали военнослужащих Советской Армии срочной службы (90 человек). В зависимости от веса испытуемых делили на три группы: до 65 кг, до 80 кг и сверх 80 кг. Обучение осуществлялось при помощи демонстрации и несложных словесных указаний до появления пяти успешных попыток подряд.

Для описания процесса обучения использовалась модель Буша и Мостеллера для случая событий, контроли-

руемых испытуемым. Применялась запись оператора обучения с указанием неподвижной точки. В обоих случаях совпадение экспериментальных и рассчитанных из модели данных было достаточно высоким, что указывает на то, что использованный вариант модели хорошо описывает экспериментальную ситуацию (рис. 19, 20).

Основным фактическим результатом экспериментов явилось получение некоторых численных оценок, характеризующих процесс обучения. В частности, результаты

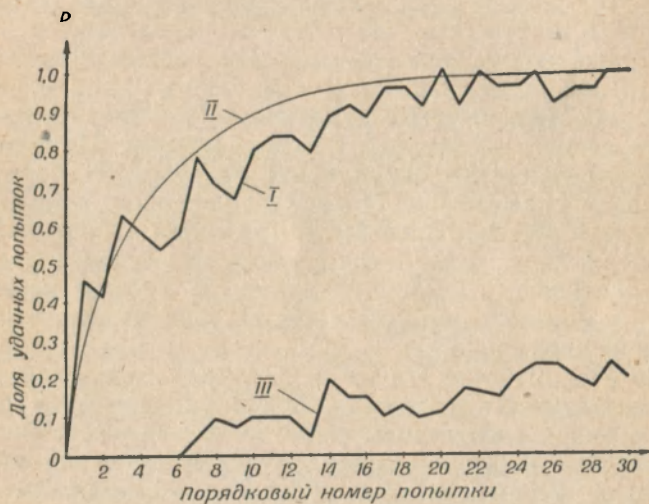


Рис. 19. Обучение элементам техники фигурного катания: I — экспериментальные данные; II — теоретическая кривая вероятности удачной попытки, рассчитанная из модели; III — экспериментальная кривая изменения доли успешных попыток при обучении без использования устройства срочной информации.

первого эксперимента выражаются двумя параметрами — α_1 и α_2 , которые могут служить критерием эффективности удачных и неудачных попыток; это может быть использовано для классификации упражнений по соотношению обучающих эффектов, как это было отмечено выше.

Смысл параметров следующий: α_1 указывает, как изменится вероятность появления удачной попытки, если перед этим была удачная; α_2 описывает изменение вероятности появления удачной попытки после неудачной.

На основе этих параметров может быть рассчитано большое число таких характеристик обучения, как среднее число ошибок до наступления первой удачной попытки, дисперсия этой величины и т. п.

Другой результат первого эксперимента — вывод о том, что применение в обучении устройства, фиксирующего положение фигурного конька на льду, как средства срочной информации, значительно ускоряет процесс обучения (сравните кривые *I* и *II* с *III* на рис. 19).

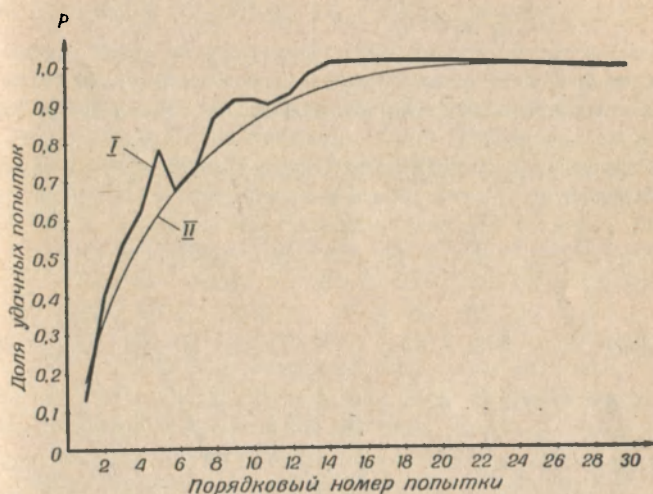


Рис. 20. Обучение жонглированию гирей:

I — экспериментальные данные; *II* — теоретическая кривая изменения вероятности удачной попытки, рассчитанная из модели БМ.

Особенностью другого варианта модели при описании обучения жонглированию гирей и ядром является то, что неудачная попытка не влияет на повышение вероятности удачной попытки (табл. 39). Соответствующая гипотеза проверялась по критерию χ^2 .

Результаты второго эксперимента (рис. 21) позволяют определить соотношение параметров α_1 у лиц разных весовых категорий. Быстрее всего обучались лица средней весовой категории (от 65 кг до 80 кг). Лица легкого веса (до 65 кг) и тяжелого веса (более 80 кг) обучались медленнее.

Таблица 39

Оценки параметров α_1 и α_2 модели Буша и Мостеллера

Параметры	Коньки	Гиря	Ядро
$\hat{\alpha}_1$	0,807	0,830	0,828
$\hat{\alpha}_2$	0,710	0,000	0,000

Оценка α_1 определяет изменение вероятности удачной попытки после предшествующей удачной. Оценка α_2 — после неудачной попытки.

Равенство $\alpha_2 = 0$ показывает, что неудачная попытка не влияет на обучение.

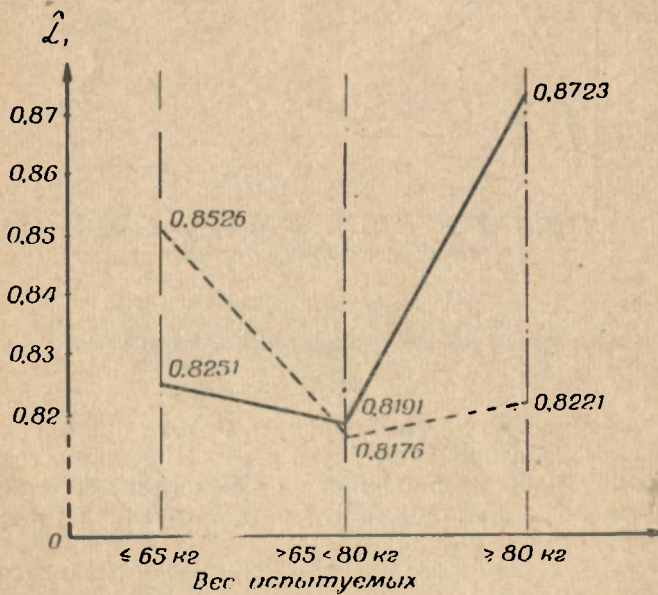


Рис. 21. Оценки α_1 в эксперименте по обучению жонглированию гирей (сплошная линия) и ядром (пунктирная линия) для трех групп испытуемых: легковесов, средневесов и тяжеловесов (А. К. Орлов, 1966). Чем меньше α_1 , тем обучение идет успешнее

Неудачи легковесов можно объяснить отсутствием у них достаточной физической силы; причина неуспеха тяжеловесов, возможно, кроется в их недостаточных координационных возможностях.

II.2. УПРАВЛЕНИЕ СРОЧНЫМ ТРЕНИРОВОЧНЫМ ЭФФЕКТОМ (I. ТРЕНАЖЕРЫ НА ОБРАТНЫХ СВЯЗЯХ)

II.2.1. Предпосылки и идея метода

Существующая методика тренировки строится на основе управления поведением спортсмена. Ее главный недостаток заключается в том, что тренер, задавая спортсмену ту или другую нагрузку, по существу, не знает, вызвала ли заданная тренировочная работа желаемые сдвиги в организме или нет. Это приводит к большой неточности, приблизительности в выборе тренировочных заданий. Если тренер, например, дает своему ученику задание пробежать 10 раз по 400 м за 65 сек. каждый отрезок, отдыхая между забегами по 5 мин., то он в действительности не знает, почему выбрана именно такая нагрузка. Надо ли бежать 10 раз, а не 9 или 12. По 400 м или по 300 или 450? Почему выбрано время 65 сек.? Быть может, лучшие результаты будут, если пробегать эти отрезки за 63 или 68 сек.? И так далее.

Все эти вопросы решаются на основе интуиции тренера; он исходит лишь из самых общих соображений (нагрузка скоростного характера, «на специальную выносливость», «скоростную выносливость» и т. п.). Очевидно, что в будущем наши знания о том, как влияет та или иная нагрузка на организм спортсмена, будут расширяться. Однако, всегда придется считаться с тем, что в зависимости от исходного состояния спортсмена реакции на одну и ту же нагрузку будут различны. Поэтому если спортсмену дается задание, которое он должен выполнить, и при этом не учитываются ответные реакции организма, то очевидно, что при таком подходе тренировка будет далека от оптимальной. Следует к тому же учитывать, что главное в тренировочном занятии заключается не в том, что спортсмен должен выполнить определенную нагрузку, а в том, чтобы достичь необходимых ответных реакций организма желаемого характера и величины. Отсюда, по нашему мнению, основная задача буду-

щего в методике физической подготовки спортсмена — перейти от управления поведением спортсмена к непосредственному управлению срочным тренировочным эффектом. Для этого надо:

определить зависимости между поведением спортсмена и срочным тренировочным эффектом;

найти индикаторные показатели, по которым можно было бы судить о срочном тренировочном эффекте;

разработать методики регистрации индикаторных показателей при выполнении работы.

Как могло бы осуществляться управление по срочному тренировочному эффекту, покажем на примере, где мы сравнительно близки к выполнению такой задачи (более подробно см. в книге В. М. Зациорского, 1966).

Не раз было показано, что результаты спортсмена в таких видах, как, например, лыжные гонки, в огромной степени зависят от его аэробных возможностей, о которых можно судить, в частности, по максимальным величинам O_2 -потребления. При тренировке аэробных возможностей одним из ведущих методов является длительное выполнение работы с так называемой «критической скоростью», когда O_2 -запрос равен потолку кислородного потребления. В настоящее время тренер не знает, каких величин потребления O_2 спортсмен в действительности достигает во время работы. Скорость передвижения может оказаться и чересчур большой и слишком малой, а эффективность тренировки низкой. Обо всем этом спортсмен и тренер узнают лишь тогда, когда через несколько месяцев (!) проведут очередное измерение максимума O_2 -потребления. Сейчас тренер управляет поведением спортсмена, получая информацию о правильности своей работы только изредка во время соревнований, прикидок, контрольных обследований и т. п.

К сожалению, при нынешнем уровне экспериментальной техники измерять у спортсмена все время величины O_2 -потребления невозможно. Однако эти величины можно оценить косвенно, используя как индикаторную функцию частоту сокращений сердца. В широком диапазоне нагрузок частота сердечных сокращений линейно связана с величинами O_2 -потребления. Максимальные величины O_2 -потребления достигаются обычно при частоте пульса 170—190 уд/мин, в среднем при 180 уд/мин. Используя в

качестве ориентира указанную частоту пульса (а при необходимости и другую с поправкой на индивидуальные особенности), можно задавать спортсмену необходимую скорость передвижения.

Для регистрации сердечного ритма можно использовать радиотелеметрические устройства (В. В. Розенблат, 1962, и др.). Их можно сделать весьма портативными и

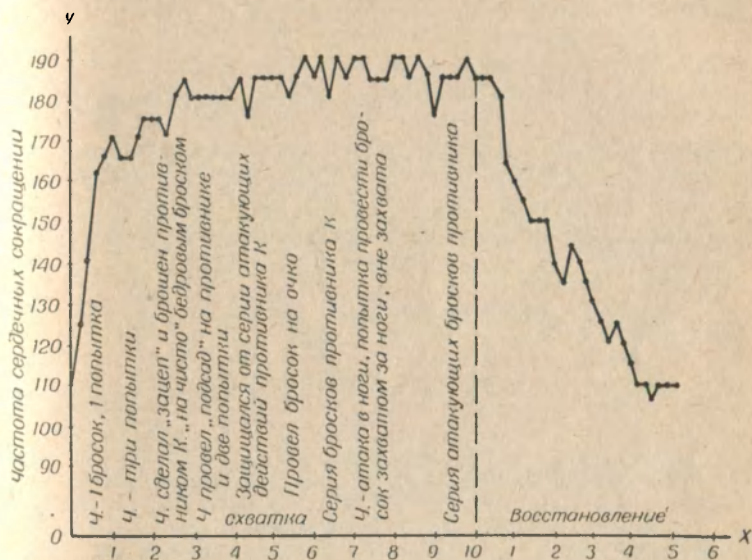


Рис. 22. Изменение сердечного ритма во время схватки по борьбе самбо (Н. Г. Кулик).

Испытуемый — первозрядник Ч.; его партнер — К. Результаты представлены по 12-секундным интервалам отметчика времени регистрирующего прибора

помехоустойчивыми, что позволяет проводить наблюдения практически во всех видах спорта. Так, аспиранту Н. Г. Кулику удалось регистрировать по радио сердечный ритм спортсмена даже в таком «неудобном» виде спорта, как борьба (рис. 22). Если стоит задача длительно непрерывно регистрировать ритм сердца, то можно воспользоваться разработанными Н. Г. Куликом и Е. А. Мирошниковым сумматорами пульса — портативными автономными приборами, фиксирующими накопленную сумму числа сердечных сокращений за интересующий тренера период. Сумматоры пульса дают возможность регистри-

ровать сердечный ритм непрерывно в течение многих суток (рис. 23).

Существенным недостатком описанных устройств (как телеметрических, так и суммирующих) является то, что для управления срочным тренировочным эффектом необходимо постоянное вмешательство тренера, который должен учитывать данные приборов и давать спортсмену указания о выполнении тренировочной нагрузки. Заман-

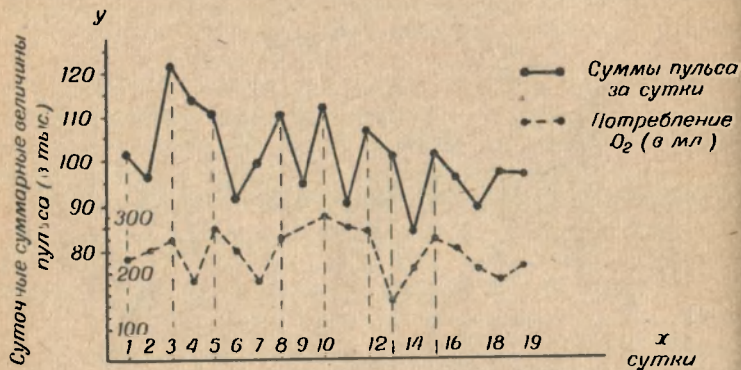


Рис. 23. Динамика суточных суммарных величин пульса и потребления кислорода в условиях основного обмена во время непрерывной регистрации в течение 19 суток (вертикальными пунктирными линиями обозначены дни тренировочных занятий) (В. М. Зациорский, Н. Г. Кулик, 1966)

чиво было бы полностью автоматизировать этот процесс. Это возможно, если разработать тренажеры на обратных связях, на которых можно было бы программировать желаемый тренировочный эффект. Такой тренажер должен сличать запрограммированный показатель с действительным и в зависимости от рассогласования вносить коррективы непосредственно по ходу выполнения тренировочной нагрузки.

Принципиально новая сторона такой методики тренировки заключается в том, что в данном случае тренер будет задавать спортсмену (программировать) не работу, которую тот должен выполнить, а результат (срочный тренировочный эффект), к которому она должна привести. Иными словами, в данном случае тренер перейдет от управления поведением спортсмена к непосредственному управлению срочным тренировочным эффектом.

11.2.2. Предварительные исследования

Для конструирования тренажера, использующего в качестве индикаторной функции частоту сердечных сокращений, необходимо было знать, как изменяется ритм сердца при мышечной работе. Общеизвестное сведение об учащении пульса при физических нагрузках было явно недостаточным. Необходимо было выяснить тип статистического распределения длительностей сердечных циклов, наличие в сердечном ритме периодических составляющих, степень его нестабильности в разных условиях, влияние дыхания и т. д.

С этой целью были проведены исследования (диссертационная работа С. К. Сарсания «Физиологические ритмы сердца», 1966), некоторые результаты которых приводятся ниже (более подробно см. В. М. Зацюрский, С. К. Сарсания, 1966 а, б; 1967).

Методика. Длительность сердечных циклов определяли с помощью специального устройства по интервалу $R-R$ электрокардиограммы с точностью до 10^{-3} сек. Одновременно регистрировали кривую дыхания. Анализу подвергались от 150 до 1600 последовательно зарегистрированных сердечных циклов.

Вычисления осуществляли на электронно-вычислительных машинах. Программа предусматривала расчет центральных моментов 1—4-го порядков, автокорреляционной функции и некоторых других статистик. Всего обработано свыше 500 записей.

Статистические характеристики. Оценки были получены на выборке из 77 испытуемых спортсменов:

1) стандартное отклонение составляло в среднем 0,07 сек., варьируя от 0,008 до 0,181 сек.;

2) коэффициент вариации составлял в среднем 6,04%, варьируя от 0,93 до 14,7%;

3) коэффициент асимметрии составлял в среднем минус 0,007, колеблясь от 1,307 до 1,768;

4) эксцесс составлял в среднем 0,089, варьируя от минус 0,951 до 4,469.

Напомним, что нормальному распределению соответствуют значения коэффициента асимметрии и эксцесса равные нулю. Отклонение коэффициента асимметрии от нулевых значений свидетельствует о скошенности распределения (при модуле $< 0,5$ ее принято считать небольшой). Положительные значения эксцесса говорят о боль-

шой доле (по сравнению с нормальным распределением) срединных значений; отрицательные — соответствуют «плоским» кривым распределения.

В 42,8% случаев оценки 3-го и 4-го моментов распределения находились в пределах 95% доверительных границ (принималась гипотеза о соответствии эмпирического распределения нормальному); в 46% случаев оценка одного из моментов выходила за доверительный интервал.

При мышечной работе распределение становилось ближе к нормальному (гипотеза о соответствии оценок

σ (сек.)

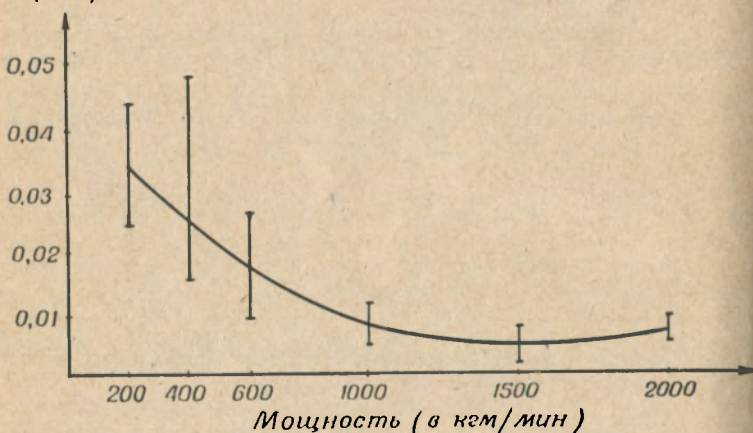


Рис. 24. Зависимость variability сердечного ритма от мощности работы:

по абсциссе — мощность; по ординате — стандартное отклонение интервалов (вертикальными чертами отмечен размах оценок в экспериментальной выборке из 7 испытуемых)

3-го и 4-го моментов теоретическим значениям нормального распределения была принята в 65% случаев). Оценки стандартного отклонения и коэффициента вариации значительно уменьшались (рис. 24).

Автокорреляционный анализ сердечного ритма. Данные автокорреляционного анализа представили весьма разнообразную картину. С некоторой степенью условности были выделены шесть типов коррелограмм (рис. 25).

