«ЗАТВЕРДЖЕНО»

на засіданні кафедри ГРБ

“2” вересня 2019 р. протокол № 1

Зав. каф. Голод А. П.

ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

з дисципліни “Основи дизайну та інженерної графіки”

для студентів І курсу

спеціальність: 241 Готельно-ресторанна справа

ВСТУП

Інженерна графіка – навчальна дисципліна, яка є однією з важливих складових набуття професійних навиків спеціальності готельно-ресторанна справа. Знання інженерної графіки та вміння застосувати її теоретичні положення для розв'язання практичних задач є необхідною умовою підготовки спеціалістів у вищих навчальних закладах.

Навчальний процес з інженерної графіки передбачає такі форми навчання: лекції, самостійну роботу студента, практичні заняття, консультації та залік. Крім того, студенти можуть проводити наукові дослідження з тематики кафедри, брати участь у внутрішньо-інститутських та всеукраїнських турах олімпіад, конкурсах на кращі навчальні роботи тощо.

Лекції. На лекціях студенти засвоюють теоретичні основи курсу, нову термінологію і методи розв'язання типових задач з інженерної графіки. Обов'язковим є ведення конспекту лекцій. Періодично проводиться потоковий тестовий контроль.

Практичні заняття. На цих заняттях студенти під керівництвом викладача розв'язують типові задачі із заданої теми, а далі самостійно починають виконувати індивідуальну практичну графічну роботу (ІПГР), яку після перевірки викладачем уточнюють і виправляють з урахуванням зауважень. Періодично з пройдених тем проводяться контрольні роботи.

Самостійна робота. Після занять за розкладом студенти опрацьовують теоретичний матеріал за допомогою конспекту лекцій, підручників і навчальних посібників [1-6]. Необхідна умова для підготовки до наступного практичного заняття – вивчення відповідного матеріалу з конспекту лекцій і повторний розгляд розв'язуваних задач. Крім розв'язання типових задач на заняттях, студент повинен самостійно регулярно розв'язувати додаткові задачі з основних тем програми, а також дооформити ІПРГ. При цьому рекомендується користуватися методичними вказівками [7-10] з прикладами рішення задач.

Залік приймає лектор у кінці семестру. До заліку допускаються студенти, які захистили усі ІПГР та мають конспект лекцій і робочий зошит, підписаний викладачем, що проводить в групі практичні заняття.

Практичне заняття № 1 Точка та її проекції

В основу нарисної геометрії покладено **метод проекцій**, який дозволяє отримати відображення просторових фігур на площині або поверхні. Розрізняють два способи проекціювання (від лат. proectio – кидання вперед, удалину): центральне та паралельне [1, с.12]. Паралельне проекціювання відзначається точністю й однозначністю зображення і поділяється на косокутне, коли проекціювальні промені зустрічаються під кутом з площиною проекцій, та прямокутне, коли проекціювальні промені перпендикулярні до площини проекцій. Прямокутне чи ортогональне (від грец. ortos –прямий, gonia–кут) проекціювання застосовується для виконання інженерних креслень.

Дві площини $П_1$ і $П_2$ поділяють евклідовий простір на чотири двогранні кути, що називаються *квадрантами* або *чвертями* (від лат. quadrans – чверть, четверта частина), а три площини $П_1$, $П_2$ та $П_3$ – на вісім тригранних кути, які називаються *октантами* (від лат. octo – вісім).

Для побудови ортогональної проекції точки потрібно з неї провести перпендикуляр до площини проекцій і знайти його перетин з цією площиною. Просторове креслення горизонтальної A_1, фронтальної A_2 й профільної A_3 проекцій точки А зображено на рисунку 1. З метою переходу від просторового зображення точки А та її проекцій до плоского креслення необхідно повернути горизонтальну площину $П_1$ навколо горизонтальної осі Ох униз на кут 90°, а профільну площину $П_3$ навколо вертикальної осі Oz праворуч на кут 90° до суміщення з фронтальною площиною $П_2$. Таке плоске креслення, що складається з двох проекцій, називається *комплексним* або *епюр* (від франц. epure – кресляр, креслення) точки. На комплексному кресленні показано горизонтальну A_1, фронтальну A_2 і профільну A_3 проекції точки А (рис.2).