1. Коррелограммы, свидетельствующие о независимости длительности последующих интервалов $R - R$ от пре-

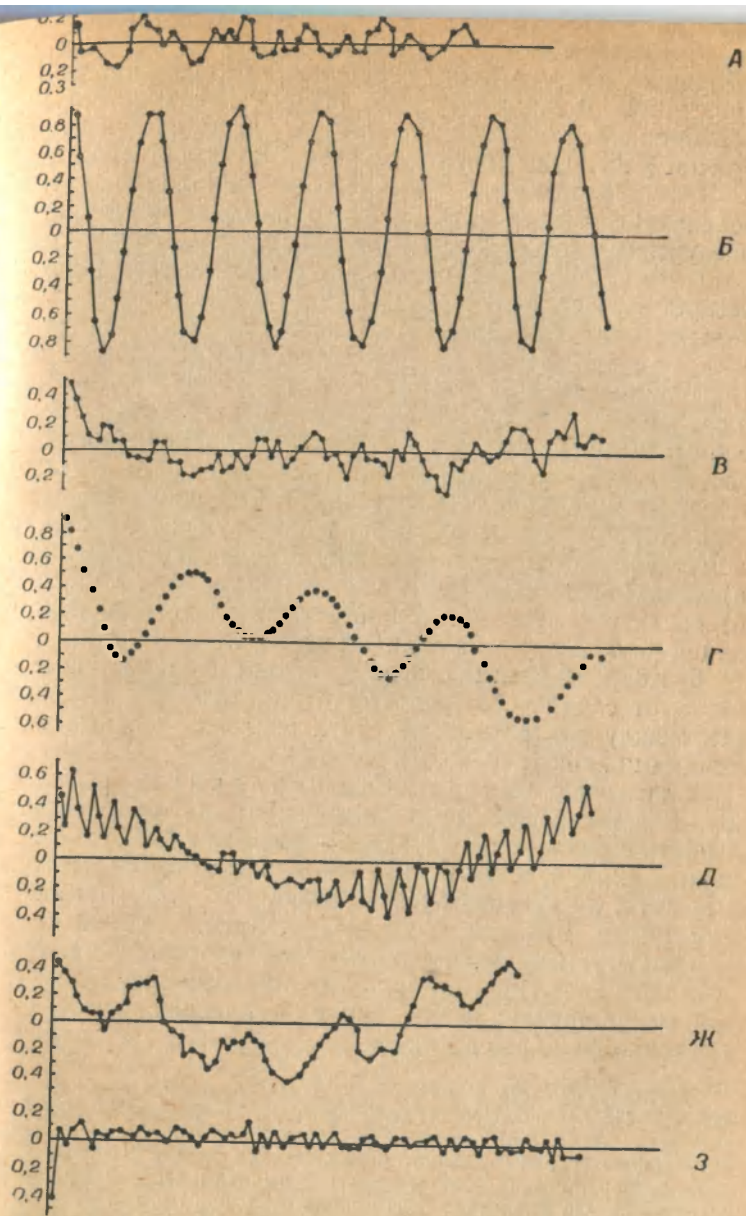


Рис. 25. Основные типы коррелограмм сердечного ритма
 (В. М. Зациорский, С. К. Сарсания, 1966а):
 по абсциссе — порядковый номер цикла

дыдущих и отсутствии периодической составляющей (рис. 25, А). В таких ситуациях первые значения автокорреляционной функции не достигали статистически существенных величин (при 1,0% уровне значимости).

2. Коррелограммы, содержащие осцилляции дыхательной частоты, с ритмом, синхронным респираторным экскурсиям грудной клетки (рис. 25, Б).

3. Коррелограммы, содержащие медленную периодическую составляющую, с периодом большим, чем длительность дыхательного акта (рис. 25, Г).

4. «Быстро затухающие» коррелограммы, значения которых снижались до нуля к 2—6-му удару (через 2—6 сек.) и затем не поднимались до статистически существенных величин (рис. 25, В). Этот тип коррелограмм соответствует слабо выраженной периодичности и значительной мощности аperiodических возмущений («шума»).

5. Коррелограммы с суперпозиций двух «волн». В данном случае на медленную волну накладываются либо: а) «волны» дыхательной частоты (рис. 25, Д), либо б) «волны» с периодом длиннее дыхательного (суперпозиция двух медленных волн — рис. 25, Ж).

6. Коррелограммы с первым отрицательным значением. Этот случай соответствует отрицательной зависимости между длительностями двух последовательных сердечных циклов (рис. 25, З).

Влияние дыхания на сердечную ритмику. В ходе эксперимента испытуемым давалось задание дышать с одинаковой глубиной и разными частотами дыхания — 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120 раз в минуту, а для некоторых испытуемых — 140, 160 раз в минуту. За глубиной дыхания (экскурсия грудной клетки) испытуемый следил по амплитуде отклонения луча осциллоскопа. Необходимую глубину дыхания испытуемые могли поддерживать лишь на медленных частотах — примерно до 20 раз в минуту.

Методика расчета фазово-амплитудных характеристик была следующей. По оси абсцисс откладывались логарифмические значения частоты дыхания, а по оси ординат — значения фазовых углов и амплитуды флюктуаций сердечного ритма. Начало отсчета фазового угла соответствовало совпадению максимумов выдоха и частоты сердечных сокращений. Об амплитуде флюктуаций сердечного ритма судили по оценкам стандартного отклонения, которые, как известно, пропорциональны оценкам амплитуды, но значительно превосходят последние по эффективности.

При низких частотах дыхания ($\text{ЧП}:\text{ЧД}>2:1$) наблюдалась четко выраженная дыхательная аритмия (рис. 26). Пульсовые волны сочетаются с кривыми дыхания в зависимости от их частоты — имеют различный сдвиг по фазе (рис. 27).

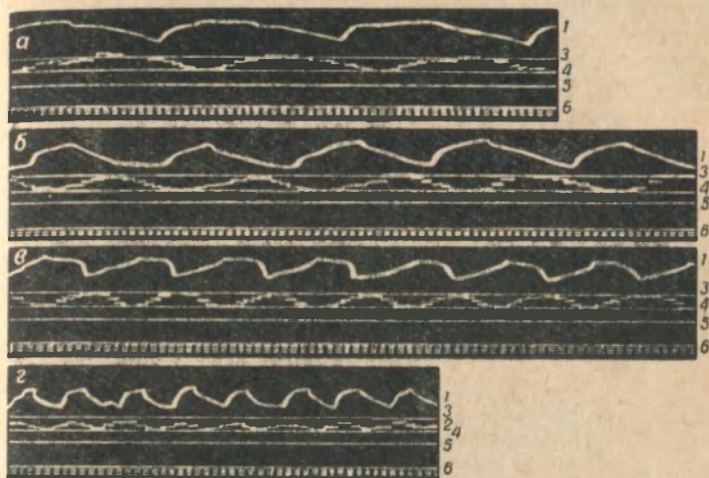


Рис. 26. Длительность сердечных циклов при разных частотах дыхания («низкие частоты»):

1 — кривая дыхания; 2 — длительность сердечных циклов, 3—4—5 — маркировочные прямые, соответствующие частоте пульса 60—80—120 уд/мин; 6 — отметка времени (1 или 2 сек.); а — 3 дыхания в минуту; б — 4 дыхания в минуту; в — 6 дыханий в минуту; 2 — 10 дыханий в минуту

На частотах 3—5 дыханий в минуту ускорение пульса начинается раньше, чем вдох. Волны изменений пульса как бы опережают ход дыхательной кривой¹. Это не согласуется с рефлекторными теориями дыхательной аритмии, согласно которым акт вдоха вызывает раздражение рецепторных полей, что рефлекторно ведет к ускорению сердечной деятельности.

¹ Отмеченная зависимость сохранялась при любых положениях датчика дыхания на теле испытуемого, что, очевидно, исключает ее трактовку как артефакта, вызванного неодновременным началом дыхательного движения различными отделами грудной клетки и живота.

При частоте дыхания более 12 раз в минуту флюктуации длительностей сердечного цикла уменьшаются и ранее плавные волнообразные изменения пульса сменяются прерывистыми, скачкообразными. При этом практически невозможно определить для этих частот фазовые характеристики. При частоте 5—6 дыханий в минуту амплитуда дыхательных вариаций пульса достигает наибольших величин («резонансная частота»).

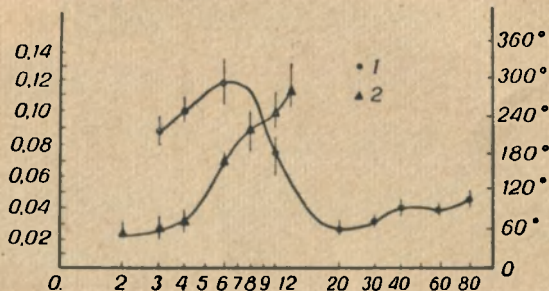


Рис. 27. Зависимость амплитуды и фазы флюктуации сердечного ритма от частоты дыхания (В. М. Зацюрский, С. К. Сарсания, 1966б):

1 — амплитуда; 2 — фазовый угол.
По оси абсцисс — логарифм частоты дыхания

Отсутствие однозначной связи между фазами дыхания и изменением сердечного ритма приводит к необходимости пересмотреть широко распространенные в клинической литературе представления о постоянной сопряженности ускорения пульса с фазой вдоха (Л. И. Фогельсон, 1957; Marschall, 1961). Эти представления — результат описания системы «дыхание — сердце» в одной точке, т. е. наблюдения частотной системы лишь при одной частоте.

Естественно, что автокорреляционная функция имеет здесь вид почти правильной синусоиды. Хотя при частотах дыхания выше 14—16 в минуту аритмии сердца значительно уменьшаются, однако на автокоррелограмме обычно видна периодическая составляющая дыхательного происхождения.

При высоких частотах дыхания, когда на одно дыхание начинается приходится менее двух сердечных циклов ($\text{ЧП} : \text{ЧД} < 2 : 1$), о дыхательной аритмии в обычном по-

нимании этого слова уже говорить нельзя, поскольку «волн» пульса как таковых нет. Наблюдаемые флюктуации длительности сердечных циклов здесь невелики. Наиболее интересным фактом является появление четко выраженных медленных изменений пульса (рис. 28). Часто-

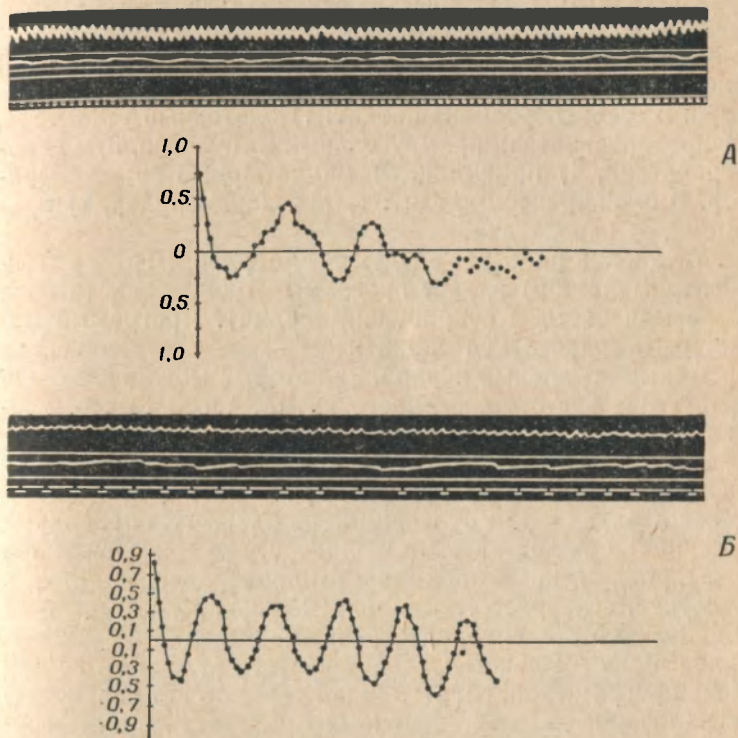


Рис. 28. «Медленные волны» сердечного ритма при высоких частотах дыхания (осциллограммы и соответствующие автокорреляционные функции):

А — покой, частота дыхания 60 раз в минуту; Б — работа на велоэргометре 400 кг/мин, произвольная гипервентиляция 100 раз в минуту. Обозначения те же, что на рис. 26

ты этой периодической составляющей в некоторых случаях близки к частотам естественного дыхания, свойственным данному индивидууму («псевдодыхательные волны»). Это, по-видимому, происходит потому, что, несмотря на произвольное учащение дыхания, отдельные

структуры дыхательного центра импульсируют в своем собственном ритме, соответствующем частоте дыхания в покое. Это внешне проявляется в «псевдыхательных волнах» сердечного ритма.

II.2.3. Техническое осуществление ¹

В окончательном виде автотренер состоит из двух блоков: 1) блока спортсмена (пациента) и 2) блока тренера. В блок спортсмена входят: 1) биоточный усилитель, 2) преобразователь прямоугольных импульсов, 3) радиопередатчик, 4) приемник, 5) миниатюрный звукогенератор. В блок тренера входят: 1) автокардиолидер, 2) приемник, 3) передатчик.

Установка работает следующим образом. Тренер (или экспериментатор) задает программу тренировки (в виде желаемой частоты сокращений сердца). Программа может быть рассчитана практически на неограниченное время; минимальный период, на который можно задавать требуемую частоту сердечного ритма, равен 15 сек. Усиленные биопотенциалы сердца спортсмена преобразуются в прямоугольные импульсы, частота следования которых определяется появлением зубца *R* кардиограммы. Соответствующая импульсация (по радио или проводам) поступает на вход автокардиолидера, где сопоставляется с запрограммированной частотой сердечного ритма. В случае, если рассогласование между программой и ее реализацией невелико, автотренер не выдает никаких сигналов. Если же действительная частота пульса выше или ниже программной, спортсмен получает об этом звуковую сигнализацию, заставляющую его увеличить или, наоборот, снизить интенсивность выполнения упражнения. Схема тренировки с помощью установок типа автокардиолидера представлена на рис. 29. На рис. 30 показан внешний вид «Автокардиолидера-1». Программа задается вращением белых верньерных ручек со стрелками вниз прибора. Каждая ручка (их всего 12) соответствует определенному периоду работы прибора. Продолжительность этого периода может произвольно изменяться в диапазоне — 15 сек., 30 сек., 1 мин., 2 мин., 4 мин. После того как

¹ «Автокардиолидер-1» изготовлен по нашему заказу в Московском институте электронного машиностроения А. М. Мачиным (под руководством доц. В. Н. Ушакова и Н. В. Аверковича).

прибор отработает соответствующий период, он автоматически переключается на следующий канал и т. д. (с 1-го по 12-й). Дойдя до 12-го канала, управление передается по кольцевой схеме 1-му каналу (предусмотрен также возвратный переход с любого канала на 1-й). Таким образом, «Автокардиоллидер-1» может работать по заданной программе неограниченно долгое время. На переднюю панель прибора, помимо ручек управления, вынесены

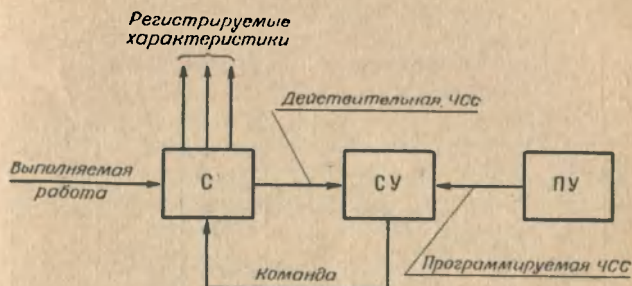


Рис. 29. Схема тренировки:

С — спортсмен, СУ — сравнивающее устройство, ПУ — программное устройство, ЧСС — частота сердечных сокращений

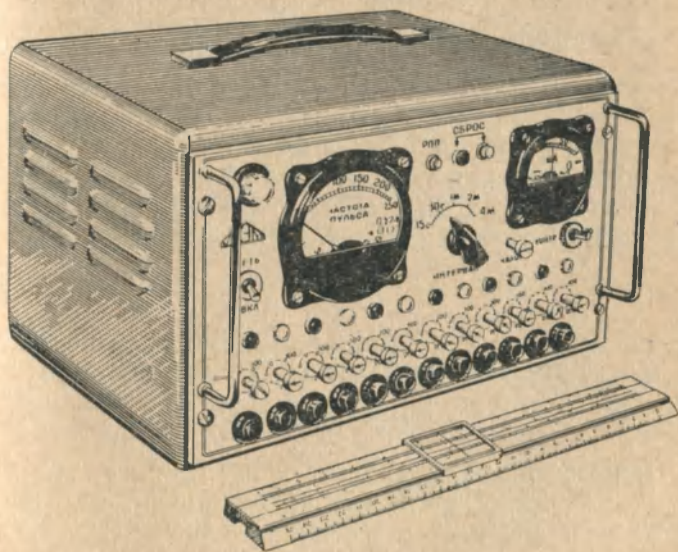


Рис. 30. Прибор «Автокардиоллидер-1» (внешний вид)

индикационные устройства. В частности, стрелочный индикатор слева (на рисунке) указывает запрограммированную частоту пульса; второй индикатор отмечает отклонения от программы. В приборе предусмотрен выход на самопишущие установки (шлейфные осциллографы и т. п.).

Проведенные испытания «Автокардиолидера-1» показали, что спортсмены быстро привыкают к работе с прибором. Длительное поддержание заданного сердечного

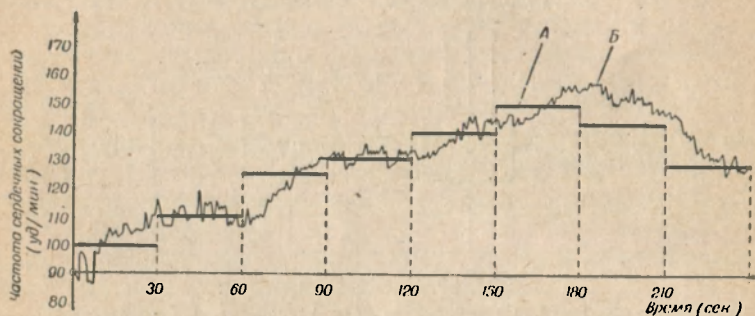


Рис. 31. Программа изменения частоты пульса и ее выполнение плохо тренированным спортсменом (А. М. Мачин, Н. В. Аверкович, 1967):

А — программируемая частота пульса, Б — действительная частота пульса

ритма оказалось психологически неустойчивым (работа В. Д. Чепика). Отклонения действительной частоты сердечного ритма от программной были, как правило, невелики даже у спортсменов низкой квалификации (рис. 31).

II.3. УПРАВЛЕНИЕ СРОЧНЫМ ТРЕНИРОВОЧНЫМ ЭФФЕКТОМ (2. ПОИСК МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ)

II.3.1. Постановка вопроса

Описанный в II.2. кардиотренажер, так же как и другие возможные сервосистемы, реализующие управление срочным тренировочным эффектом при мышечной работе по заранее заданной программе, сравнительно дорог. Это не дает возможности широко использовать их в спор-

тивной практике в ближайшие годы. Поэтому очевидна потребность установить зависимость между выполняемой нагрузкой и срочным тренировочным эффектом, чтобы тренер, задавая ученику ту или иную работу, зная, к каким физиологическим сдвигам приводит такое задание.

Конечно, учитывая, что состояние спортсмена постоянно изменяется под влиянием многих неконтролируемых причин, трудно надеяться, что между выполняемой работой и эффектом, который она вызывает, будет вполне однозначное соответствие. Одна и та же нагрузка, выполненная в разные дни, при различном состоянии спортсмена, будет оказывать на организм несколько иное влияние. Все же допустимо предположить, что эти различия не столь велики и можно, невзирая на них, определить тренировочные нагрузки, которые в наибольшей степени воздействуют на ту или иную физиологическую функцию или один из ее показателей.

Экспериментальную работу в этом направлении мы вели с целью решить одну частную задачу: определить тренировочные нагрузки, в наибольшей мере воздействующие на анаэробные механизмы энергетического обмена. Показателями анаэробного обмена в разных опытах служили: а) кинетика лактата крови, б) кислородный долг, в) пульсовый долг¹.

Есть, по-видимому, два пути решения таких задач. Во-первых, можно, выяснив механизмы изучаемого явления, разработать математическую модель, на основе которой затем пытаться предсказывать, к каким физиологическим сдвигам приведет та или иная нагрузка. Пока такой подход (притом не вполне удовлетворительный) возможен лишь для сравнительно простых случаев, например для равномерного непрерывного упражнения (см. ниже). Во-вторых, можно попытаться найти наилучшее решение в условиях неполного знания механизма явления. Формальным аппаратом при таком подходе может быть математическая теория экстремальных экспериментов. Ниже излагаются результаты, полученные в экспериментах, где использовались оба указанных пути.

¹ О биохимическом и физиологическом смысле этих показателей, а также о соотношении между ними см., например, в обзорах Н. И. Волкова (1967,) В. М. Зациорского (1966) и др.

11.3.2. Кинетика лактата крови при напряженной мышечной работе (математическая модель и эксперименты¹)

В работах ряда авторов было установлено, что динамика содержания молочной кислоты в крови при мышечной деятельности подвержена определенным закономерностям. При напряженной анаэробной работе количество образованной молочной кислоты находится в прямой зависимости от мощности и продолжительности упражнения (Dill а. о., 1936; Margaria а. Edwards, 1934, Margaria а. о., 1963). Во время продолжительных упражнений умеренной интенсивности увеличение содержания молочной кислоты в крови происходит только на начальных стадиях работы (П. З. Гуляк, 1941; Bang, 1936; Henderson а. о., 1927, и др.). Показано также (Hill а. о., 1927; Schenk а. Kremer, 1929; Andersen а. о., 1960; P.-O. Åstrand, 1960), что при кратковременных упражнениях наиболее высокое содержание молочной кислоты в крови достигается не сразу вслед за окончанием работы, а несколько позже — на 4—10-й минуте восстановительного периода. После достижения максимальной величины концентрация молочной кислоты в крови уменьшается по экспоненциальной кривой (Dill а. о., 1936; Barman а. о., 1942).

Кинетическая модель обмена молочной кислоты в организме человека при кратковременной мышечной работе. Для построения кинетической модели обмена молочной кислоты в организме человека при кратковременной мышечной работе нам представлялось оправданным ввести следующие допущения:

а) вся молочная кислота, накапливающаяся в организме в излишке по сравнению с уровнем покоя, образуется во время мышечной работы;

б) диффузия молочной кислоты из работающих мышц в кровь и другие ткани за время работы незначительна;

в) окисление молочной кислоты во время кратковременной напряженной работы практически отсутствует;

¹ Более подробно см. в нашей совместной с Н. И. Волковым статье в «Acta biologica et medica germanica», 1964, Vd . 13, N. 5.; там же приведена необходимая библиография.

г) молочная кислота равномерно распределяется в водной фазе метаболизирующих тканей и крови;

д) объем водной фазы тканей и крови, в котором распределяется молочная кислота, за время опыта существенно не изменяется;

е) исчезновение молочной кислоты из организма происходит только в результате обменных реакций, происходящих в тканях (окисление молочной кислоты и синтез гликогена); выведение молочной кислоты с мочой за весь период отдыха после выполнения упражнения составляет ничтожно малую часть от ее количества, образовавшегося за время работы,— всего лишь около 1% (Jerwell, 1928; Snapper a. Grünbaum, 1929). Поэтому в первом приближении почечным клиренсом можно пренебречь.

Может быть также постулировано, что обмен и распределение молочной кислоты, образующейся во время упражнения, происходят в многофазной системе, в которую, помимо работающих мышц, входят неработающие мышцы, сердце, печень и т. п. В такой многофазной системе кинетика продуктов обмена, способных к диффузии между фазами, должна описываться кривой, представляющей собой сумму нескольких экспонент (Francis a. o., 1959; Mathews, 1957). В то же время непосредственные измерения содержания молочной кислоты в крови при выполнении напряженной мышечной работы позволяют выделить в кинетической кривой не более двух экспоненциальных составляющих.

По данным Sheppard a. Householder (1951), Shore (1961), наличие двухкомпонентной экспоненциальной кинетической кривой при заведомо более сложном построении метаболизирующей системы может быть расценено как свидетельство слияния («lumping») нескольких периферических фазовых пространств в одну общую фазу.

На этом основании для вывода уравнения, описывающего кинетику лактата крови при кратковременной мышечной работе, мы использовали схему, составленную из двух обменивающихся между собой фаз (рис. 32). Первая фаза представляет ткани, где происходит образование и устранение молочной кислоты. Вторая фаза, связанная с первой посредством диффузии, представляет собой центральное фоновое пространство, объединяющее между собой отдельные периферические

фазы, т. е. кровь. Введем следующие обозначения: V_1 — объем тканевой фазы; V_2 — объем фазы крови; L_0 — общее количество молочной кислоты, образованной во время мышечной работы; L_1 и L_2 — количества молочной кислоты в первой и во второй фазах; G — количество молочной кислоты, превратившейся в гликоген за период отдыха после мышечной работы; Y — количество окисленной молочной кислоты; C_1 и C_2 — превышение концентрации молочной кислоты в первой и во второй фазах над

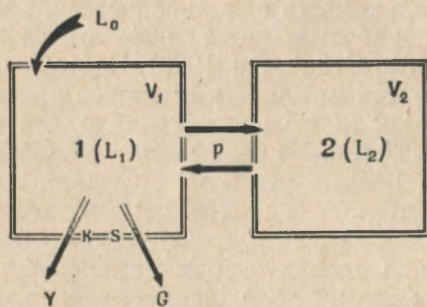


Рис. 32. Схема обмена молочной кислоты в организме человека при кратковременной мышечной работе (Н. И. Волков, В. М. Зацюрский, 1964)

уровнем покоя; p — константа скорости диффузии молочной кислоты между тканями и кровью (предполагается, что она одинакова для прямой и обратной диффузии); s — константа скорости синтеза гликогена из молочной кислоты; k — константа скорости окисления молочной кислоты.

Поскольку длительность периода мышечной активности мала по сравнению с продолжительностью периода восстановительных изменений содержания молочной кислоты в крови, то для упрощения дальнейших рассуждений будем считать, что все количество лактата образуется мгновенно. Очевидно, что $L_0 = L_1 + L_2 + G + Y$.

Учитывая, что молочная кислота продуцируется в мышцах и оттуда диффундирует в кровь и что исчезновение молочной кислоты происходит только из тканевого пространства, мы можем записать:

$$\frac{dL_1}{dt} = -pC_1 - sC_1 - kC_1 + pC_2$$

$$\frac{dL_2}{dt} = -pC_2 + pC_1. \quad (1)$$

Принимая во внимание, что $L_1 = C_1 V_1$ и $L_2 = C_2 V_2$, и исключая из системы уравнений (1) неизвестное C_1 , приходим к следующему выражению:

$$\frac{d^2 C_2}{dt^2} + \frac{(p+s+k) \cdot V_2 + pV_1}{V_1 \cdot V_2} \cdot \frac{dC_2}{dt} + \frac{p(s+k)}{V_1 \cdot V_2} \cdot C_2 = 0, \quad (2)$$

которое является однородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$C_2 = A_1 e^{-\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_2 t}, \quad (3)$$

где λ_1 и λ_2 — корни соответствующего характеристического уравнения.

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(p+s+k) \cdot V_2 + pV_1}{V_1 \cdot V_2} - \sqrt{\left[\frac{(p+s+k) \cdot V_2 + pV_1}{V_1 \cdot V_2} \right]^2 - 4 \frac{p(s+k)}{V_1 \cdot V_2}} \right\}. \quad (4)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(p+s+k) \cdot V_2 + pV_1}{V_1 \cdot V_2} + \sqrt{\left[\frac{(p+s+k) \cdot V_2 + pV_1}{V_1 \cdot V_2} \right]^2 - 4 \frac{p(s+k)}{V_1 \cdot V_2}} \right\}. \quad (5)$$

Действительные значения корней (при дискриминанте характеристического уравнения >0) соответствуют аperiodической кривой содержания молочной кислоты в крови. Комплексные значения корней (при дискриминанте характеристического уравнения <0) отражают ситуации с осцилляторным характером кинетики лактата. Учитывая, что при $t=0$, $C_2=0$, из уравнения (3) получаем $A_1 + A_2 = 0$. Это возможно только в том случае, если $A_1 = -A_2$. При таком соотношении предэкспоненциальных множителей уравнение (3) принимает вид:

$$C_2 = A_2 (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}), \quad (6)$$

который хорошо соответствует экспериментальным данным.

В практике физиологических исследований большое значение придается определению максимума накопления молочной кислоты в крови и определению времени достижения этого максимума. Это интересно и для методики тренировки, поскольку знание данных величин позволит определить оптимальный интервал отдыха при повторной работе.

Основываясь на уравнении (6), можно вывести количественные выражения, связывающие эти важные показатели с константами кинетического уравнения.

Методика. В качестве экспериментальной нагрузки в настоящих опытах использовали бег на дорожке стадиона в течение коротких промежутков времени. Пять хорошо физически подготовленных испытуемых (мужчины в возрасте 22—25 лет, вес 63—72 кг, рост 177—181 см) пробегали с различной скоростью дистанции 300 и 400 м. Скорость бега устанавливалась с таким расчетом, чтобы кислородный запрос работы был в пределах от 6,0 до 20,0 л/мин. Время упражнения составляло от 30 до 55 сек.

До работы и в восстановительном периоде после выполнения упражнения определяли потребление O_2 по методу Дугласа — Холдэна и содержание молочной кислоты в крови по методу Баркера и Саммерсона в модификации Штрома. Заборы выдыхаемого воздуха производили последовательными порциями. Продолжительность заборов увеличивалась с течением времени восстановления — от 0,5 мин. вначале до 5 мин. в конце восстановительного периода. Пробы крови на определение содержания молочной кислоты брали из кончиков пальцев обеих рук через небольшие промежутки времени (0,2—1,2 мин.) на протяжении всего периода восстановления. Время взятия отдельной пробы крови составляло 15—20 сек.

Для анализа кривых O_2 -потребления и установления величин O_2 -запроса были использованы процедуры, описанные ранее (Волков Н. И., 1962). Расчет констант уравнения, описывающего кривую «накопление — устранение» молочной кислоты в крови, проводили в полулогарифмическом графике, используя для аппроксимации экспериментальных данных метод наименьших квадратов.

Для проверки достоверности осцилляторных изменений в кривой «накопление — устранение» молочной кислоты использовали следующий прием. После определения параметров сглаженной кривой в полулогарифмическом графике найденные разности действительных значений концентрации молочной кислоты в крови и соответствующих им значений теоретической кривой откладывали в обычном графике, на который также наносили 95-процентные доверительные пределы ошибки метода. Если размах колебаний разностных значений выходил за границы доверительной области, то осцилляторность считалась доказанной. Пример такой проверки приведен на рис. 33 и 34. Чтобы установить степень надежности получаемых данных, все эксперименты были повторены дважды. Воспроизводимость показателей определяли путем расчета коэффициента надежности (reliability)

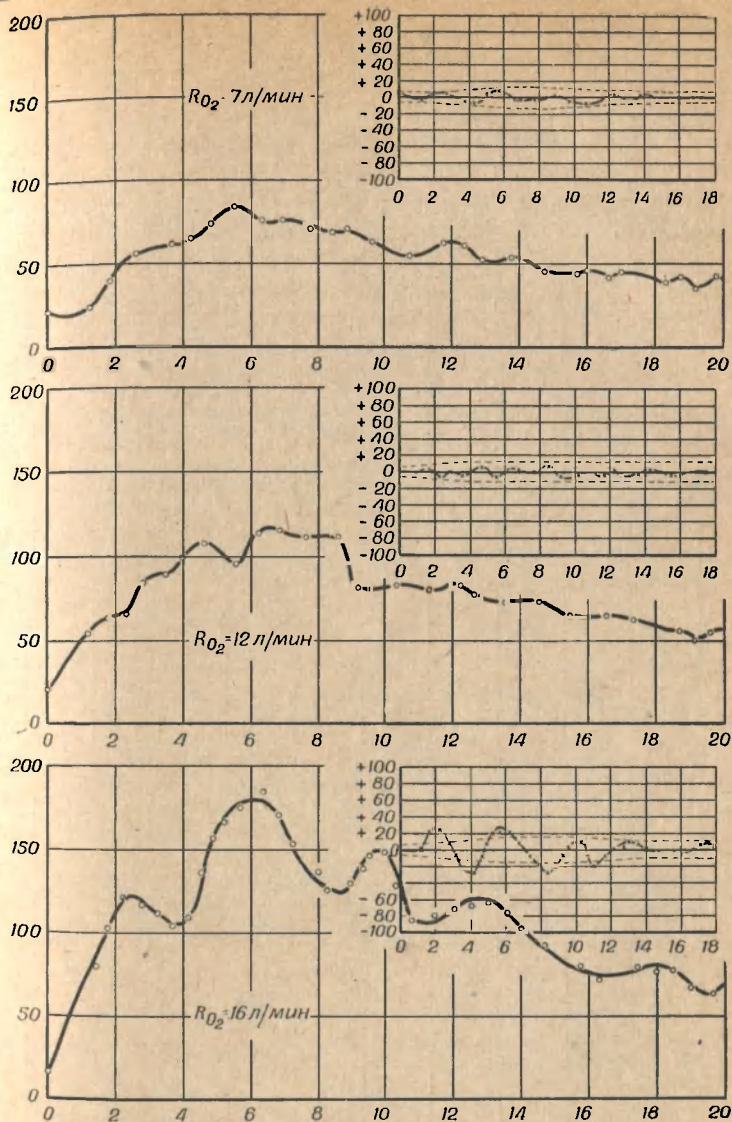


Рис. 33. Изменение содержания молочной кислоты в крови у испытуемого О. А. при трех уровнях мощности упражнения:

по оси абсцисс — время (в мин.), отсчет ведется от момента начала упражнения; по оси ординат — концентрация молочной кислоты в крови (мг %). На графиках-вставках указаны отклонения действительных значений концентраций молочной кислоты от значений теоретической кривой, полученной аппроксимацией экспериментальных данных с помощью метода наименьших квадратов; пунктирные линии на этих графиках ограничивают доверительную область для ошибки метода

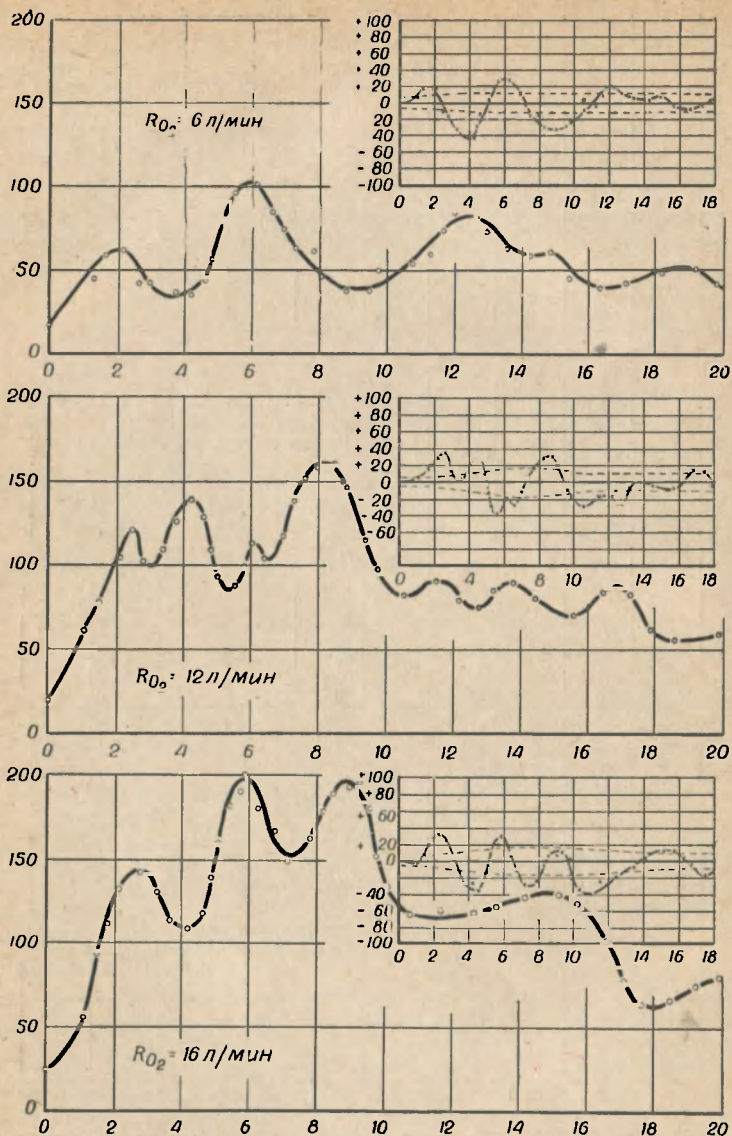


Рис. 34. Изменения содержания молочной кислоты в крови у испытуемого В. Е. при трех уровнях мощности упражнения (обозначения те же, что и на рис. 33)

coefficient), используя для этой цели формулу Rulon (1939). В остальном использовались общепринятые методы статистической обработки.

Результаты. Отличительной чертой описываемых здесь экспериментов является очень частая регистрация изменений содержания молочной кислоты в крови. Примененная нами методика быстрых, непрерывно следующих друг за другом заборов крови позволила выявить некоторые дополнительные детали, которые при обычной методике взятия проб крови оставались незамеченными. Во многих случаях экспериментальные точки на индивидуальных графиках содержания молочной кислоты в крови обнаруживали выраженные осцилляторные отклонения от экспоненциального хода кривой. Как правило, осцилляторность кривых увеличивалась с возрастанием тяжести нагрузки. Однако эти изменения носили индивидуальный характер; у отдельных испытуемых осцилляторность вообще не наблюдалась ни при одной из использованных мощностей работы. На рис. 33 и 34 даны примеры изменений концентрации молочной кислоты в крови у двух испытуемых после кратковременной работы при трех различных уровнях мощности упражнения.

Нетрудно видеть, что в то время, как у одного из испытуемых (В. Е.) во всех трех случаях обнаруживаются достоверные осцилляторные изменения, у другого испытуемого (О. А.) такие изменения появляются только при наиболее высоком уровне метаболической мощности упражнения.

Таблица 40

Наличие осцилляторности в индивидуальных кривых «накопление — устранение» молочной кислоты в крови при трех уровнях мощности упражнения

Испытуемые	$\dot{R}_{O_2} = 6,0-7,0$ л/мин		$\dot{R}_{O_2} = 12,0-13,0$ л/мин		$\dot{R}_{O_2} = 15,0-16,0$ л/мин	
	1-й тест	2-й тест	1-й тест	2-й тест	1-й тест	2-й тест
Е. Г.	+	+	+	+	+	+
В. Е.	+	+	+	+	+	+
О. А.	—	—	—	+	+	+
Е. А.	—	+	—	+	+	+
А. Е.	—	—	—	—	—	+

Кинетические характеристики кривой «накопление — устранение» мощности

Экспериментальные показатели	Показатели $R_{0_2} = 6,0-7,0$ л/мин					$R_{0_2} =$	
	средняя	ошибка средняя	надежность	Достоверность различий от значений R_{0_2} 12-13 л/мин	достоверность различий от значений R_{0_2} 15-16 л/мин	средняя	ошибка средней
C_2^{\max} , мг %	74,4	3,5	0,80	$p = 0,001$	$p < 0,001$	164,2	16,0
t_{\max}	7,08	0,38	0,38	$p = 0,10$	$p = 0,01$	7,96	0,26
λ_1 , мин. ⁻¹	0,222	0,008	0,31	$p = 0,02$	$p = 0,01$	0,285	0,018
λ_2 , мин. ⁻¹	0,078	0,005	0,79	$p = 0,001$	$p < 0,001$	0,039	0,002

В табл. 40 суммированы результаты проверки наличия осцилляторности для всех индивидуальных кривых пяти испытуемых.

Интересно проследить за изменением кинетических характеристик кривой «накопление — устранение» молочной кислоты в зависимости от мощности выполняемой работы. Такие данные приведены в табл. 41; значения коэффициента надежности характеризуют внутригрупповую воспроизводимость результатов. Дополнительные сведения о надежности внутрииндивидуальных изменений в ряду нагрузок возрастающей мощности представлены в табл. 42.