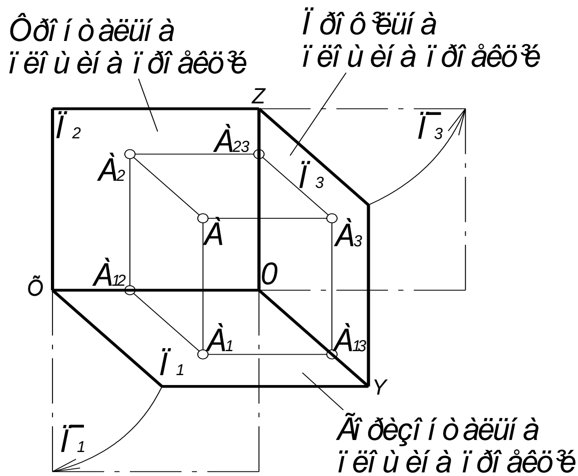

Рисунок 1 – Схема перетворення просторового зображення точки в комплексне креслення

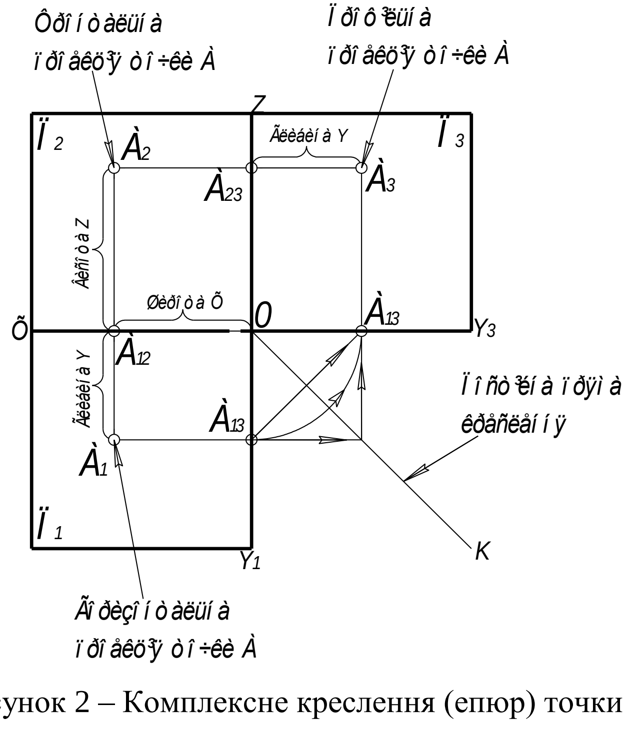

Рисунок 2 – Комплексне креслення (епюр) точки А

Особливості ортогонального проекціювання точки.

1. Проекцією точки є точка.
2. Дві ортогональні проекції точки повністю визначають її положення в просторі. По двом проекціям точки завжди можна побудувати її третю проекцію.
3. Положення точки в просторі визначається трьома координатами A (X , Y , Z), які мають назви:
4. координата X – широта або абсциса (від лат. abscissa – відсічена, відділена);
5. координата Y – глибина або ордината (від лат. ordinata – упорядкована , підряд проведена);
6. координата Z – висота або апліката (від лат. applicata – прикладена).
7. Горизонтальна A_1 та фронтальна A_2 проекції точки A знаходяться на одній вертикальній лінії проекційного зв'язку A_1A_2, перпендикулярній до осі Ox, і мають однакову широту X, яка дорівнює відстані від точки A до площини $П_3$.
8. Горизонтальна A1 та профільна A3 проекції точки A розміщені на лініях зв'язку, які перетинаються на бісектрисі кута y_1Oy_3, що отримала назву постійної прямої K креслення (див. рис. 2), і мають однакову глибину У, тобто відстань від точки A до площини $П_2$.
9. Фронтальна A_2 та профільна A_3 проекції точки A знаходяться на одній горизонтальній лінії проекційного зв'язку A_2A_3, перпендикулярній до осі Oz, і мають однакову висоту Z, яка дорівнює відстані від точки A до площини $П_1$.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 1

Задача 1 Згідно заданому просторовому зображенню визначити координати і побудувати епюр точок A та B

Послідовність розв'язання задачі [7, с.20]. З метою знаходження координат точки A вимірюють відстані від цієї точки до площин проекцій $П_1$, $П_2$ й $П_3$, які дорівнюють

$X_A = AA_3 = A_1A_{13} = A_2A_{23} = A_{12}0 = 35$ мм ;

$Y_A = AA_2 = A_1A_{12} = A_3A_{23} = A_{13}0 = 20$ мм ;

$Z_A = AA_1 = A_2A_{12} = A_3A_{13} = A_{23}0 = 35$ мм .