Таблица 42

Надежность индивидуальных измерений кинетических показателей для трех уровней мощности упражнения

Испытуемые	C_2^{\max}	t_{\max}	λ_1	λ_2
Е. Г.	0,913	0,840	0,932	0,981
В. Е.	0,970	0,926	0,880	0,993
О. А.	0,989	0,993	0,940	0,990
Е. А.	0,846	0,968	0,982	0,974
А. Е.	0,919	0,901	0,992	0,988

Таблица 4

молочной кислоты в крови и их надежность при трех уровнях упражнения

$\dot{V}O_2 = 12,0-13,0$ л/мин			$\dot{V}O_2 = 15,0 - 16,0$ л/мин				
над. жнсть	досто. зерность различий от зна- чений $\dot{R}O_2$, 6-7 л/мин	досто. зерность различий от зна- чений $\dot{R}O_2$, 15-16 л/мин	средняя	ошибка средней	надежность	досто. зерность различий от зна- чений $\dot{R}O_2$, 6-7 л/мин	досто. зерность различий от зна- чений $\dot{R}O_2$, 12-13 л/мин
0,89	$p < 0,001$	$p = 0,10$	207,8	15,0	0,97	$p < 0,001$	$p = 0,10$
0,17	$p = 0,10$	$p = 0,05$	9,70	0,57	0,70	$p = 0,01$	$p = 0,05$
0,55	$p = 0,02$	$p = 0,10$	0,336	0,026	0,75	$p = 0,01$	$p = 0,10$
0,84	$p < 0,001$	$p = 0,10$	0,032	0,004	0,87	$p = 0,001$	$p = 0,10$

Обсуждение. Уже в ранних энергетических исследованиях было отмечено, что между мощностью выполняемой работы и содержанием молочной кислоты в крови существует определенная взаимосвязь: концентрация молочной кислоты увеличивается вместе с ростом тяжести упражнения. В нашем случае (рис. 35) связь между максимумом концентрации молочной кислоты в крови и O_2 -запросом работы точно следует линейной зависимости.

Увеличение продолжительности периода (t_{max}), необходимого для достижения максимума содержания молочной кислоты в крови, с ростом тяжести упражнения (что можно наблюдать по данным

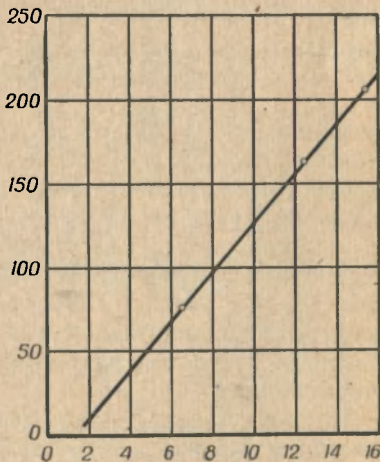


Рис. 35. Зависимость максимума концентрации молочной кислоты в крови от уровня O_2 -запроса упражнения:

по оси абсцисс — размеры O_2 -запроса (л/мин); по оси ординат — концентрация молочной кислоты в крови (мг %)

табл. 42), по-видимому, подтверждает заключение Hill а. о. (1927) о снижении скорости диффузии молочной кислоты в тканях при высоких значениях ее концентрации.

График (рис. 36) иллюстрирует изменение в скорости накопления и устранения молочной кислоты. Прямая линия, соединяющая значения констант скорости накопле-

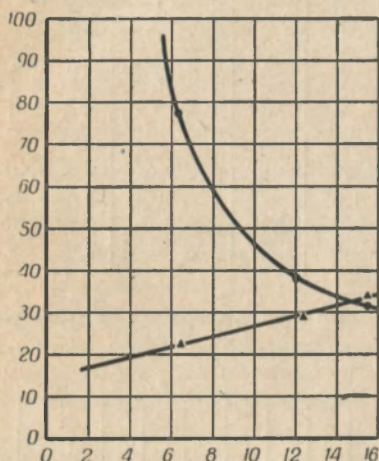


Рис. 36. Зависимость скоростей накопления и устранения молочной кислоты в крови от уровня O₂-запроса упражнения:

по оси абсцисс — размеры O₂-запроса (л/мин); по оси ординат — значения констант скорости накопления (λ_1) и скорости устранения (λ_2) молочной кислоты (мин⁻¹). Треугольники, соединенные тонкой линией, представляют изменения константы скорости накопления молочной кислоты; кружки, соединенные сплошной жирной линией, представляют изменения константы скорости устранения молочной кислоты. Константе скорости накопления молочной кислоты соответствуют значения ординаты, умноженные на 10⁻², а константе скорости устранения — те же значения, умноженные на 10⁻³.

ния молочной кислоты в крови, показывает линейную зависимость продуктивности гликолиза от уровня метаболического запроса упражнения. Такая зависимость подтверждается и старыми данными Jergwell (1928). Криволинейное падение значений константы скорости окислительного устранения молочной кислоты находится в совпадении с данными Hengy а. De Moog (1956), установившими экспоненциальное замедление константы скорости лактатного O₂-потребления с увеличением тяжести упражнения.

Низкие значения коэффициента надежности, найденные нами для времени достижения максимума молочной кислоты и скорости ее накопления в крови, говорят о том, что эти показатели практически не могут быть использованы для оценки внутрigrупповых, т. е. межиндивидуальных, различий. В то же время показатели максимального накопления молочной кислоты и скорости ее устранения показывают достаточную степень надежности и могут

быть, по-видимому, использованы для характеристики индивидуальных особенностей.

Таким образом, приведенная модель и данные экспериментальных исследований дают возможность устанавливать зависимость от мощности упражнения таких показателей, как 1) величина максимума содержания молочной кислоты в крови, 2) время достижения максимума, 3) и 4) константы скорости накопления и устранения молочной кислоты. Изменяя мощность упражнения, тренер может добиваться желаемых величин указанных параметров.

II.3.3. Применение методов активного планирования экспериментов

Изложенный в II.3.2. подход, опирающийся на стремление возможно полнее выявить механизмы затрагиваемых в тренировке процессов и на этой основе определить характер тренировочных заданий, имеет весьма существенный недостаток. Изучаемые явления настолько сложны, что создание полноценной теории в приемлемые сроки едва ли возможно. Надо учитывать, что даже в самом простом случае, когда само упражнение не меняется, характер его воздействия зависит по меньшей мере от пяти характеристик: 1) мощности упражнения (скорости выполнения), 2) его длительности, 3) продолжительности интервалов отдыха; 4) характера отдыха, 5) числа повторений (более подробно см. в монографии В. М. Зациорского, 1966).

Получаемая при изменении этих характеристик картина настолько сложна, что создание модели, на основе которой можно было бы с достаточной точностью предсказывать, какой срочный тренировочный эффект будет наблюдаться при той или иной нагрузке, в настоящее время неосуществимо. Это касается и случаев, более интересных с точки зрения спортивной практики, — выбора тренировочной работы, при которой достигались бы экстремальные значения каких-либо физиологических показателей. В настоящее время такие задачи решаются экспериментально при неполном знании механизма явления. Этот поиск может быть значительно облегчен, если использовать для подобной цели математическую теорию экстремальных экспериментов, позволяющую выбрать

оптимальную стратегию исследования изучаемого процесса.

Идея метода¹. Имеем: 1) набор независимых переменных (их обычно называют факторами), которые экспериментатор может изменять по своему желанию — $x_1, x_2 \dots x_k$; 2) зависимую переменную η , подлежащую оптимизации.

Функция

$$\eta = f(x_1, x_2 \dots x_k)$$

называется функцией отклика, k — мерное пространство векторов с координатами $x_1, x_2 \dots x_k$ — факторным пространством, а геометрический образ, соответствующий функции отклика, — поверхностью отклика. Функция отклика обычно предполагается неизвестной. Задача состоит в том, чтобы найти такой вектор факторного пространства, на котором функция отклика достигает экстремального значения. Предложен ряд методов решения этой задачи (симплекс-метод и др.). Мы использовали некоторые идеи так называемого метода крутого восхождения по поверхности отклика (Box, Wilson, 1951), а также факторные эксперименты. Идея метода крутого восхождения состоит в том, что исследователь, ставя серию опытов, получает в итоге линейное приближение некоторого локального участка поверхности отклика. Затем он продвигается в направлении градиента полученного полинома первой степени, ставит (если это необходимо) новую серию опытов и определяет новое направление движения по поверхности отклика и т. д. — до выхода на экстремум. На последних шагах линейное приближение обычно оказывается недостаточным и поверхность отклика описывается полиномами более высоких степеней.

Эксперименты². Методы активного планирования экспериментов наиболее эффективны (приводят к наиболее значительному сокращению числа необходимых опытов), если отсутствуют эффекты взаимодействия факторов и поверхность отклика удовлетворительно аппроксимируется полиномами первой степени. В этом случае

¹ Более подробно см. В. В. Налимов, Н. А. Чернова (1965), сборник «Планирование эксперимента» (1966), Соцгип о. Сох (1957), и др.

² Эксперименты проводились совместно с Н. И. Волковым, В. Н. Черемисиновым, Е. А. Разумовским.

при постановке опытов можно использовать дробные реплики высоких порядков, а выход на экстремум осуществляется сравнительно быстро.

Наш опыт работы показывает, что применительно к реакции человека на мышечную работу взаимодействие факторов весьма велико, а функция отклика обычно не линейна, что заставляет уже на первых шагах использовать полиномы высоких степеней. Тем не менее и в этих условиях при использовании даже сравнительно простого аппарата в некоторых случаях удается если и не найти абсолютный экстремум, то, по крайней мере, продвинуться к нему. Даже если ограничиваться лишь факторными экспериментами, то и тогда можно получить важные в практическом отношении данные о значимости отдельных факторов и т. п.¹

Были поставлены две серии экспериментов. В первой испытуемые работали на велоэргометре, во второй — бежали по дорожке стадиона. В первой серии, где проверялось действие четырех факторов — мощности упражнения (x_1), продолжительности (x_2), числа повторений (x_3) и интервалов отдыха (x_4), при планировании эксперимента использовалась полуреплика с определяющим контрастом $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = I$. Как пример приводим схему и результаты эксперимента для одного из испытуемых (табл. 43). Интенсивность анаэробных реакций оценивалась здесь по данным пульсового долга. Расчет коэффициентов регрессии (b_i , строка 15 в таблице) показывает, что у данного испытуемого мощность работы и число повторений больше всего влияют на величину пульсового долга. Влияние продолжительности работы и интервалов отдыха заметно меньше (данный вывод справедлив только для примененных в эксперименте областей варьирования этих факторов). Аналогичные в принципе данные получены и по итогам измерения O_2 -долга: $b_1 = 1,25$, $b_2 = 0,37$, $b_3 = 1,15$, $b_4 = 0,02$.

Было высказано предположение, что по второму и четвертому фактору уже на первой стадии планирования

¹ Следует учитывать организационную трудность проведения таких экспериментов. Серия из 8—10 опытов требует (учитывая необходимость отдыха от тренировки 1—2 дня до эксперимента) примерно месяца работы. За пределами этого периода состояние спортсмена обычно начинает изменяться, что заставляет прекращать эксперименты.

эксперимента была сразу же выбрана «почти стационарная» область с экстремумом вблизи основного уровня варьирования. На этом основании было решено поставить опыт (строка 15 табл. 43) с факторами x_1 и x_3 на верхнем и факторами x_2 и x_4 на основном уровнях. Опыт был реализован и дал пульсовую сумму, равную 2350, что лишь несколько ниже наблюдавшихся ранее в эксперименте экстремальных значений (заметим, что для практических задач этого рода необязательно абсолютное достижение экстремума: обычно достаточно близости к нему).

Во второй серии опытов (на стадионе), учитывая результаты описанных выше экспериментов, число исследуемых факторов было сокращено до трех: 1) продолжительность упражнения (она задавалась по длине пробегаемых отрезков — 200 и 600 м), 2) интервалы отдыха (3 и 11), 3) число повторений (2 и 4). Скорость передвижения всегда была максимальной. Был поставлен полный факторный эксперимент. Для оценки воспроизводимости опыты первой полуреплики дублировались.

Основной результат: найдено существенное отрица-

Таблица 43

Планирование эксперимента (испытуемый Б-в)

№ п.п.	Факторы	Мощность	Продолжительность	Число повторений	Интервал	Результат (пульсовой допт)
1	Основной уровень	90%	1'	3	7'	
2	Интервал варьирования	10%	30"(0,5)	1	—4'	
3	Верхний уровень	100%	1'30"	4	3'	
4	Нижний уровень	80%	30"	2	11'	
5	Кодовые обозначения	x_1	x_2	x_3	x_4	
6	Опыт 1	—	—	—	—	375
7	» 2	+	—	—	+	1640
8	» 3	—	+	—	+	1097
9	» 4	+	+	—	—	2392
10	» 5	—	—	+	+	1965
11	» 6	+	—	+	—	2275
12	» 7	—	+	+	—	1186
13	» 8	+	+	+	+	2380
14	b_i	519	89	299	95	
15	Опыт 9	100%	1'	4	7'	2350

тельное влияние третьего фактора и взаимодействия «длина отрезков \times число повторений». Иными словами, увеличение числа повторений с 2 до 4 приводило к снижению O_2 -долга; этот эффект особенно усиливался, когда спортсмен пробегал длинные отрезки. Полученные данные объясняются, по-видимому, тем, что в данном случае энергетическое обеспечение деятельности переходит к аэробным реакциям.

II.4. УПРАВЛЕНИЕ КУМУЛЯТИВНЫМ ЭФФЕКТОМ

II.4.1. Сетевые методы планирования

Сетевое планирование, созданное первоначально для руководства крупными проектно-конструкторскими работками, нашло широкое применение в самых разнообразных областях. Сетевые методы позволяют: упорядочить последовательность необходимых действий; выявить направление работ, которым следует уделять особое внимание (так называемый «критический путь»); количественно определить оптимальный план действий, что, в свою очередь, дает возможность добиваться поставленных целей с меньшей затратой времени, средств, усилий и т. п.

Предпринимались попытки использовать эти методы и для оптимизации обучения, в частности для упорядочения последовательности прохождения дисциплин учебного плана в вузе (Овчинников А. А., Пучинский В. С., 1964; Моргунов И. Б., 1966). Мы попытались использовать сетевые методы применительно к запросам физического воспитания (В. М. Зациорский, Ю. А. Попов, 1965).

Высокий спортивный результат обычно может быть достигнут лишь в итоге решения многих частных задач. Например, хорошим гимнастом можно стать только овладев большим количеством отдельных элементов и связок, добившись необходимой физической подготовленности и т. п. Часто основная трудность подготовки спортсмена заключается именно в том, что необходимо обеспечить высокий уровень составных частей, из которых складывается спортивный успех. Сравнительно нетяжело, например, обучить гимнаста какому-либо одному элементу

даже самому сложному; во много раз труднее добиться, чтобы он хорошо выполнял все элементы обязательной и произвольной программы. В таких случаях большое значение имеет систематизация учебного материала, определение рациональной последовательности в тренировке и т. п. Здесь могут быть полезны сетевые методы.

Конкретно сетевые методы могут использоваться в спорте в трех направлениях¹:

а) для систематизации учебного материала с целью установления логических связей между отдельными движениями, элементами и пр. Это весьма существенно для видов спорта, где спортсмен должен овладеть большим количеством различных движений (гимнастика, акробатика, фигурное катание, борьба вольная и самбо, прыжки в воду и пр.);

б) для планирования подготовки спортсмена в течение больших промежутков времени;

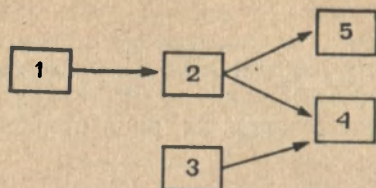
в) для осуществления конкретных мероприятий большой степени сложности (тренировочный сбор, в течение которого необходимо овладеть новой обязательной программой; организация крупных соревнований, спартакиад, физкультурных парадов и праздников и пр.).

В основе сетевых методов лежит составление некоторой модели, формируемой в виде сети (направленного графа), состоящей из событий и действий. Например, в гимнастике как событие может рассматриваться овладение каким-либо элементом, связкой или комбинацией, достижение определенного уровня физической подготовленности и т. п. Действия возможны реальные и условные. Реальные действия представляют собой действительную работу, необходимую для достижения некоторого события (например, разучивания нового элемента.). Условные (или фиктивные) действия бывают двоякого рода: а) ожидания и б) логические зависимости.

Сетевое планирование начинается с составления полного перечня необходимых событий (библиотеки событий), после чего устанавливаются отношения между событиями. Пусть, например, у нас есть пять событий, заключающихся в том, что гимнаст научился выполнять 1 — подъем верхом, 2 — подъем разгибом, 3 — мах назад

¹ Более подробно см. в работе чешского автора Vláha (1966), где обсуждаются пути применения сетевых методов в спорте.

в стойку на кистях, 4 — подъем разгибом в стойку на кистях, 5 — подъем двумя в упор сзади. Тогда сетевой график может выглядеть так:



Цифрами в квадратах обозначены соответствующие события, стрелками — работы. Каждая работа и некоторые события ограничены двумя событиями — предшествующим и последующим. По отношению, например, к событию 2 событие 1 предшествующее, событие 4 последующее. Таким путем можно составить сетевой график, включающий все упражнения данного вида спорта.

Попытка составить такой сетевой график была предпринята на материале прыжковой акробатики. Прежде всего был составлен полный перечень всех существующих элементов прыжковой акробатики. Их оказалось около 160. Из них было выделено 138, которыми обязательно должен овладеть прыгун — мастер высокого класса. Затем (на основе опроса экспертов — тренеров по акробатике) был составлен сетевой график, позволивший уточнить последовательность прохождения учебного материала. Ввиду объемности этой работы, а также потому, что ее основные итоги интересны лишь специалистам по акробатике, остановимся только на некоторых вопросах методики разработки сетевых графиков в спорте, а также на наиболее принципиальных результатах.

1. При составлении сетевых графиков желательно сочетать сетевые формы представления связей с матричными. На первом этапе матричная запись удобнее сетевой. Пусть, например, у нас есть 10 элементов, последовательность овладения которыми мы хотим установить (пример условен: преимущества матричной записи здесь не очень заметны из-за малого числа элементов). Элементы эти следующие: 1) переворот боком, 2) курбет, 3) рондат, 4) переворот назад прогнувшись (флик-фляк), 5) сальто назад, 6) сальто вперед, 7) сальто боком, 8) сальто тем-

повое, 9) сальто прогнувшись, 10) твист. Даже для столь небольшого перечня элементов составить сразу сетевой график затруднительно. Эксперты не справляются с заданием и составляют совершенно различные сети. Если же вопрос поставить в такой форме: «Какие элементы должен уметь делать спортсмен, чтобы его можно было обучать данному движению?» — и использовать матричную запись, то ответы даются легко и, как правило, однозначно. Соответствующая матрица приведена в табл. 44.

Таблица 44

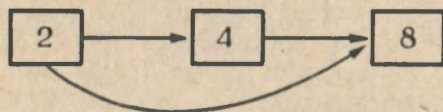
Матрица последовательности обучения

		Элемент, которому обучают									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Элементы, которые должны уметь делать спортсмены	1	×	0	1	0	0	0	1	0	0	0
	2	0	×	1	1	0	0	0	1	1	1
	3	0	0	×	0	1	0	0	1	1	1
	4	0	0	0	×	0	0	0	1	0	0
	5	0	0	0	0	×	0	0	1	1	1
	6	0	0	0	0	0	×	0	0	0	1
	7	0	0	0	0	0	0	×	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	×	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	×	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	×

Элемент матрицы, стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, равен 1, если i -е движение должно в процессе обучения предшествовать j -му; в противном случае $d_{ij} = 0$. Например, чтобы приступить к разучиванию элемента 8 (темповое сальто), спортсмен должен уметь делать элементы 2, 3, 4 и 5 (курбет, рондат, сальто назад

и сальто вперед). Если в подобной матрице есть логические противоречия, они могут быть устранены методами, описанными И. Б. Моргуновым (1966).

Так же должны быть устранены связи, являющиеся избыточными. Например, в графе



связь 2—8 избыточна, так как необходимая преемственность будет обеспечена элементом 4. На основе матриц типа приведенной в табл. 44 после устранения избыточных связей легко составляется соответствующая сеть. Она может выглядеть, например, так, как на рис. 37.

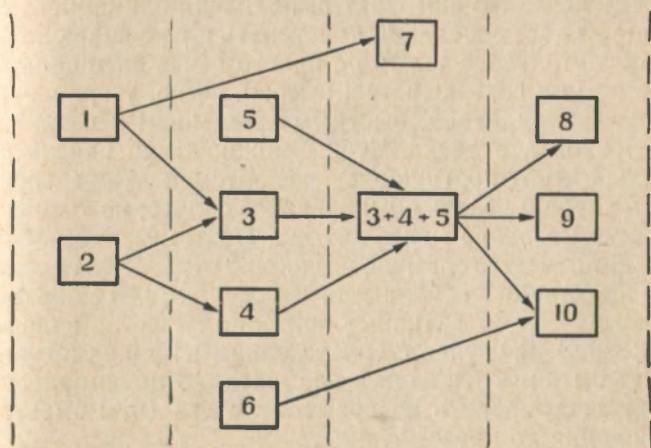
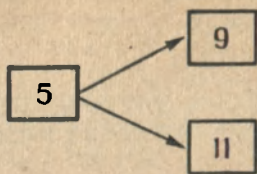


Рис. 37. Пример сетевого графика в акробатике.

Номерами в квадратах отмечены отдельные акробатические элементы. Вертикальные пунктирные линии разграничивают примерные этапы обучения. Объединение нескольких элементов знаком плюс в одном прямоугольнике означает их выполнение слитно — в прыжковых связках

2. Желательно рассматривать как событие не только факт овладения каким-либо движением, но и различные градации совершенства, с которым это движение выполняется. Иными словами, в освоении какого-либо движе-

ния надо выделять не одно, а ряд событий. Необходимость этого легко понять на следующем примере. Рассмотрим граф

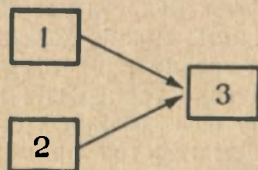


где 5 — событие, заключающееся в том, что ученик овладел сальто назад; 9 — сальто прогнувшись, 11 — двойное сальто. Граф, в частности, указывает, что спортсмен, приступающий к разучиванию двойного сальто, должен уметь делать одинарное сальто. При этом ему необязательно (хотя, может быть, и желательно) владеть такими прыжками, как, например, сальто с пируэтами, твисты и т. п. Однако ясно, что сам факт выполнения одинарного сальто еще не дает оснований приступить к разучиванию двойного сальто. Надо уметь не просто выполнять сальто, но делать это в совершенстве: высоко, легко, уверенно, с хорошей группировкой, быстрым вращением и четкой ориентировкой в воздухе. Чтобы можно было начать разучивать сальто прогнувшись, спортсмен тоже должен уметь хорошо делать обыкновенное сальто; но требования здесь уже гораздо менее высоки. Поэтому целесообразно ввести в качестве событий несколько ступеней в овладении хотя бы наиболее важными движениями. Также желательно ввести объективные критерии качества овладения движением. В случае с сальто одним из таких критериев может быть высота взлета акробата, которую проще всего зарегистрировать по времени полета (от момента отталкивания до приземления).

3. Многие из вопросов, которым уделяется особое внимание при работе с сетевыми графиками (например, выбор критического пути), в настоящее время почти неразрешимы в спорте из-за отсутствия достаточно точных числовых оценок. Это ограничивает возможности использования сетевых методов в практике, но отнюдь не умаляет интереса к ним. Основные достоинства сетевых графиков заключаются в том, что они дают удобный язык для исследования процесса обучения двигательной деятельности как единой системе. В настоящее время в спортивно-пе-

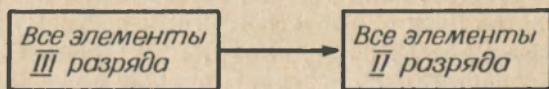
дагогической литературе наблюдается такое парадоксальное явление. Единодушное мнение состоит в том, что в многолетнем педагогическом процессе существует две стороны: обучение и воспитание. Когда же речь доходит до анализа содержания обучения, то описывают такие его этапы, как ознакомление с движением, разучивание и т. п., т. е. анализируют лишь ход обучения какому-либо одному движению, а не длительный процесс обучения многим движениям, рассчитанный на ряд лет. Теория обучения системной двигательной деятельности (например, гимнастике в целом, борьбе в целом и т. п.) в существующих руководствах либо отсутствует, либо затрагивается вскользь; рекомендации (сводящиеся обычно к принципу систематичности), как правило, весьма общи и очевидны (типа советов идти от известного к неизвестному и т. п.).

Сетевые методы, по-видимому, могут быть той основой, на которой можно построить теорию обучения не отдельным движениям, а системной двигательной деятельности в целом. Само применение сетевых графиков сразу же наталкивает на ряд интересных в практическом отношении вопросов. Рассмотрим как пример один из них: о последовательности обучения. Сетевые графики дают возможность выявить так называемые непосредственно предшествующие элементы (элементы-предшественники), т. е. те движения, не овладев которыми нельзя разучивать данное упражнение. (Например, нельзя учить двойное заднее сальто, не овладев одинарным, но можно делать двойное заднее и совершенно не уметь выполнять, скажем, переднее сальто). Иногда бывает так: упражнение-предшественник сравнительно простое (соответствует по трудности, скажем, III или II разряду), а упражнение-последователь весьма сложно — его выполняют мастера. Например, если 1 — это сальто с колец, 2 — прыжок вверх с поворотом на 360° , а 3 — то же сальто, но с поворотом на 360° , то сеть выглядит так:



Элементы 1 и 2 просты, их выполняют второразрядники; элемент 3 — движение довольно сложное, это один из наиболее популярных соскоков у мастеров. Встает вопрос: когда надо приступать к разучиванию таких элементов, как 3? При переходе на программу мастеров или раньше, как только ученики освоят непосредственно предшествующие элементы?

В прежние годы (см. все довоенные книги по гимнастике) считалось правильным поступать так: сначала выучить все элементы, соответствующие по трудности младшему разряду, и лишь затем приступать к освоению движений более высокого разряда.



Этот путь себя явно не оправдал (М. Л. Украин, 1966), и сейчас многие успешно работающие тренеры начинают разучивать с второразрядниками «мастерские» элементы, как только их ученики хорошо овладеют всеми элементами-предшественниками. В нашем примере это означает, что при обучении сальто с поворотом не надо ждать, когда ученики освоят программу, скажем, I разряда. Как только они будут уверенно выполнять элементы 1 и 2, можно приступать к изучению 3.

Думается, что при разработке вопросов обучения системной двигательной деятельности сетевые методы будут использоваться очень широко.

II.4.2. Выбор оптимальной методики тренировки как задача теории игры

Для сравнения эффективности различных систем подготовки к соревнованиям можно использовать аппарат теории игр. Ситуация рассматривается как игра двух или нескольких тренеров (или тренерских коллективов), которые выбирают одну из возможных стратегий (методик тренировки). Приведем простой пример из диссертационной работы О. П. Фролова (1966). Был поставлен педа-

гогический эксперимент на двух группах начинающих боксеров (эксперимент длился 1 год).

В первой группе (16 человек) в течение этого периода был изучен весь объем атакующих и защитных действий, используемых в боксе. Все удары и защитные движения осваивались как на ближней, так и на дальней дистанции.

При разработке программы занятия для второй группы (17 человек) стремились намеренно ограничивать число разучиваемых боевых приемов¹. Боксеры изучали только прямые удары в различных сочетаниях, все способы защиты от ударов, а также совершенствовали технику и тактику ведения боя на дальней и средней дистанциях.

В конце первого и в начале второго года спортсмены экспериментальных групп участвовали в соревнованиях, где встречались между собой и с учениками других тренеров², которые придерживались общепринятой последовательности обучения, примененной в первой группе.

Представив ситуацию как игру двух тренеров, применяющих различные стратегии, построим платежную матрицу. В этом случае один из них (сторона A) может применить две стратегии:

A_1 — использованную в первой группе,

A_2 — примененную во второй группе.

Сторона B имеет возможность использовать 3 стратегии:

B_1 — подобную стратегии A_1 ,

B_2 — подобную стратегии A_2 ,

B_3 — соответствующую той, которая применялась в третьей (контрольной) группе боксеров.

Построим платежную ма-

Таблица 45

Платежная матрица игры (оценки вероятности выигрыша боя для стороны A)

	B_1	B_2	B_3
A_1	0,5	0,38	0,42
A_2	0,62	0,5	0,58

¹ Было замечено, что боксеры-новички в бою не пользуются всем тем арсеналом действий, которому их стараются обучить. Они ограничиваются лишь небольшим числом приемов (см. гл. III).

² Представители этой третьей группы спортсменов в массе имели стаж занятий боксом свыше одного года, т. е. занимались спортом дольше, чем спортсмены экспериментальных групп.

трицу (табл. 45), вычислив для этого средний выигрыш получающийся при каждой комбинации стратегий (оценка проводилась по данным 131 боя).

Матрица имеет седловую точку, так как нижняя цена игры 0,5 совпадает с верхней. Следовательно, обе стороны должны пользоваться своими чистыми стратегиями A_2 и B_2 , что соответствует методике обучения, принятой во второй экспериментальной группе. При отклонении одной из сторон от этой стратегии возрастает ее проигрыш и увеличивается выигрыш «противника».

Глава III
**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СПОРТСМЕНОВ
В УСЛОВИЯХ СОРЕВНОВАНИЙ**
(моделирование спортивной тактики)

В науке о спорте особое внимание уделяется исследованию процесса подготовки спортсмена. Поведение же спортсмена на соревнованиях анализируется, как правило, чисто описательно. Между тем для этой цели во многих случаях можно использовать точный количественный подход. Речь идет прежде всего о методах исследования операций — группе математических методов, предназначенных для выбора оптимальных решений в задачах экономики, военного дела и т. п. (С. Карлин, 1964; Р. Д. Льюс и Х. Райфа, 1961, и мн. др.). Ниже на конкретных примерах демонстрируются некоторые возможные пути применения этих методов в спорте¹.

**III.1. ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ПОЕДИИКА БОКСЕРОВ²**

III.1.1. Методы сбора и формализованной записи данных

Использовались киноматериалы первенств Европы 1953 и 1963 гг. и результаты работы специальной группы, наблюдавшей первенство СССР 1965 г. Данные по каж-

¹ Упомянем также некоторые другие работы в этой области, где применялись методы математики и кибернетики: разработка математической модели утомления и отдыха при мышечной работе (Н. Н. Воробьев, С. С. Кислицын, А. С. Михайлов, 1965; С. С. Кислицын, 1966); модель «организации» бейсбольных команд с проверкой соответствия на большом статистическом материале 1871—1958 гг. (Grusky, 1963); использование электронно-вычислительных машин в качестве «секретаря» на Олимпийских играх (Crawford, 1964, Такэсита Тору, 1965) и др.

² См. В. М. Зацюрский, О. П. Фролов (1966), а также диссертацию О. П. Фролова (1966).

дому классу ударов (прямые, боковые и т. п.) регистрировались двумя контролерами. Кроме того, десять специалистов — опытных боксеров оценивали визуально по пятибалльной системе технику выполнения отдельных боевых действий (10 ударов и 4 способа защиты). Исходя из субъективных соображений, каждый заполняющий анкету ставил оценку соревнующимся за каждый элемент техники ведения боя.

В соответствии с процедурами, принятыми в теории тестов (theory of tests), была определена степень объективности полученных оценок¹. Оценки за технику выполнения основных ударов и защитных действий, которые дали оценщики группе боксеров, были ранжированы, после чего для установления согласованности мнений экспертов вычислили так называемые коэффициенты конкордации (Дж. Юл. и М. Кендалл, 1960; В. В. Налимов и Н. А. Чернова, 1965; Ю. П. Адлер и др., 1966). Во всех случаях обнаружена неслучайная согласованность.

Количественный подход к изучению деятельности спортсменов невозможен без достаточно четкой классификации изучаемых действий и представления состязания как некоторого логического процесса (Ю. А. Воронин, 1961, Ю. А. Воронин, С. В. Магеровский и др., 1963).

Естественно, что в таком случае невозможно обойтись без формализации действий спортсменов. В основу системы формализованной записи боя боксеров была положена классификация боевых действий в боксе, предложенная К. В. Градополовым (1951—1965).

В боксе применяются три основных удара: прямой, боковой и снизу; эти удары могут быть нанесены левой и правой рукой и направлены в голову и в корпус. Каждому удару присваивается определенный порядковый номер от 1-го до 10-го (боковые удары в корпус не принимали во внимание, так как они встречаются редко и могут быть отождествлены с ударами снизу). Защитные действия, используемые в боксе, сводятся к уходам, уклонам, ныркам и подставкам. К подставкам мы отнесли все защитные движения, выполняемые при помощи рук.

¹ Под объективностью теста понимается степень независимости результатов тестирования от личных качеств исследователя (Guilford, 1954, 1965; Gulliksen, 1950; Novick, 1966).

Формализовав атакующие и защитные действия боксеров, применили следующую систему записи боя.

Атакующие действия:

- 1 — левый прямой в голову
- 2 — правый прямой в голову
- 3 — левый прямой в корпус
- 4 — правый прямой в корпус
- 5 — левый боковой в голову
- 6 — правый боковой в голову
- 7 — левый снизу в голову
- 8 — правый снизу в голову
- 9 — левый снизу в корпус
- 10 — правый снизу в корпус

Защитные действия:

- \swarrow — уклон влево
- \searrow — уклон вправо
- \leftarrow — уход влево
- \rightarrow — уход вправо
- \downarrow — уход (или уклон) назад
- \overline{H} — нырок влево
- \overline{H} — нырок вправо
- \overline{n} — подставка левой руки
- \overline{a} — подставка правой руки

Сочетания и последовательность действий обозначались следующими символами:

$A \rightarrow B$ — ответные действия спортсмена В на действия противника А;

$A \leftrightarrow B$ — встречные действия (удары) В против ударов А;

\times — перекрестный встречный удар;

\wedge — непрерывное выполнение одного действия за другим (удара за защитой или наоборот)

, — знак, разделяющий следующие друг за другом боевые действия (удары) одного из спортсменов.

Удар, достигший цели, фиксировался чертой под соответствующим ему номером; не достигший цели — чертой над его номером.

Удары, применяемые в качестве финтов, фиксировались номерами без каких-либо добавлений.

В качестве примера приводим формализованную запись отдельных моментов боя с их дальнейшей расшифровкой: $A \overline{1}, 2 \rightarrow B \overline{n} \wedge 2$ — боксер А атакует двумя прямыми ударами левой и правой в голову; его противник защищается подставками (или отбивами) рук и отвечает прямым правой в голову, который достиг цели.

$A \overline{1} \rightarrow B \swarrow \wedge 2$ — боксер А атакует левым прямым в голову, его противник, уклоняясь влево, встречает его правым прямым в голову.

Обращаем внимание, что, хотя в использованной системе записи алфавит символов близок к алфавиту

математической логики (см., например, Дж. Кеменг и др., 1963), смысловое содержание отдельных символов иное.

Протоколы записи боя шли в дальнейшую обработку.

Один из основных этапов в применении количественных методов для исследования вопросов спортивной тактики заключается в нахождении таких показателей, которые бы отражали существенные стороны встречи (боя, схватки, игры) и могли бы быть использованы для анализа технико-тактических особенностей спортсменов. Некоторые из таких показателей, отражающие разные стороны спортивного поединка, были апробированы в ходе работы. Они описываются ниже.

III.1.2. Оценка условной интенсивности боя

Эти оценки основаны на подсчете числа боевых действий, выполняемых в единицу времени. По результатам записи боев, проведенных на первенстве СССР 1965 г., было подсчитано общее количество ударов, выполняемых

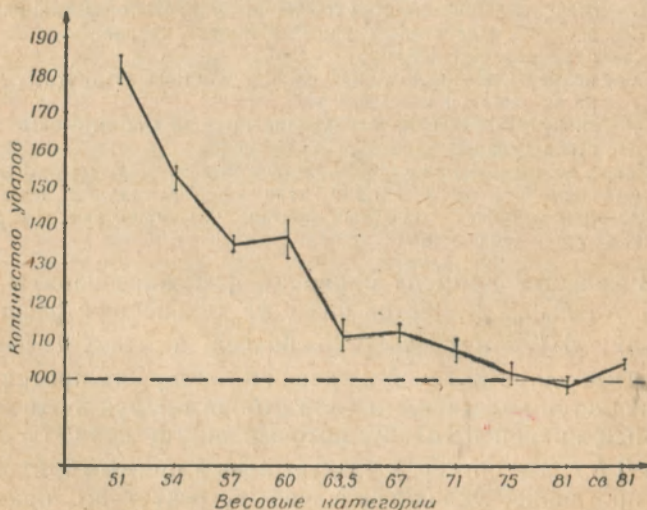


Рис. 38. Интенсивность атакующих действий у боксеров разных весовых категорий (О. П. Фролов, 1966). Вертикальными чертами отмечены оценки стандартных отклонений

спортсменами. В среднем это количество не одинаково, оно изменяется в зависимости от а) весовой категории (рис. 38); б) индивидуальных особенностей спортсменов; в) особенностей конкретного боя.

На основе подобных данных рассчитывается один из следующих (равнозначных) показателей интенсивности: 1) число боевых действий в одну минуту; 2) среднее время, приходящееся на выполнение одного боевого действия.

Так, например, у мастеров спорта в весовых категориях 63,5—75 кг интенсивность боя равна в среднем 12 уд/мин, а у новичков — около 7,5 уд/мин (последняя оценка получена на основе записи соревнований «открытый ринг»).

III.1.3. Оценки, основанные на распределении частот боевых действий

Индивидуальную манеру боксирования можно определить по распределению частот применения различных ударов и защитных действий в бою. Примеры подобных распределений приведены в табл. 46.

Полученные данные свидетельствуют о том, что, во-первых, для каждого спортсмена характерен индивидуальный тип распределения и, во-вторых, что частоты боевых действий не меняются существенным образом при встречах с противниками, близкими по физическим данным и манере боя.

В доказательство второго тезиса приводим пример записи ряда боев у боксера — мастера спорта Чипулиса (табл. 47); видно, что распределение частот боевых действий в нескольких боях остается сравнительно постоянным.

Подобная устойчивость индивидуальной манеры боя дает возможность выводить средние оценки частот распределения ударов и на этой основе сравнивать различных боксеров. На рис. 39 приводятся полигоны распределения частот ударов, выполненных некоторыми чемпионами СССР по боксу 1965 г. (взяты средневзвешенные частоты ударов по нескольким боям). По распределению частот применения различных ударов можно судить об индивидуальных особенностях ведения боя каждым

Таблица 46

Эмпирические оценки вероятности выполнения атакующих действий некоторыми боксерами
(по данным первенства Европы 1953 г.)

Удары или финты	Ницшке (ГДР)	Егоров (СССР)	Тишин (СССР)
Левый прямой в голову	0,47	0,11	0,25
Левый прямой в голову — финт	0,29	0,29	0,15
Правый прямой в голову	0,11	0,03	0,03
Правый прямой в голову — финт	0,02	—	0,01
Левый боковой в голову	0,05	0,15	0,20
Левый боковой в голову — финт	—	0,04	—
Правый боковой в голову	0,02	0,15	0,20
Правый боковой в голову — финт	—	—	0,02
Левый прямой в корпус	—	0,05	0,02
Левый прямой в корпус — финт	0,02	0,04	—
Правый прямой в корпус	—	0,02	—
Правый прямой в корпус — финт	—	—	—
Левый снизу в корпус	—	0,06	0,02
Левый снизу в корпус — финт	—	—	—
Правый снизу в корпус	—	0,04	0,08
Правый снизу в корпус — финт	—	—	—
Левый снизу в голову	0,02	0,02	0,01
Левый снизу в голову — финт	—	—	—
Правый снизу в голову	—	—	0,01
Правый снизу в голову — финт	—	—	—

Примечание. Оценка вероятностей проведена по данным наблюдений 4—5 боев

спортсменом. Так, например, кривая распределения частот боевых действий Б. Никанорова, для которого характерны равные частоты применения основных ударов, указывает на умение вести бой на трех дистанциях с преимущественным стремлением к ближнему бою; кривая О. Григорьева, для которой характерна повышенная частота применения левого прямого и левого бокового удара в голову, — на стремление к дистанционному бою.

На частоты распределения боевых действий существенным образом влияет спортивная квалификация боксеров. На рис. 40 представлены частоты ударов, применяемых боксерами без разрядов (под наблюдением находились испытуемые эксперимента, описанного в II.4.2).