З метою побудови комплексного креслення точки А повертають горизонтальну площину проекцій $П_1$ униз на кут 90^0, а профільну площину $П_3$ праворуч на кут 90^0 за стрілками до суміщення з фронтальною площиною проекцій $П_2$. Відкладають уздовж осі абсцис $0x_{12}$ широту точки А X_A=35 мм, осі ординат $0y_{13}$ – глибину Y_A=20 мм і осі аплікат $0z_{23}$ – висоту Z_A=35 мм. Отримані проекції A_1, A_2 та A_3 з'єднують лініями зв'язку $A_1A_2 \perp Ox_{12}$, $A_2A_3 \perp Oz_{23}$, $A_1A_3 \perp Oy_{13}$. Лінія зв'язку A_1A_2 перетинає вісь Ox_{12} в точці A_{12}, лінія A_2A_3 – вісь Oz_{23} в точці A_{23}, лінія A_1A_3 – вісь Oy_{13} в точці A_{13}. Точка А, яка має усі позитивні координати, розміщена в І квадранті простору. Так само будують комплексне креслення точки В.

Відповідь

Точка	Координата, мм			Розміщення
	X	Y	Z	
A	35	20	35	І квадрант
B	0	10	15	Площина $П_3$

Задача 2 Згідно заданому просторовому зображенню визначити координати і побудувати епюр точок C та D (рис. 3)

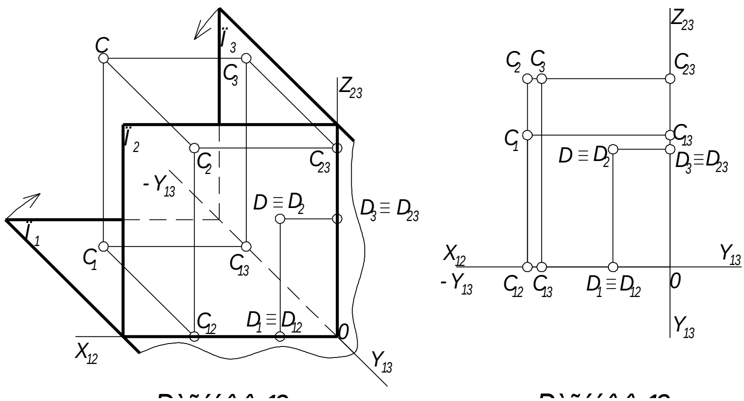

Рисунок 3 – Комплексне креслення (епюр) точок C і D до задачі 2

Алгоритм рішення задачі:

1 $X_C = CC_3 = C_2C_{23} = C_{12}0 = 30$ мм ;
$Y_C = CC_2 = C_1C_{12} = C_3C_{23} = C_{13}0 = -28$ мм ;
$Z_C = CC_1 = C_2C_{12} = C_3C_{13} = C_{23}0 = 40$ мм;

2 $\Pi_1 \wedge \Pi_2 \quad \angle 90^0 \equiv \Pi_2$.

3 $C \rightarrow C_1 \wedge C_2 \wedge C_3$.

4 $D \equiv D_2 \rightarrow D_1 \equiv D_{12} \rightarrow D_3 \equiv D_{23}$.

Відповідь

Точка	Координата, мм			Розміщення
	X	Y	Z	
C	30	-28	40	ІІ квадрант
D	12	0	25	Площина Π_2

Задача 3 Згідно заданому просторовому зображенню визначити координати і побудувати епюр точок E, F та G (рис. 14).