Таблица 47

Распределение частот ударов, применявшихся И. Чипулисом
в соревнованиях первенства СССР 1965 г.

№ ударов	Бой с Емельяновым	Бой с Ориенко	Бой с Изосимовым	\bar{X}	Δ $v\%$	Δ σ
	X_1	X_2	X_3			
1	0,168	0,160	0,170	0,166	2,8	0,0047
2	0,140	0,131	0,114	0,130	8	0,0110
3	0,056	0,051	0,047	0,052	7	0,0037
4	—	—	—	—	—	—
5	0,176	0,175	0,171	0,174	1,4	0,0025
6	0,172	0,204	0,190	0,188	7	0,0130
7	0,070	0,058	0,057	0,062	9,7	0,0060
8	0,020	0,021	0,019	0,020	4	0,0008
9	0,098	0,104	0,115	0,105	6,6	0,0070
10	0,100	0,096	0,115	0,103	7,7	0,0080

Примечание. X_1 , X_2 , X_3 — частоты ударов в отдельных боях; \bar{X} — средневзвешенная частота ударов; v — коэффициент вариации частоты ударов в отдельных боях; σ — среднее квадратическое отклонение частот.

Характерно, что они использовали относительно малый объем действий (только прямые удары); причем частота левого прямого удара в голову намного превышает частоты остальных применяемых ударов.

Изменение одного из условий боя, например встреча с противником-левой, существенно меняет характерное для данного спортсмена распределение частот ударов. В табл. 48 приводится пример подобного изменения в распределении частот применяемых ударов у чемпиона СССР в легком весе заслуженного мастера спорта Б. Никанорова.

В бою с левой наиболее эффективны удары правой рукой в корпус и в голову, и это сразу отражается в перераспределении частот боевых действий. Резко увеличивается частота прямых и боковых ударов правой рукой в корпус и голову (правый прямой в голову — в полтора, правый прямой в корпус и правый боковой — в два с лишним раза).

На этом примере видно и приспособление к индивидуальной манере боя противника. Г. Кокошкин — подвиж-

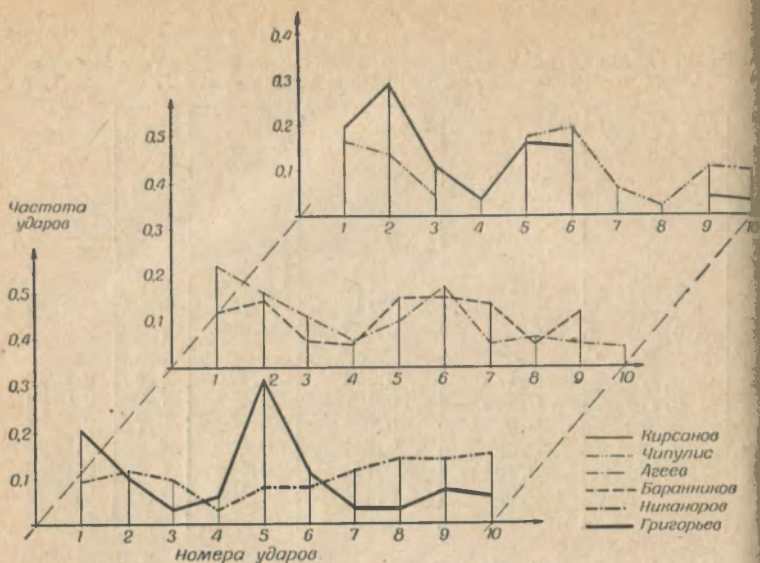


Рис. 39. Распределение частот ударов, применяемых некоторыми сильнейшими боксерами СССР

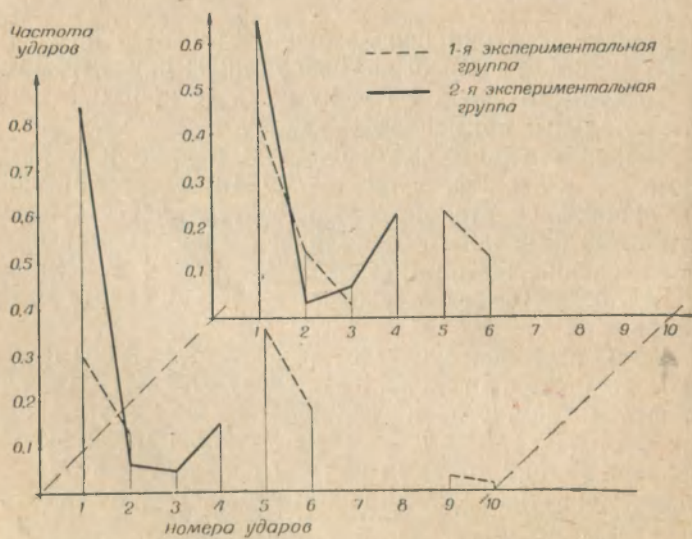


Рис. 40. Распределение частот ударов, применяемых боксерами-новичками

Таблица 48

Распределение частот ударов, применявшихся Б. Никаноровым
в соревнованиях первенства СССР 1965 г.

№ п/п	Бой с Азис-баевым	Бой с Баранниковым	Средняя	Бой с Кокочкиным
1	0,093	0,100	0,097	—
2	0,112	0,106	0,109	0,160
3	0,083	0,087	0,085	—
4	0,019	0,036	0,028	0,080
5	0,078	0,074	0,075	0,120
6	0,078	0,074	0,075	0,170
7	0,112	0,091	0,102	—
8	0,127	0,243	0,144	0,100
9	0,137	0,133	0,135	0,180
10	0,156	0,138	0,147	0,190

ный боксер, хорошо ведущий бой на дальней дистанции. Поэтому Б. Никаноров старается свести на нет это преимущество противника и навязывает ему поединок на средней и ближней дистанциях, которым он хорошо владеет. Это заметно по возросшей частоте боковых ударов и ударов снизу.

Знание вероятностной структуры боевых действий боксера, помимо непосредственных характеристик, получаемых при ее анализе, позволяет ввести ряд критериев технико-тактического мастерства. Этими показателями в принципе можно количественно оценить такие субъективные категории, как мастерство, успешность или эффективность боевых действий и т. д.

Показатель технического мастерства¹. Техническое мастерство спортсменов определяется совершенством выполнения действий в бою. Однако каждое из них выполняется не одинаково часто и в разной степени влияет на исход встречи. Поэтому необходимо учитывать не только качество выполнения отдельных приемов, но и их значимость.

Предполагалось, что техническое мастерство спортсменов можно оценить при помощи линейной функции от

¹ Название данного и других показателей, характеризующих спортивный поединок и мастерство спортсмена, несколько условно.

величин вероятностей выполнения каждого действия данным боксером ($p_1, p_2... p_n$) и средних оценок за технику исполнения этого действия ($a_1, a_2... a_n$), полученных в результате обработки анкет группы наблюдателей¹.

$$M_1 = \sum_{i=1}^n a_i p_i.$$

Средняя оценка M_1 у чемпионов СССР 1965 г. равнялась 4,51 (варьируя от 4,26 до 4,69); у призеров этих соревнований — 4,10, (варьируя от 3,64 до 4,51). Более подробно эти данные описаны в диссертации О. П. Фролова (1966).

Критерий эффективности действий боксера. В основу его взяты коэффициенты эффективности выполнения атакующих и защитных действий. Коэффициентом эффективности атаки было названо отношение числа ударов, дошедших до цели (n), к числу нанесенных спортсменом ударов (N). Коэффициентом эффективности защиты было названо отношение парированных ударов (n_1) к общему числу ударов (N_1), нанесенных противником.

Критерий эффективности боевых действий был получен на основе суммирования упомянутых выше коэффициентов по одному из боев. При равном составе участников соревнований критерий эффективности боевых действий для определенного спортсмена незначительно изменяется от боя к бою (табл. 49).

Это дает возможность ввести средний коэффициент эффективности (M_2), характеризующий боевые возможности спортсменов в данном состоянии тренированности

$$M_2 = \frac{\sum \left(\frac{n}{N} + \frac{n_1}{N_1} \right)}{m},$$

где m — количество боев.

Как частный случай оценки эффективности атакующих действий предлагается ввести коэффициент эффективности отдельного тактического приема. Этот коэффициент (K) равен отношению разности ударов, дошедших до цели в результате применения определенного тактического действия (n), и ударов, нанесенных противником в

¹ Аналогичный показатель (M_1) применялся ранее А. А. Гукасяном у футболистов (личное сообщение).

Таблица 49

Коэффициенты эффективности сильнейших боксеров СССР
(по результатам первенства СССР 1965 г.)

№ п/п	Фамилии	Коэффициенты эффективности в отдельных боях			Средний коэффициент эффективности бои
		четверть-финальные бои	полуфинальные бои	финал	
1	С. Сорокин	1,25	1,22	1,22	1,23
2	М. Муха	0,75	0,95	0,88	0,86
3	О Григорьев	0,90	1,19	1,15	1,08
4	Л. Эстрин	1,10	1,02	1,03	1,05
5	Б. Никаноров	1,11	1,05	1,21	1,12
6	В. Каримов	0,90	1,01	1,00	0,97
7	В. Агеев	0,98	1,00	1,15	1,04
8	А. Киселев	0,79	0,96	0,89	0,88
9	Д. Поздняк	1,21	1,03	1,06	1,10
10	И. Чипулис	0,79	1,04	0,98	0,94
Средняя оценка		0,96	1,03	1,06	1,03

ответ на этот прием (n'), к общему числу ударов, нанесенных при проведении этого действия (N):

$$K = \frac{n - n'}{N}$$

Описанные выше коэффициенты могут быть использованы для анализа ряда сторон боя. Изменение коэффициентов эффективности атакующих действий по раундам может (совместно с величинами условной интенсивности) характеризовать специальную выносливость боксера, так как успешность действий в третьем раунде во многом зависит от сохранения оптимального состояния боксеров. Подобное же изменение коэффициентов эффективности защитных действий будет характеризовать устойчивость основных защитных навыков и т. д.

Показатель технико-тактического разнообразия. Под разнообразием деятельности боксера понималась его способность использовать с одинаковой частотой и мастерством весь возможный арсенал боевых действий. В качестве численной меры разнообразия поведения спортсмена

(в частности, разнообразия его атакующих действий) была использована величина энтропии, характеризующая степень неопределенности, с которой сталкивается в бою противник данного спортсмена (на этом этапе не учитывается взаимозависимость последовательных действий боксера; см. ниже). В табл. 50 приведены оценки энтропии (M_3) поведения некоторых сильнейших боксеров СССР. Хорошо видно изменение этой величины в зависимости от объема и распределения частот применяемых ударов. Чем более разнообразны действия боксера, тем выше средняя энтропия; чем менее разнообразны применяемые действия, тем ниже предлагаемый показатель. Частое применение какого-либо удара снижает среднюю неопределенность комплекса применяемых действий.

Таблица 50

Распределение и энтропия атакующих действий боксеров (без учета дистанции и финтов)

№ пп	Б. Никаноро	В. Агеев	Ю. Мавряшнн	В. Ужулис
1	0,097	0,222	0,403	0,289
2	0,109	0,153	—	0,050
3	0,085	0,082	0,111	0,267
4	0,028	0,058	—	0,200
5	0,075	0,172	0,221	0,133
6	0,075	0,072	0,221	0,133
7	0,102	0,050	—	—
8	0,144	0,055	0,070	—
9	0,135	0,050	0,040	0,042
10	0,147	0,147	0,040	0,042
	$M_3 = 3,22$	3,08	2,24	2,13

Энтропию, как показатель технико-тактического разнообразия, можно использовать для сопоставления класса боксеров. В частности, анализ боев боксеров-новичков на соревнованиях «открытый ринг» показал, что их атакующие действия ограничиваются прямыми ударами; причем вероятность левого удара настолько велика, что показатель разнообразия поведения снижается в среднем до величины 1,38 бита.

Правда, подобный же факт был обнаружен при исследовании атакующих действий чемпиона Европы 1953 г. в полутяжелом весе Ницшке. Значительное превосходство над противниками в росте и длине рук в сочетании с отточенной техникой прямых ударов позволяли ему добиваться значительного преимущества, используя чрезвычайно малый объем действий. Энтропия его действий соответственно оказалась сравнительно низкой — 1,55 бита. Умелое использование индивидуальных особенностей в данном случае полностью компенсировало отсутствие разнообразия в поведении. Приведенный факт не единичен; можно назвать ряд спортсменов, показывавших высокие результаты при чрезвычайно низком разнообразии действий. Однако подлинное мастерство всегда предполагает использование спортсменами всего арсенала возможных боевых приемов.

Для 20 сильнейших боксеров первенства СССР 1965 г. были рассчитаны оценки коэффициентов корреляции между предложенными показателями мастерства, основанными на распределении частот ударов (т. е. между показателями эффективности боевых действий, технического мастерства и энтропией действий боксеров).

Таблица 51

Оценки коэффициентов корреляции

№ п/п	Показатели	1	2	3
1	Критерий эффективности боевых действий	—	—	—
2	Показатель технического мастерства	75	—	—
3	Энтропия	36	75	—

Полученные данные (табл. 51) указывают на существенную связь коэффициента эффективности боевых действий с оценками разнообразия и технического мастерства боксера. Чем выше энтропия и техническое мастерство спортсмена, тем успешнее осуществляет он боевые приемы (удары и защитные действия). В то же время между показателями технического мастерства и показателями разнообразия (энтропией) наблюдается обратная зависимость. Объяснить это можно, по-видимому, тем, что испытуемые — спортсмены высокого класса, у кото-

рых видимое отклонение от общепринятых представлений о правильности технических приемов как бы компенсируется высокой неопределенностью действия (В. Попенченко, В. Агеев и др.). Наоборот, спортсмены с «классическим» исполнением ударов при том же уровне спортивного мастерства отличаются меньшим разнообразием, а следовательно, и меньшей неопределенностью атакующих действий¹.

III.1.4. Оценки, основанные на учете взаимозависимости действий

Действия спортсмена характеризуются не только определенным набором боевых приемов и некоторой вероятностью их появления в бою, но и заметной повторяемостью заученных сочетаний ударов и существенной взаимосвязью между последовательными ударами в течение всего боя. Так, при нанесении какого-либо удара взаимоположение противников (дистанция), положение их рук, ног бывают таковы, что закономерно вызывают другой, определенный для данной ситуации удар. Подобная взаимосвязь ударов в бою не случайна и поэтому позволяет ввести новую числовую характеристику — информативность действий боксера (в противовес их скрытности). Логика подхода здесь такова: любое действие боксера — передвижение, финт, удар — снимает неопределенность, существовавшую до выполнения этого действия. В частности, очень часто первое движение показывает, какое действие за ним последует. Например, в бою Б. Тишин — Рэш (ФРГ) немецкий боксер 26 раз вызывал правый прямой удар в голову, после чего исполнял одно из следующих движений: 1) левый прямой в голову — 7 раз, 2) левый боковой в голову — 10 раз, 3) прекращение атакующих действий (шаг назад) — 9 раз.

Все остальные возможные в данном случае 8 ударов не использовались. В результате разнообразие второго атакующего действия в связке было сравнительно невелико. Можно сказать, что первое действие (правый прямой в голову) несло в себе большую информацию относительно

¹ Факт отклонения техники ударов у ряда высококлассных боксеров от стандартного («школьного») исполнения отмечал Г. О. Джероян на основании анализа кинограмм атакующих действий этих спортсменов (1954).

но последующих действий. Эту информацию и предлагается учитывать.

Однако подобная «индивидуальная» информация (С. Голдман, 1957), которую несут взаимосвязанные действия, характеризует только информационное содержание отдельных связей. Для характеристики боксера более интересна средняя информация по всему ансамблю действий. Для этого можно рассчитать упомянутый показатель информативности. Чем более информативен спортсмен, тем легче противнику предугадать его действия. Наоборот, у спортсмена с низкой информативностью (высокой скрытностью) действий по тому, что он делает в данный момент, тяжелее определить его дальнейшие действия.

Предложенный показатель рассчитывается в 2 этапа:

1. Определяем полную энтропию действий, учитывая их взаимосвязанность $H(\alpha\beta)$:

$$H(\alpha\beta) = H(\alpha) + H(\alpha/\beta),$$

где $H(\alpha)$ — средняя неопределенность действий боксера (показатель технико-тактического разнообразия), $H(\alpha/\beta)$ — средняя неопределенность второго действия (β) при условии, что совершилось первое действие (α). Величина $H(\alpha/\beta)$ определяется для данного боксера через условные вероятности следования одного удара за другим.

2. Информативность боксера определяется как величина обратная неопределенности действий:

$$I = \frac{1}{H(\alpha\beta)}.$$

Таблица 52

Информативность действий некоторых сильнейших боксеров

№ п/п	Фамилия	Энтропия взаимосвязанных действий	Информативность
1	Папп	4,49	0,22
2	Тишин	3,68	0,27
3	Пфирман	3,28	0,30
4	Прихода	3,16	0,31
5	Гжеляк	3,11	0,32
6	Егоров	3,03	0,33
7	Купер	1,61	0,62

Спортсмены высокой квалификации отличаются низкой информативностью своих действий (табл. 52). Уменьшение информативности действий может в принципе достигаться тремя путями: 1) увеличением числа применяемых действий; 2) изменением вероятности их появления; 3) уменьшением условной вероятности применения действий в связках. У боксеров-новичков информативность приближается к 1 (обычно она выше 0,7).

III.1.5. Теоретико-игровые оценки

Было бы интересно применить для исследования спортивной тактики математический аппарат теории игр (такие попытки делались также Ю. А. Ворониным и др., 1963; И. П. Штеллером, 1965; Е. Р. Яхонтовым, 1965, 1966). Основное препятствие здесь состоит в трудности получения платежных матриц, характеризующих исход игры при возможных сочетаниях стратегий противников. Практически невозможно получить достаточно обширную статистику наблюдений над встречами одних и тех же соперников, пригодную для предсказания их поведения в будущих поединках (спортсмены, встречавшиеся друг с другом, скажем, 10 раз, уже не те, что были вначале: изменилась их физическая подготовленность, возросло тактическое мастерство и пр.)¹. Мы пытались использовать аппарат теории игр в несколько ином по сравнению с традиционным направлении: не для предсказания оптимальной стратегии поведения в будущем, а для характеристики степени оптимальности поведения в прошлом. По данным проведенных боев определялась оптимальная (в смысле Дж. Неймана) стратегия применения тактических действий каждым из соперников, а также степень отклонения от нее обоих соперников.

¹ Можно, правда, пытаться оценить вероятность того или иного исхода тактической ситуации безотносительно к персональным особенностям спортсменов. Так поступил Е. Р. Яхонтов (1966), попытавшийся оценить вероятность успешности броска в баскетбольную корзину при разных положениях нападающего и обороняющегося игроков. Однако число случаев, где подобные «всеобщие» оценки будут приемлемы, по-видимому, невелико. Другой подход связан с использованием идей теории игр автоматов, разработанной М. Л. Цетлиным (1963). Здесь игроки начинают игру с нулевой информацией и оценивают платежную матрицу непосредственно по ходу игры.

Приведем пример. В финальном бою первенства Европы 1953 г. в полутяжелом весе встретились Ницшке (ГДР) и Гжеляк (Польша). Победу одержал Ницшке (будем называть его стороной A ; Гжеляка условимся именовать стороной B). Условимся, что сторона A нападает, а сторона B защищается. Будем анализировать частный случай боевой деятельности боксеров — эффективность различных атак прямыми ударами стороны A и эффективность нескольких способов контрдействий стороны B . Ограничим действия стороны A двумя ударами — левым и правым прямым в голову (подобное ограничение не является чрезмерной условностью, так как в рассматриваемом случае совместная вероятность употребления этих ударов для спортсмена A равна 0,88). В этом случае сторона A будет иметь две стратегии:

- A_1 — атаковать одиночными ударами,
- A_2 — атаковать по схеме «1—2» (левой — правой в голову)¹.

Сторона B имеет три стратегии:

- B_1 — защищаться (пассивно),
- B_2 — защищаться и контратаковать в ответной форме,
- B_3 — контратаковать во встречной форме².