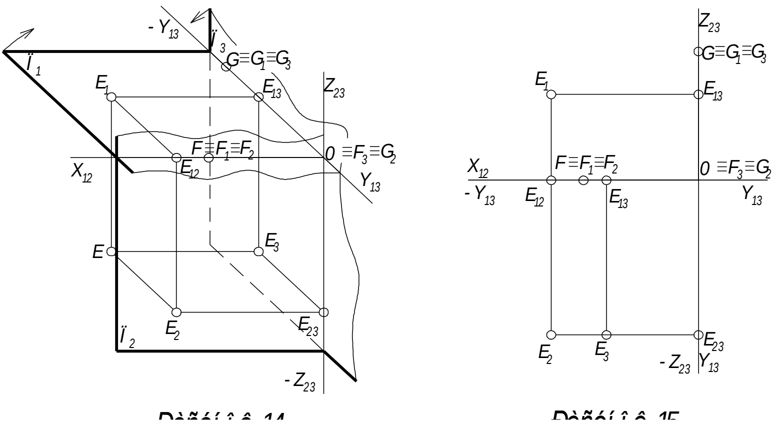

Рисунок 4 – Комплексне креслення (епюр) точок E, F та G до задачі 3

Відповідь

Точка	Координата, мм			Розміщення
	X	Y	Z	
E	32	-20	-36	III квадрант
F	25	0	0	Вісь X
G	0	-30	0	Вісь Y

Задача 4 Згідно заданому просторовому зображенню визначити координати і побудувати епюр точок H та J (рис. 5)

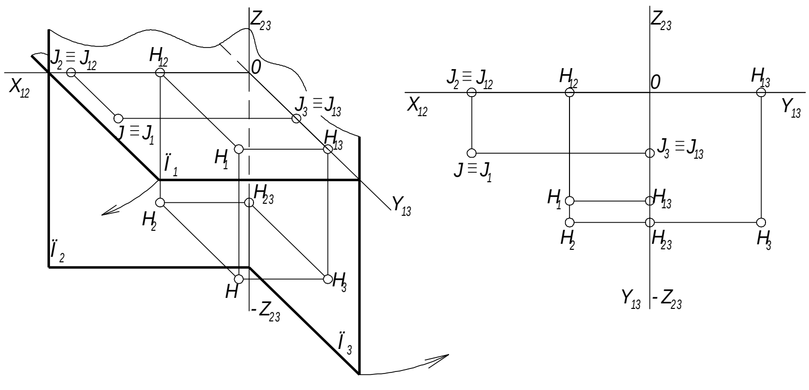

Рисунок 5 – Комплексне креслення (епюр) точок H та J до задачі 4

Відповідь

Точка	Координата, мм			Розміщення
	X	Y	Z	
H	20	25	-30	IV квадрант
J	40	14	0	Площина $П_1$

Практичне заняття № 2 Пряма, її проекції та сліди

Лінія є більш складним геометричним об’єктом на відміну від точки, що являє нульвимірний геометричний об’єкт, і має один вимір. Усі лінії поділяються на просторові та плоскі. Просторова лінія має точки, що не належать площині, проведеній через три довільні точки цієї кривої лінії. Плоскою називається лінія, усі точки якої належать деякій площині. Плоскими лініями є пряма, коло, еліпс, циклоїда тощо. Найпростішою лінією є пряма, яка утворюється при переміщенні в просторі точки, що не змінює напрямку свого руху. Пряму можна розглядати, як безперервну однопараметричну множину точок. З цього слідує, що пряма безмежна. Тому в нарисній геометрії, звичайно, використовуються різні частини прямої лінії.

Комплексним кресленням (епюром) прямої називається зображення кількох взаємопов’язаних прямокутних проекцій цієї прямої лінії, яке отримано після суміщення площин проекцій з площиною креслення.

Особливості ортогонального проекціювання прямої.

1. Ортогональною проекцією прямої лінії на площину взагалі є пряма лінія, за винятком випадку, коли пряма перпендикулярна до площини проекцій.
2. Проекціювальна пряма, перпендикулярна до площини проекцій, проекціюється в точку.
3. Пряма в просторі визначається двома точками, які належать цій прямій.
4. Дві ортогональні проекції прямої лінії повністю визначають її положення в просторі. За двома проекціями прямої завжди можна побудувати її третю проекцію.
5. Кожна точка, що належить прямій в просторі, має проекції, які належать однойменним проекціям прямої.
6. Проекція відрізка прямої звичайно менша самого відрізка, тобто пряма загального положення проекціюється на площину проекцій із спотворенням.

Слідом прямої називається точка перетину прямої з площиною проекцій. *Горизонтальним* слідом М прямої є точка її перетину з горизонтальною площиною проекцій $П_1$, *фронтальним* слідом N – з фронтальною площиною $П_2$ і *профільним* слідом Р – з профільною площиною $П_3$. Пряма не має сліду на площині проекцій тільки тоді, коли вона паралельна цій площині. В системі трьох взаємно перпендикулярних площин проекцій $П_1$, $П_2$ й $П_3$ пряма загального положення має три сліди – горизонтальний, фронтальний та профільний; пряма рівня, паралельна одній з площин проекцій, – два, а проекціювальна пряма, паралельна двом площинам проекцій, – тільки один слід, який збігається з проекцією цієї прямої на третю площину.

Так як слідом прямої лінії є точка її перетину з площиною проекцій, то принаймні одна координата сліду дорівнює нулю. А саме, координата Z горизонтального сліду, координата Y фронтального та координата X профільного сліду рівні нулю. Коли пряма перетинає вісь проекцій, то обидва її сліди співпадають і знаходяться в точці перетину прямої з віссю проекцій.

Для побудови сліду прямої треба з точки перетину однієї проекції з віссю координат поставити перпендикуляр, перетин якого з другою проекцією прямої і визначить слід.

Побудова на комплексному кресленні горизонтального сліду прямої АВ полягає у знаходженні проекцій точки, яка одночасно належить цій прямій та горизонтальній площині проекцій $П_1$. На фронтальній площині $П_2$ проекцією такої точки є точка M_2, де фронтальна проекція A_2B_2 прямої перетинається з віссю Ox, яка є геометричним місцем фронтальних проекцій усіх точок, які лежать на площині $П_1$, в тому числі й точки М. Горизонтальна проекція M_1 розміщена на перпендикулярі до осі Ox, проведеному з точки M_2 до перетину з горизонтальною проекцією A_1B_1. Ця горизонтальна проекція M_1 співпадає з самим слідом М, тобто $M \equiv M_1$. Так само знаходиться фронтальний слід N прямої АВ.

В побудованих на проекціях відрізка АВ прямої довільного положення прямокутних трикутниках кут між проекцією та дійсною величиною відрізка є кутом між прямою і відповідною площиною проекцій:
α – кут між прямою та горизонтальною площиною проекцій $П_1$;
β – кут між прямою АВ та фронтальною площиною проекцій $П_2$;
γ – кут між прямою АВ та профільною площиною проекцій $П_3$.

У просторі точка може належати прямій лінії або знаходитися поза нею. *Якщо у просторі точка лежить на прямій, то на комплексному кресленні проекції точки лежать на однойменних проекціях прямої і на одній лінії зв'язку*.

Існують три взаємні положення двох прямих: прямі паралельні, прямі перетинаються або мимобіжні. Якщо в просторі прямі паралельні, то паралельні також їх однойменні проекції. Коли в просторі дві прямі перетинаються, то на комплексному кресленні їх однойменні проекції перетинаються між собою в точках, що є проекціями точки перетину цих прямих. Вони *лежать на одній вертикальній лінії зв'язку*, перпендикулярній до відповідної осі проекцій. Якщо дві прямі не паралельні й не перетинаються між собою, то вони називаються мимобіжними. Точки перетину їх однойменних проекцій *не лежать* на одній вертикальній лінії зв'язку. Точки, що знаходяться на одній лінії проекційного зв'язку, але належать різним лініям, носять назву к о н к у р у ю ч и х.