По записи боя подсчитывалось количество ударов (N_1, N_2), проведенных при стратегиях A_1, A_2 и дошедших до цели (n_1, n_2); учитывались также удары, проведенные противником в ответ на каждую стратегию A_1, A_2 и дошедшие до цели (n'_1, n'_2). Исход применения каждой пары стратегий рассчитывался по упомянутой выше формуле:

$$K = \frac{n_1 - n'_1}{N_1}.$$

Рассчитав исходы каждой пары стратегий, построим платежную матрицу 2×3 (табл. 53).

¹ В данном случае действия A мы ограничили двумя стратегиями, хотя для прямых ударов в голову их может быть значительно больше. При выборе числа стратегий в каждом случае надо исходить из конкретных результатов анализируемого боя.

² Контратаки в ответной и встречной форме отличаются последовательностью защитных и контратакующих действий. В первом случае действие следует после защитного приема, с помощью которого парируют атаки противника. Во втором случае защитное и контратакующее действия совершаются одновременно.

Платежная матрица стратегии, примененных в бою
Нишке (ГДР) — Гжеляк (Польша) на первенстве Европы 1953 г.

B A	B_1	B_2	B_3	\min
A_1	0,25	0,71	0,70	0,25
A_2	0,4	-0,25	0,52	-0,25
\max	0,4	0,71	0,70	

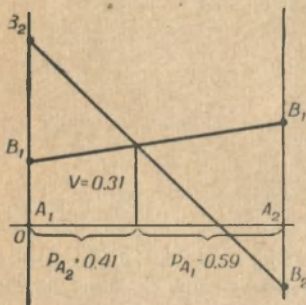


Рис. 41. Решение игры 2×2 (Нишке — Гжеляк)

Нижняя цена игры 0,25, верхняя — 0,4. Нижняя цена игры означает, что если сторона A будет придерживаться стратегии A_1 , то при любом поведении противника ей гарантирован выигрыш не меньше 0,25. Верхняя цена игры будет соответствовать в таком случае наиболее осторожной («максиминной») стратегии B_1 и будет означать величину, больше которой сторона B не проигрывает, что бы ни предпринимал противник.

В рассматриваемой игре седловой точки нет и решение надо искать в области смешанных стратегий. Смешанные стратегии представляют собой комбинации из чистых стратегий (A_1, A_2) или (B_1, B_2, B_3). Отбрасывая стратегию B_3 как заведомо невыгодную для стороны B , получаем матрицу 2×2 , по которой находим вероятности применения чистых стратегий (рис. 41).

Оптимальная стратегия $\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ 0,59 & 0,41 \end{pmatrix}$, при этом средняя цена игры 0,31, а оптимальная стратегия B — $\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ 0,86 & 0,14 \end{pmatrix}$. В боевой обстановке сторона A применяла

стратегию A_1 и A_2 с частотами 0,78 и 0,22, а сторона B : $pB_1 = 0,6$ и $pB_2 = 0,1$. Отклонение стороны B от оптимальных стратегий повысило цену игры (а следовательно, проигрыш) до 0,46. Это произошло главным образом за счет того, что сторона B использовала сравнительно часто (примерно в 30% случаев) стратегию B_3 , которая в данной ситуации была крайне невыгодной. Выигрыш стороны A был бы еще большим, если бы она чаще использовала стратегию A_2 .

Подобные расчеты дают возможность оценить, так сказать, уровень тактического мышления спортсмена, т. е. определить, насколько далеко он отклонился в проведенном бою от оптимальной для него боевой тактики.

III.2. НЕКОТОРЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ ДЕЙСТВИЙ ИГРОКОВ В СПОРТИВНЫХ ИГРАХ

Спортивные игры (в особенности командные) характеризуются настолько большим разнообразием действий и игровых ситуаций, что даже самое приблизительное количественное описание особенностей тактики весьма затруднительно. Ниже описываются первые попытки, предпринятые в этом направлении (порой лишь в плане постановки вопроса).

III.2.1. Выбор решения: бросать или не бросать мяч в кольцо?

Представим ситуацию: в руках у игрока задней линии мяч. Что ему лучше сделать: произвести бросок в кольцо или попытаться разыграть мяч? Когда выгоднее бросать, когда пытаться разыгрывать? Очевидно, бросать целесообразнее, когда вероятность выигрыша после броска выше вероятности выигрыша после розыгрыша мяча.

Разберем сначала, какие исходы возможны в этой ситуации. Итак, игрок может бросать или разыгрывать мяч. Если он бросит, то он может попасть в кольцо (тогда игра прекращается) или не попасть (игра идет дальше). Если он не попал, то мяч может перехватить: 1) свой игрок, 2) игрок противника. Свой игрок может: а) забросить мяч в кольцо, б) передать мяч партнеру, в) отдать мяч противнику и т. д. Заметим, что когда мячом владеет одна из команд, то (если не считать назначения штраф-

ных и розыгрыша спорных мячей) возможны лишь два выхода: 1) мяч будет заброшен в кольцо, 2) отдан противнику. Представим возможные исходы в виде схемы (рис. 42). Такая схема называется графом или деревом игры. Каждый из исходов в дереве игры может произойти с какой-то степенью вероятности. Вероятность выигрыша очка в случае розыгрыша мяча зависит от того,

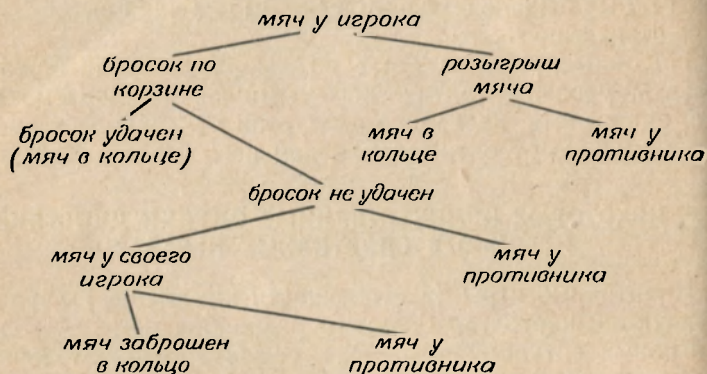


Рис. 42. Схема возможных исходов игровой ситуации (дерево игры)

как часто команде удастся преодолевать оборону противника. Вероятность попадания при броске, естественно, определяется меткостью игроков. Вероятность того, что мяч у кольца будет перехвачен своим игроком и добит им, зависит от того, есть ли в команде высокорослые центровые игроки, способные бороться с центровыми противника. Зная вероятности всех исходов, можно рекомендовать игрокам наилучшее решение. При этом необходимо учесть следующее: вероятность попадания в кольцо (меткость) зависит от расстояния до щита — чем дальше от кольца, тем труднее в него попасть. Зависимость частоты попадания от дистанции может быть описана математически.

По данным С. В. Голомазова, частота попадания (при отсутствии кроющего игрока) является линейной функцией расстояния до щита¹.

¹ Этот экспериментальный факт несколько неожидан, так как, согласно известным формулам баллистики, вероятность попадания в цель снижается пропорционально квадрату удаления от цели. Сле-

По правилам баскетбола команда, владеющая мячом, должна в течение 30 сек. произвести бросок по щиту; в противном случае мяч у нее отбирается. Поэтому вероятность выигрыша зависит от времени: чем меньше осталось до 30 сек., тем меньше и шансы забросить мяч. На последней секунде становятся оправданными броски с самых невыгодных положений.

Значит, ответ на поставленную задачу должен быть примерно следующий: на такой-то секунде владения мячом выгодны броски с дистанций не дальше стольких-то метров. Иными словами, предельное расстояние, с которого мяч выгодней бросать по кольцу, чем разыгрывать его, должно выражаться как функция времени. Оно зависит от меткости игроков, возможности прорвать оборону противника и мастерства центровых нападающих. Количественное решение этой задачи в принципе возможно.

Здесь возникает следующий интересный вопрос. Когда игрок отдает предпочтение какому-либо тактическому решению из ряда возможных (например, произвести бросок по корзине), то он, естественно, не знает точно, насколько оно будет успешно. Однако интуитивно он всегда должен проводить такую оценку. Разумеется, это делается не в количественной форме, а нередко ввиду крайнего дефицита времени и вообще не осознается. Тем не менее, когда игрок, скажем, из трех возможных решений — 1) бросать по корзине, 2) попытаться пройти самому, 3) отдать мяч партнеру — выбирает одно, на его взгляд лучшее, он делает это потому, что считает: в данном случае больше всего шансов добиться успеха. Но для того чтобы выбрать правильный образ действий, игрок должен уметь оценивать вероятность успеха при разных игровых вариантах (или хотя бы ранжировать разные варианты решений по вероятностям успеха). Это, по-видимому, и есть то, что называют тактическим мышлением (во всяком случае, такое умение — существенная сторона тактического мышления).

Учитывая сказанное, интересно исследовать, так ска-

дует, однако, иметь в виду, что в баллистике рассматриваются лишь случаи так называемого геометрического попадания (геометрической точки в плоскость). Мы же имеем дело с физическим попаданием, где сказываются такие факторы, как размеры мяча, его вращение, упругие свойства и т. д.

зять, «субъективную вероятность» игровых исходов¹. Впервые такое исследование было проведено на материале футбола Cohen а. Deagnaley (рис. 43). Видно, что у футболистов имеется некоторая тенденция к субъективной переоценке своих возможностей забить гол с данного расстояния. Интересно, что это наблюдалось в равной мере как у сильнейших футболистов Англии, так и у

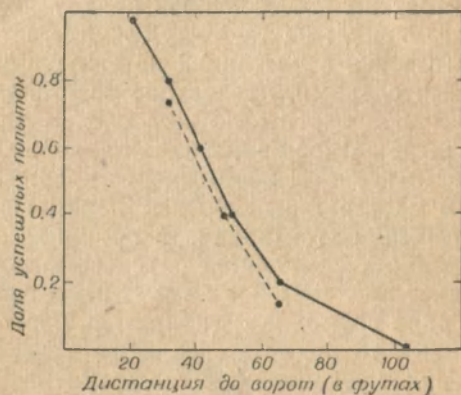


Рис. 43. Соотношение субъективной и объективной оценок вероятности забить гол с различных расстояний (Cohen, Deagnaley, 1962):

сплошная линия — субъективная оценка, пунктир — результаты испытаний

спортсменов сравнительно низкой квалификации. Аналогичные данные получены в баскетболе С. В. Голомазовым (рис. 44).

Конечно, изложенная модель игровой ситуации очень упрощена. Ее можно усложнить путем: 1) конкретизации условий игры (сектор, из которого производится бросок, наличие рядом игрока противника и т. п.); 2) более подробного рассмотрения исходов игры (принимая во внимание возможность персональных замечаний и др.); 3) учета действий противника и вероятностей их осуществления. Если действия противника будут учитываться

¹ Субъективная вероятность — субъективная оценка объективной вероятности события. В этом смысле данный термин в последние годы стал широко использоваться в научной литературе (см., например, Kyburg а. Smokler, 1964).

(модель, приведенная выше, их не рассматривала), то мы приходим к типичной задаче математической теории игр: есть две стороны, противостоящие друг другу, у каждой из них некоторый набор возможных действий (стратегий). Требуется найти оптимальную стратегию (или оптимальный набор стратегий).

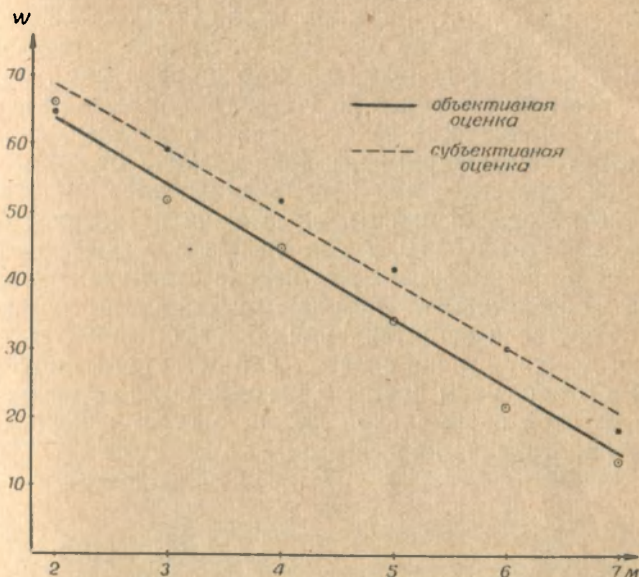


Рис. 44. Соотношение субъективной и объективной оценок вероятности попадания мячом в баскетбольную корзину (С. В. Голомазов, 1968).

Объективная оценка выведена как средняя частота попадания для 30 игроков, выполнивших по 10 бросков с каждой дистанции (всего 1800 бросков)

Такой подход был использован Е. Р. Яхонтовым (1966) при анализе завершающей фазы нападения быстрым прорывом в баскетболе (2×1 — два нападающих против одного защитника). Нападающий игрок с мячом имеет в этом случае 5 возможных ходов (1 — ведение к корзине, 2 — бросок в корзину, 3 — ведение к партнеру для взаимодействия с ним, 4 — передача партнеру, 5 — остановка); игрок без мяча — 3 возможных хода (1 — бег к корзине, 2 — бег к партнеру для взаимодействия с

ним, 3 — остановка). Таким образом, нападающие могут разыграть один из 15 возможных тактических вариантов. Защитник может противопоставить этим действиям один из четырех возможных личных ходов (1 — держать игрока с мячом, 2 — оставаться между игроками, 3 — держать игрока без мяча, 4 — оставаться на месте). Следовательно, игра описывается платежной матрицей 15×4 .

Оценку этой матрицы проводили путем опроса экспертов — специалистов по баскетболу. Задача решалась на ЭВМ; в качестве дополнительного параметра учитывалось расстояние игроков до щита. Полученные результаты дают возможность рекомендовать определенные игровые стратегии. Например, в зоне дальних бросков оптимальной стратегией для нападающих будет смешанная: ведение к корзине или передача мяча партнеру с отношением частот $0,58 : 0,42$ для игрока с мячом и бег к корзине в обоих случаях для игрока без мяча. Эта стратегия обеспечивает игрокам устойчивый выигрыш ($p = 54\%$), если защитник применяет смешанную стратегию: держит игрока с мячом или остается между игроками с отношением частот $0,52 : 0,48$. Отклонение защитника от этой оптимальной для него стратегии увеличит шансы противника на выигрыш.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория спортивной тренировки как наука еще очень молода. Относительно широкие исследования здесь проводятся лишь с 1946 г. Еще позже были предприняты первые попытки применить в этой области аппарат так называемых точных наук: математики, кибернетики, электроники, физики. Естественно, что все сделанное в данном направлении до сих пор — только первые шаги, затрагивающие лишь отдельные вопросы. Эта фрагментарность в данной книге еще более усугубилась тем, что в ней изложены результаты работы лишь одного исследовательского коллектива. Следуя правилу говорить лишь о тех проблемах, по которым имеется уже собранный и обработанный фактический материал, мы не затрагивали поэтому другие возможные приложения математических и кибернетических методов в науке о спорте. Хочется специально оговорить, что эти другие области чрезвычайно велики, а изложенный в работе материал в большинстве случаев допускает совершенно естественные обобщения. Упомянем как пример одно из них.

В главе I описаны попытки анализа физического состояния человека на основе корреляционных и факторных методов. По существу, это соответствует анализу матриц экспериментальных данных вида a_{ji} , где i — испытуемые, j — тесты. Помимо этого, можно, очевидно, учитывать и третий признак — условия измерения (в частности, порядковый номер наблюдения). Тогда мы приходим к так называемым трехмодальным (трехмерным) матрицам экспериментальных данных (three — mode matrices, Cattell, 1965) типа приведенной на рис. 45.

При этом, если ориентироваться главным образом на факторный анализ, возникает 6 его разновидностей:

1) классический R -факторный анализ. В его основе лежат корреляционные связи между тестами, измеренными у какой-то группы испытуемых в сходных условиях;

2) Q -факторный анализ. Здесь рассчитывают корреляционные связи между испытуемыми. Как показал Vart (1937), при использовании открытой модели факторного

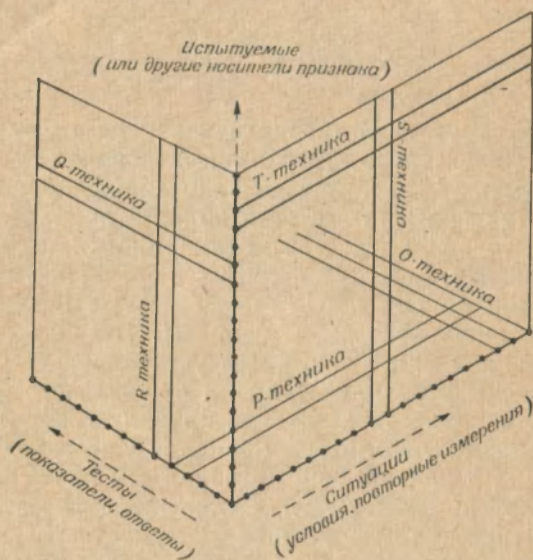


Рис. 45. Трехмодальная матрица опытных данных (схема по Cattell, 1965) (пары параллельных линий указывают коррелируемые признаки). Например, при R -технике ищутся коэффициенты корреляции между результатами в разных тестах у группы испытуемых в одной и той же ситуации

анализа R и Q -техника должны давать факторы одного смысла. Q -техника применяется в случаях, когда число тестов больше числа испытуемых;

3) S -техника факторного анализа. В ее основе — корреляции между показателями разных испытуемых в одном и том же тесте, продемонстрированными в неодинаковых условиях (например, в начале и в конце какого-

либо периода занятий). Этот вариант анализа может найти широкое применение при изучении проблем прогона и отбора в спорте;

4) *T*-техника, основанная на рассмотрении корреляции «между испытуемыми» в разных условиях. Такие корреляции дают ответ на вопрос о том, насколько однонаправленно происходили изменения у разных испытуемых при различных условиях. Факторный анализ позволяет выделить основные типы динамики изменений;

5) *O*-техника. Здесь коррелируют данные одного испытуемого «между условиями» по ряду тестов;

6) *P*-техника, базирующаяся на рассмотрении корреляции между достижениями в ряде тестов у одного и того же испытуемого, показанными в различных условиях. Это дает возможность выделить группы взаимосвязанно изменяющихся показателей.

В схему подобного «ящика экспериментальных данных» (data box) укладывается большая часть исследований, проводимых сейчас в теории спорта. Это, в частности, дает возможность, имея в распоряжении небольшой набор стандартных и типовых программ для электронно-вычислительных машин, сравнительно легко перевести большую часть вычислений по материалам экспериментальных работ на ЭВМ. При этом удается использовать наиболее совершенный математический аппарат, который позволяет извлечь из экспериментальных материалов максимум сведений. Примером может служить факторный анализ трехмодальных матриц, предложенный Tuckey (1964), который дает возможность производить анализ «ящиков экспериментальных данных», так сказать, в один прием. Число таких примеров можно легко увеличить. Это дает возможность говорить о том, что область применения количественных методов в науке о спорте в дальнейшем будет значительно расширена.

В оценке возможностей этих методов применительно к физическому воспитанию и спорту наметились две опасные тенденции. Первая — вера в то, что подобные методы сами по себе обеспечат чуть ли не переворот в нашей науке; дело якобы лишь в том, чтобы их поскорее внедрить. Вторая — использование не собственно методов кибернетики, а лишь ее терминологии, притом для описания давным-давно известных вещей. Подобное «кибернетическое фразерство», жонглирование словами типа «ин-

формация», «обратная связь» и т. п. может лишь дискредитировать идею применения кибернетических методов.

Использование достижений точных наук — действительно одно из перспективных направлений в науке о спорте. Но предстоит длительный и нелегкий труд, прежде чем возможности станут реальностью. И будет очень досадно, если рекламная шумиха, легковесные обещания или слепое неверие помешают большой и нужной работе.

Однако рано или поздно наступит такое время, когда пути достижения человеком высот физического совершенства станут объектом точного знания.