Плоский кут між *пересічними або мимобіжними прямими* незалежно від його величини (гострий, прямий чи тупий) проекціюється, звичайно, на площину проекцій із спотворенням. Він має на проекції дійсну (натуральну) величину тільки тоді, коли обидві сторони кута паралельні площині проекцій. Для прямого кута достатньо, щоб хоча одна його сторона була паралельна площині проекцій. Теорема про прямий кут: *коли одна сторона прямого кута паралельна площині проекцій, а друга не перпендикулярна до неї, то прямий кут проекціюється на цю площину проекцій теж у вигляді прямого кута*.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 2

Задача 5. Задано тригранну піраміду ABCS (рис. 6). Визначити назви відрізків прямих, що утворюють ребра піраміди, згідно їх положенню відносно площин проекцій.

Послідовність виконання задачі:

По черзі визначають назву кожного ребра піраміди в залежності від його положення в просторі відносно площин проекцій $П_1$, $П_2$, $П_3$. Ребро AB розміщене паралельно профільній площині проекцій $П_3$ і носить назву профільної прямої рівня, ребро AC – перпендикулярно до фронтальної площини проекцій $П_2$, тому називається фронтально-проекціювальною прямою, а ребро BC – перпендикулярно до горизонтальної площини проекцій $П_3$ і називається горизонтально-проекціювальною прямою. Ребро AS розташовано в просторі паралельно площині $П_1$, тому називається горизонтальною прямою рівня, ребро BS – паралельно площині $П_2$ і називається фронтальною прямою рівня, а останнє ребро CS – перпендикулярно до площини проекцій $П_3$ і носить назву профільно-проекціювальної прямої

Відповідь

Позначення відрізка прямої	Назва прямої	Положення прямої
AB	Профільна пряма рівня	$\parallel П_3$
AC	Фронтально-проекціювальна пряма	$\perp П_2$
BC	Горизонтально-проекціювал. пряма	$\perp П_1$
AS	Горизонтальна пряма рівня	$\parallel П_1$
BS	Фронтальна пряма рівня	$\parallel П_2$
CS	Профільно-проеціювальна пряма	$\perp П_3$

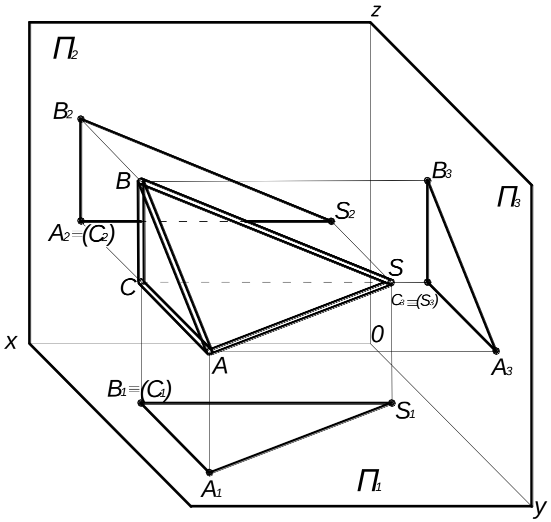

Рисунок 6 до задачі 5

Задача 6 Побудувати сліди прямої d, знайти натуральну величину відрізка між ними і визначити квадранти (чверті) простору, через які проходить задана пряма.

Послідовність виконання задачі:

Для знаходження горизонтального сліду прямої d продовжують її фронтальну проекцію d_2 до перетину з віссю Ox в точці M_2, яка є фронтальною проекцією горизонтального сліду M. Потім з точки M_2 лінію зв'язку опускають вниз перпендикулярно до осі Ox до перетину з продовженням горизонтальної проекції d_1. В цій точці знаходиться горизонтальна проекція M_1, яка співпадає з самим горизонтальним слідом M, що являє собою точку пересічення прямої d з горизонтальною площиною проекцій $П_1$. Аналогічно визначають фронтальний слід N прямої d. Для цього продовжують горизонтальну проекцію d_1 до осі Ox і знаходять горизонтальну проекцію N_1 фронтального сліду N. На перетині лінії зв'язку, проведеної вгору з точки N_1, з продовженням фронтальної проекції d_2 розміщено фронтальну проекцію N_2, яка співпадає з самим фронтальним слідом N, тобто з точкою пересічення прямої d з фронтальною площиною проекцій Π_2.

Натуральна величина відрізка прямої між слідами M та N знаходиться за допомогою *методу прямокутного трикутника*. Згідно з цим методом до горизонтальної проекції M_1N_1 відрізка MN проводять перпендикуляр, наприклад в точку M_1, на якому відкладають відстань ΔZ від осі Ox до точки N_2. Після з'єднання точок M_1 і M_0 мають дійсну (натуральну) величину відрізка прямої MN, який розміщено в I квадранті. Окрім того, пряма d при продовженні вище точки N проходить через II квадрант, а нижче точки M – через IV квадрант.

Відповідь

Натуральна величина відрізка прямої d між горизонтальним M та фронтальним N слідами дорівнює 108 мм, а пряма d проходить через I, II і IV квадранти (четверті) простору.

Задача 7 Відкласти від точки D на прямій *l* відрізок DE довжиною 45 мм (рис. 7)

Послідовність розв'язання задачі. Із заданої на прямій *l* точки D відкладають, наприклад, на фронтальній проекції l_2 прямої довільний відрізок D_2F_2 довжиною, більшою, ніж 45 мм. За вертикальною відповідністю знаходять горизонтальну проекцію D_2 точки на горизонтальній проекції l_1 прямої. Для визначення дійсної (справжньої) величини довільного відрізка DF будують *прямокутний трикутник* $D_1F_1F_0$ за двома катетами D_1F_1 та $F_1F_0 = \Delta Z_F = F_XF_2 - D_XD_2$. Відкладають на гіпотенузі побудованого трикутника від точки D_1 відрізок D_1E_0 довжиною 45 мм і проводять з точки E_0 перпендикуляр на горизонтальну проекцію l_1 прямої до перетину з нею в точці E_1. За горизонтальною проекцією E_1 знаходять фронтальну проекцію E_2 цієї точки на прямій l_2.

Відповідь

Проекціями шуканого відрізка довжиною 45 мм на прямій *l* є D_1E_1 та D_2E_2, знайдені за допомогою методу прямокутного трикутника.

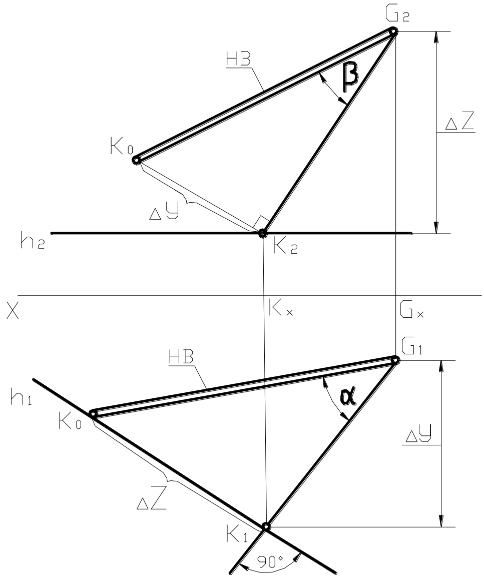

Рисунок 7 до задачі 7

Задача 8 Побудувати проекції прямокутного рівнобедреного трикутника FGH із заданою вершиною F, а катет GH лежить на фронтальній прямій рівня f (рис. 8).

Послідовність розв'язання задачі:

Для уявлення студентом геометричної фігури, проекції якої слід побудувати, окремо викреслюють прямокутний рівнобедрений трикутник FGH, що має два рівних катета з кутом 90° між ними. Потім на фронтальній проекції з точки F_2 проводять перпендикуляр до прямої f_2. В місці їх перетину знаходять точку G_2, з якої опускають вниз лінію зв'язку для визначення горизонтальної проекції G_1 точки G. Побудований катет FG має спотворену довжину на проекціях. Для знаходження його дійсної (натуральної) величини будують прямокутний трикутник $F_2G_2G_0$ за двома катетами: F_2G_2 та $G_2G_0 = \Delta Y$. Далі дійсний розмір катета $F_2G_2 = |FG|$ відкладають від точки G_2 на фронтальній проекції фронтальної прямої f_2, яка паралельна площині проекцій Π_2 і проекціюється на неї в натуральну величину. За вертикальною відповідністю знаходять точку H_1 на прямій f_1 (напрям проекціювання показано стрілками) та з’єднують отримані точки.