ЛИТЕРАТУРА

- Аверкович Н. В., Зациорский В. М. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.
- Айвазян С. А. «Заводская лаборатория», т. 30, 1964. № 7 и 8.
- Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., ИИЛ, 1963.
- Бернштейн Н. А. О построении движений, М.—Л., Медгиз, 1947.
- Бернштейн Н. А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности. М., «Медицина», 1965.
- Бойко Е. И. Время реакции человека. М., «Медицина», 1964.
- Брогли Я. «Вьпроси на физическата култура», 1966, Год. 11, № 10.
- Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. М., ИИЛ, 1962.
- Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. М., ИИЛ, 1959.
- Верхошанский Ю. В. Диссертация. М., 1963.
- Винер Н. Кибернетика. М., ИИЛ, 1958.
- Волков Н. И. «Легкая атлетика», 1960, № 2.
- Волков Н. И. Энергетика напряженной мышечной работы. Диссертация. М., 1968.
- Волков Н. И., Зациорский В. М. «Acta biologica et medica Germanica», Bd. 13, 1964a, № 5.
- Волков Н. И., Зациорский В. М. «Теория и практика физической культуры», 1964b, № 6.
- Воробьев З. В. Материалы итоговой сессии ЛНИИФКа за 1936 г. Л., 1937.
- Воробьев Н. Н., Кислицын С. С., Михайлова А. С. «Известия АН СССР». «Техническая кибернетика», 1965, № 1.
- Воронин Ю. А., Магеровский С. В. и др. В сб. «Вопросы физического воспитания студентов». Изд. ЛГУ, 1964.
- Георгадзе Л. Г. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.
- Годик М. А. Исследование факторной структуры скоростных двигательных способностей человека. Диссертация. М., 1966.
- Годик М. А., Зациорский В. М., Смирнов Ю. И. В сб. «Программированное обучение и применение технических средств в спортивной тренировке». Минск, 1965.
- Гориневский В. В., Яблоновский И. М. В сб. «Физическое воспитание детей и подростков». «Физкультура и туризм», 1935.
- Горяинов Л. А. В сб. «Опыт научного изучения вопросов физической культуры». Л., изд. ВМА, 1925.

- Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М., ИИЛ, 1965.
- Джордж Ф. Мозг как вычислительная машина. М., ИИЛ, 1964.
- Зациорский В. М. Исследование переноса тренированности в циклических локомоциях. Кандидатская диссертация. М., 1961.
- Зациорский В. М. Ученые записки ГЦОЛИФКа. М., 1962.
- Зациорский В. М. Доклады АПН РСФСР, 1962, № 6.
- Зациорский В. М. Тезисы XX совещания по ВНД. Л., 1963а.
- Зациорский В. М. «Kultura Fizyczpa», 1963б, № 2.
- Зациорский В. М. «Теория и практика физической культуры», 1965а, № 4 и 5.
- Зациорский В. М. В сб. «Программированное обучение и применение технических средств в спортивной тренировке». Минск, 1965б.
- Зациорский В. М. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965в.
- Зациорский В. М. В сб. «Координация двигательных и вегетативных функций при мышечной деятельности человека». М.—Л., АН СССР, 1965.
- Зациорский В. М. Физические качества спортсмена. ФиС, 1966.
- Зациорский В. М., Арестов Ю. М. «Известия АПН РСФСР», вып. 133, 1964а.
- Зациорский В. М., Арестов Ю. М. «Известия АПН РСФСР», вып. 136, 1964б.
- Зациорский В. М., Волков Н. И., Кулик Н. Г. «Теория и практика физической культуры», 1965, № 2.
- Зациорский В. М., Волков Н. И., Фруктов А. Л. «Теория и практика физической культуры», 1959, № 10.
- Зациорский В. М., Годик М. А. «Легкая атлетика», 1962, № 10.
- Зациорский В. М., Годик М. А. «Известия АПН РСФСР», вып. 129, 1963а.
- Зациорский В. М., Годик М. А. «Теория и практика физической культуры», 1963б, № 8.
- Зациорский В. М., Годик М. А. «Теория и практика физической культуры», 1966, № 4.
- Зациорский В. М., Годик М. А., Ярмульник Д. Н. «Теория и практика физической культуры», 1964, № 2.
- Зациорский В. М., Кулик Н. Г. «Теория и практика физической культуры», 1966, № 3.
- Зациорский В. М., Петров И. Ф. «Теория и практика физической культуры», 1964, № 7.
- Зациорский В. М., Попов Ю. А. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.
- Зациорский В. М., Сарсания С. К. «Биофизика». 1966а, б, № 5, стр. 894 и 928.
- Зациорский В. М., Сарсания С. К. В кн. «Сердце и спорт» (под ред. В. Л. Карпмана и Г. М. Куколевского), М., Медицина, 1968.
- Зациорский В. М., Филлин В. П. «Теория и практика физической культуры», 1962, № 6.

- Зациорский В. М., Фролов О. П. Материалы конференции по инженерной психологии. Л., 1964.
- Зациорский В. М., Фролов О. П. «Теория и практика физической культуры», 1966, № 10.
- Зимкин Н. В. Очерки по физиологии силы, быстроты и выносливости. ФиС, 1956.
- Ивахненко А. Г., Лапа В. Г. Кибернетические предсказывающие устройства. Киев, «Наукова думка», 1964.
- Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М., «Наука», 1966.
- Кислицын С. С. «Теория и практика физической культуры», 1966, № 6.
- Колмогоров А. Н. «Бюллетень АН СССР». «Серия математ.», 1942, № 2, 3.
- Крамер Г. Математические методы статистики. М., Физматгиз, 1948.
- Крестовников А. Н. Очерки по физиологии физических упражнений. М.—Л., ФиС, 1951.
- Кръстев И. Н. «Въпроси на физическата култура». София, 1966, № 3.
- Кулик Н. Г. Совершенствование путей повышения работоспособности борцов-самбистов. Диссертация. М., 1966.
- Лапа В. Г. «Автоматика», 1964, № 4.
- Лапа В. Г. «Автоматика», 1965, № 4.
- Летунов С. П. Материалы итоговой сессии ЦНИИФКа за 1957 г. М., 1958.
- Лукаускас Р. «Легкая атлетика», 1963, № 11.
- Льюс Р. Д., Райфа Х. Игры и решения. М., ИИЛ, 1961.
- Максимов В. Н., Федоров В. Д. «Известия АН СССР». «Сер. биол.», 1966, № 6.
- Матвеев Е. Н., Зациорский В. М. «Теория и практика физической культуры», 1964, № 8.
- Моргунов И. Б. «Сб. докладов МЭИ по вопросу об эффективных методах обучения». Ч. II. М., 1966.
- Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
- Науомов Б. А., Петров В. А. «Теория и практика физической культуры», 1966, № 4.
- Небылицын В. Д. «Вопросы психологии», 1960, № 4.
- Новиков А. Д. «Физическое воспитание». М.—Л., ФиС, 1949.
- Овчинников А. А., Пучинский В. С. «Известия АН СССР». «Техническая кибернетика», 1964, № 3.
- Панэк Ст. Материалы Международной конференции по вопросам спортивной тренировки. М., 1962.
- Планирование эксперимента. Сборник под ред. Г. К. Круга, М., «Наука», 1966.
- Розенблат В. В. «Физиологический журнал СССР», т. 48, 1962, № 12.
- Рудик П. А. В сб. «Методика исследований и принципы оценки влияния физических упражнений». М.—Л., Госмедиздат, 1930.
- Сарсания С. К. Физиологические аритмии сердца. Диссертация. М., 1966.

Такэсита Тору. «Дзехо сери», т. 6, № 3, 1965. Цит. по РЖ «Кибернетика», 1966, № 2Г 355.

Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1963.

Фарфель В. И. Исследования по физиологии выносливости. Докторская диссертация. М., 1945.

Фарфель В. С. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.

Федоров В. Д., Бочаров В. Г., Максимов В. Н. «Доклады АН СССР», т. 170, 1966, № 3.

Фишер Р. А. Статистические методы для исследователей. М. ИИЛ, 1958.

Фролов О. П. Изучение некоторых сторон спортивной деятельности методами теории информации и исследования операций. Диссертация. М., 1966.

Фролов О. П., Зацюрский В. М. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.

Хилл (Гилл) А. В. Работа мышц. М., Госмедиздат, 1927.

Цетлин М. Л. «Успехи математических наук», т. 18, вып. 4, 1963.

Штеллер И. П. Исследование тактики нападения с созданием численного превосходства в советской школе водного поло. Диссертация. М., 1966.

Юл Дж., Кендалл М. Теория статистики. М., ИИЛ, 1961.

Яхонтов Е. Р. Материалы научной конференции «Кибернетика и спорт». М., 1965.

Adamczewski L., 1963, «Sport dla wszystkich», N 2.

Adams F. H., Bengtsson E., Berren H., Wegenlius C. 1961, «Pediatrics», v. 28, N 2.

Andersen T. W., Rubin H., 1956, Proc. of the Third Berkeley symp. on mathem. statistics, v. 5, p. 11—50.

Atkinson R. C., Bower I. H., Crothers E. I. 1965. An introduction to mathematical learning theory. N. Y.

Bach F. 1956. «Die Leibeserziehung», 2.

Barker D. I. 1964. «The Research Quarterly», v. 35.

Barrow H. M., McGee R. 1964. A practical approach to measurement in physical education. London.

Barry A. J., Cureton Th., 1961, «The Research Quarterly» v. 32, 3.

Blaha S. 1966. «Teorie a praxe tel. vychovy», 12.

Borko H. (Ed). 1962. Computer applications in behavioral sciences. N. Y.

Brown R. I. 1963. Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series. Prentice — Hall.

Carrolle J. B. Cited by R. B. Cattell, 1965.

Cattell R. B. 1965 a, b, «Biometrics», v. 21, N 1, 2.

Cattell R. B., Muerle I. L. 1960. «Educ. Psychl. Measmt.» v. 20, p. 569—90.

Cattell R. B., Foster M. J. 1963 «Behav. Sci.», v. 8, p. 156—65.

Cohen I., Dearnaley E. I. 1962. «British J. of Psychology» v. 53, N 1.

Cooley W. W., Lohnes P. R. 1962. Multivariate procedures for the behavioral sciences. N. Y.

- Crawford D. 1964. «Data and control», v. 2, N 3.
- Cureton Th. K. 1951. Physical fitness of champion athletes. Urbana.
- Drozдовski Z. 1963. «Kultura fizyczna», N 8.
- Espenshade A. 1960. In: «Science and medicine of exercise and sports», N. Y.
- Ettema I. H. 1966. «Internat Z—T angew. Physiologie», Bd. 22, N 1.
- Fleishman E. A. 1962. In: «Training research and education». Edit. by R. Giaser. Pittsburg.
- Fleishman E. A. 1964. The structure and measurement of physical fitness. Engiewood.
- Fleishman E. A., Ornstein I. R. 1960. «Journ. applied Psychology», v. 44, p. 147.
- Francis A. W. 1943. «Science», v. 98, N 2545.
- Frucht A. H. 1960. Die Grenzen menschl. Leistungsfähigkeit im Sport. Berlin.
- Frucht A., Jokl E. 1964. «Journ. sports med. and physical fitness», v. 4, N 3.
- Fruchter B. 1954. Introduction to factor analysis. N. Y.
- Fruchter B., Jennings E. 1962. In: «Computer applications in the behavioral sciences». Prentice Hall.
- Große-Lordeman H., Müller E. A. 1936. «Arbeitsphysiologie», Bd. 9, N 4.
- Grusky O. 1963. «Sociometry», v. 26, N 3.
- Guilford J. R. 1956. Fundamental statistics in psychology and education. N. Y.
- Guilford J. R. 1958. «American J. of Psychology», v. 71, p. 164.
- Haider M. 1962. «Internat. Z—t angew. Physiologie», Bd. 19, S. 241—251.
- Harman H. H. 1960 a. Modern factor analysis. Chicago.
- Harman H. H. 1960 b. In: «Mathematical methods in digital computers» Edit. by H. S. Wilf a. A. Ralston. N. Y.
- Harris J. I. 1963. «Behavioral sci.», v. 8, N 4.
- Hayden F. I. 1963. «Dissertat Abst.», v. 23, N 11.
- Heinonen V., 1962. «Scand. J. Psychology», v. 3, N. 4.
- Henry F. M. 1955. «The Research Quarterly», v. 26; p. 147.
- Henry F. M. 1960. «The Research Quarterly», v. 31, N 3.
- Henry F. M. 1961. «The Research Quarterly», v. 32, N 3.
- Henry F. M., Trafton J. R. 1951. «The Research Quarterly», v. 22, N 4, p. 409.
- Henry F. M., Lotter W. S., Smith L. E. 1962. «The Research Quarterly», v. 33, N 1.
- Henrysson S. 1957. Applicability of factor analysis in the behavioral sciences. Stockholm.
- Hick W. 1952. «Quart J. of experim. Psychology», v. 14, N 1.
- Highmore I. 1965. «The Research Quarterly», v. 27, N 1.
- Hill A. V. 1927. Muscular movement in man. Baltimore.
- Hoffman K. 1964. «Kultura Fizyczna». R. 17, N 9.
- Horst P. 1965. Factor analysis of data matrices. N. Y.
- Hottelling H. 1935. «Journ. educat. psychology», v. 26, p. 139.
- Hottelling H. 1936. «Biometrika», v. 28, p. 327.

- Ismail A. H., Christian I. E., Kessler W. V. 1963. «The Research Quarterly», v. 34, N 4.
- Ismail A. H., Falls H. B., McLeod D. F. 1965. «Journ. applied Physiology», v. 20, N 5.
- Jochems D. B. 1962. «Metrika», v. 5, N 3.
- Jones H. E. 1949. Motor performance and growth. Berkeley a. Los Angeles.
- Kaiser H. F. 1958. «Psychometrika», v. 23, p. 187.
- Kaiser H. F. 1959. «Educat. Psychol. Meas.», v. 19, N 3.
- Kaiser H. F., Caffrey I. 1965. «Psychometrika», v. 30, N 1.
- Karvonen M. J., Kihlberg. 1957. «The Research Quarterly», v. 28, N 3.
- Karvonen M. J., Niemi M., 1953. «Arbeitsphysiologie», Bd. 15, s. 127.
- Kenelly A. E. 1906. «Proc. Am. Acad. Arts and Science», v. 42, N 15.
- Kenelly A. E. 1926. «Proc. Am. Acad. Arts and Science», v. 61, N 11.
- Kuras Z. 1962; «Wychow fiz. i sport», T. 8, N 4, 14a.
- Kyburg H. E., Smokler H. E. (Eds). 1964. Studies in subjective probability. N. Y. London.
- Lienert I. A. 1959. «Biometrische Z—t», Bd. 1, H. 2.
- Lietzke T. H. 1956. «Science», v. 124, N 3220.
- Lloyd B. B. 1966. «Advancement sci.», v. 22, N 103.
- Luce R. D., Bush R. R., Galanter E. (Eds.), 1965. Readings in mathematical psychology. II. J. Wiley.
- McCloy Ch. 1956. «The Research Quarterly», v. 27, N 2.
- Mc Graw L. W., Burnham, S. 1966. «The Research Quarterly», v. 37, N 1.
- Meade I. P., 1956. «Science», v. 124, N 3230.
- Novick M. R. 1966. «Journ. mathem. Psychology», v. 3, N 1.
- Oehmisch W. 1959a. «Theorie und Praxis der Körperkultur», Bd. 8, H. 7.
- Oehmisch W. 1959b. «Biometrische Z—t», Bd. 1, H. 1.
- O'Shea P. 1966. «The Research Quarterly», v. 37, N 1.
- Peters H. 1961. «Theorie und Praxis der Körperkultur», 10 Jhg H. 4.
- Pinzka C., Saunders D. R. 1954. «Research Bulletin», N 34. Princeton, Cited by Cattell R. B.
- Rasch D. 1962. «Biometrische Z—t», Bd. 4, N 1.
- Roderick P. 1962. «Psychometrika», v. 27, N 4.
- Royce J. R. 1958. «J. general Psychology», v. 58, p. 139.
- Sandiford P. 1941. In: «Encyclopedia of educational research», N. Y.
- Scherrer J. 1958. «Medecine, education physique et sport» v. 32, p. 7.
- Seashore S. H., Seashore R. H. 1941. «J. experim. Psychology», v. 29, p. 342.
- Seashore R. H., Starman R., Kendall W. E. a. Helmick J. S. 1941. «J. experim. Psychology», v. 29, p. 346.
- Skorowski J. 1962. «Kultura Fizyczna», R. 15, N 7—8.
- Skorowski J. 1964. «Kultura Fizyczna», R. 17, N 4.
- Skorowski J. 1965 a, «Kultura Fizyczna», R. 18, N 7—8.

- ękorowski J. 1965 b, «Lekka atletyka», N 12 (116).
Sokol V. 1966. «Teorie a praxe tel. vychovy», R. 14, N 2.
Stemmler R., Becher H., Reichstein J., Steglich W.
1965. Statistische Methoden im Sport. Berlin.
Szczotka F. 1963. «Kultura Fizyczna». N 3—4.
Thurstone L. L. 1947. Multiple — factor analysis. Chicago.
Thomson I. H. 1950. The factorial analysis of human ability.
London.
Töpfer K. 1956. «Theorie und Pr. d. Körperkultur», N 11.
Tucker L. R. 1964. In: «Contribs math. psychology», N. Y.
Chicago.
Turner M. E., Campbell E. D. 1961. «Biometrics», v. 17, N 2.
Wessel J. A., Nelson R., Dillon E. L. 1960, «The Research Quarterly», V; 31, N 3.
Wrigley C., Saunders D. R., Neuhaus J. O. 1958
«Psychometrika», v. 23, p. 151.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора	3
Введение	6
Глава I. Математические методы в оценке физического состояния	12
I.1. О типе статистического распределения спортивных результатов	—
I.1.1. Распределение результатов физической подготовленности в массовых испытаниях	13
I.1.2. Распределение результатов сильнейших спортсменов мира	16
I.2. Моторика человека как многомерное пространство	18
I.2.1. Проблема и модель	—
I.2.2. Корреляционные зависимости	23
I.2.3. Множественная и канонические корреляции	42
I.3. Факторный анализ	47
I.3.1. Основы метода	—
I.3.2. Факторный анализ и некоторые проблемы теории спорта	53
I.3.3. Исследование факторной структуры скоростных двигательных качеств	63
I.3.4. Исследование структуры тренированности	78
I.3.5. Определение комплекса необходимых испытаний	83
I.4. Некоторые другие приложения математических методов	87
I.4.1. Зависимость спортивного результата от параметров («сила — вес», «скорость — время»)	—
I.4.2. Теоретико-информационные методы в оценке подготовленности (возможностей) спортсменов	97
I.4.3. Динамика и прогноз спортивных результатов	102
Глава II. Модели управления в спортивной тренировке	110
II.1. Управление поведением	—
II.1.1. Использование технических средств	—
II.1.2. Математическое моделирование процесса обучения физическим упражнениям	112
II.2. Управление срочным тренировочным эффектом (I. Тренажеры на обратных связях)	123
II.2.1. Предпосылки и идея метода	—
II.2.2. Предварительные исследования	127
II.2.3. Техническое осуществление	134
II.3. Управление срочным тренировочным эффектом (2. Поиск многофакторных экстремумов)	136

II.3.1.	Постановка вопроса	136
II.3.2.	Кинетика лактата крови при напряженной мышечной работе (математическая модель и эксперименты)	138
II.3.3.	Применение методов активного планирования экспериментов	149
II.4.	Управление кумулятивным эффектом	153
II.4.1.	Сетевые методы планирования	153
II.4.2.	Выбор оптимальной методики тренировки как задача теории игры	160
Глава III.	Исследование поведения спортсменов в условиях соревнований (моделирование спортивной тактики)	163
III.1.	Исследование количественных характеристик поединка боксеров	—
III.1.1.	Методы сбора и формализованной записи данных	—
III.1.2.	Оценка условной интенсивности боя	166
III.1.3.	Оценки, основанные на распределении частот боевых действий	167
III.1.4.	Оценки, основанные на учете взаимозависимости действий	176
III.1.5.	Теоретико-игровые оценки	178
III.2.	Некоторые количественные оценки действий игроков в спортивных играх	181
III.2.1.	Выбор решения: бросать или не бросать мяч в кольцо?	—
Заключение	187
Литература	191