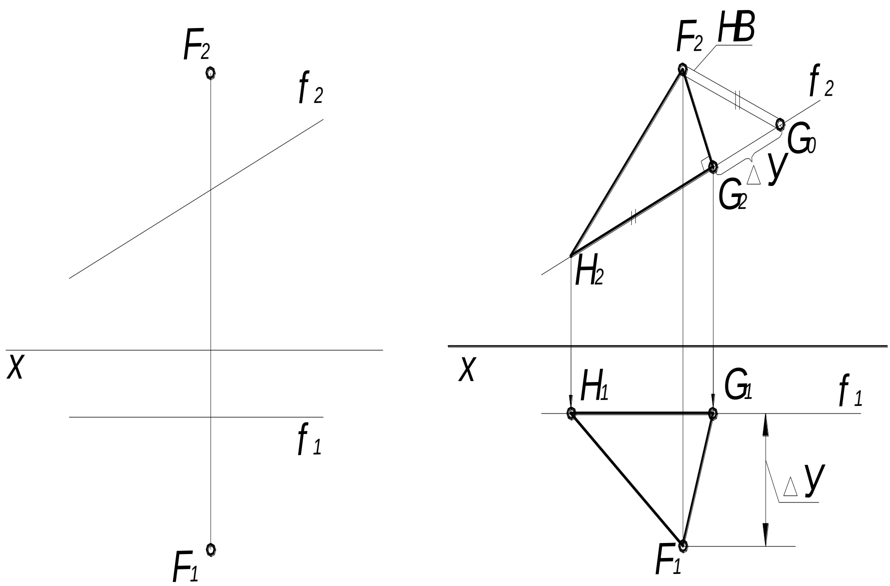

Рисунок 8 до задачі 8

Відповідь:

Проекції прямокутного рівнобедреного трикутника FGH побудовано шляхом знаходження натуральної величини його рівних катетів методом прямокутного трикутника і ортогонального проекціювання відповідних точок фігури на дві площини проекцій. Отримані проекції трикутника мають спотворені розміри, так як площина трикутника не паралельна площинам проекцій $П_1$ й $П_2$. Натуральну величину має тільки прямий кут на фронтальній проекції тому, що катет G_2H_2 розміщений на фронтальній прямій f_2 і є паралельним фронтальній площині проекцій $П_2$.

Практичне заняття № 3   Площина, її проекції та сліди

Площина є суцільною двопараметричною множиною точок, що нескінченна у просторі. Тому в нарисній геометрії, як правило, використовуються для розв'язання задач частини площини, обмежені плоскою замкненою лінією або задані проекціями геометричних елементів (точка, пряма, плоска фігура тощо), які належать площині.

Основні способи задання площини на кресленні (рис. 9):

а) трьома точками A, B, C, що не лежать на одній прямій;

б) прямою *l* та точкою D, яка не належить даній прямій;

в) двома пересічними прямими a та b ;

г) двома паралельними прямими c та d ;

д) плоскою фігурою, наприклад, трикутним відсіком EFG, квадратом, прямокутником, колом тощо;

е) слідами, тобто лініями перетину проекцій $Г_1$ і $Г_2$ заданої площини Г з площинами проекцій $П_1$ і $П_2$.

У загальному випадку площина може мати три сліди: горизонтальний Δ_1, фронтальний Δ_2 та профільний Δ_3. Усі сліди повинні перетинатися між собою в точках на осях проекцій, які називаються *точками збігу* слідів Δ_x, Δ_y та Δ_z.

Перелічені шість способів задання площини рівносильні і завжди можна перейти від одного способу задання до іншого. Площина вважається заданою на кресленні, якщо є можливість побудувати проекції будь-якої точки, що належить площині, або визначити, чи належить цій площині задана на кресленні точка [1, с.42].

Площина у просторі може займати загальне або особливе положення [2, с.49]. *Площина загального положення* довільно розміщена відносно площин проекцій, а саме: вона не перпендикулярна і не паралельна жодній з площин проекцій. Ознакою площини загального положення на кресленні є таке: на жодну з площин проекцій геометричні елементи, що задають площину, не проекцюються у вигляді прямої лінії, а сліди площини загального положення ніколи не перпендикулярні до осей проекцій x, y, z.

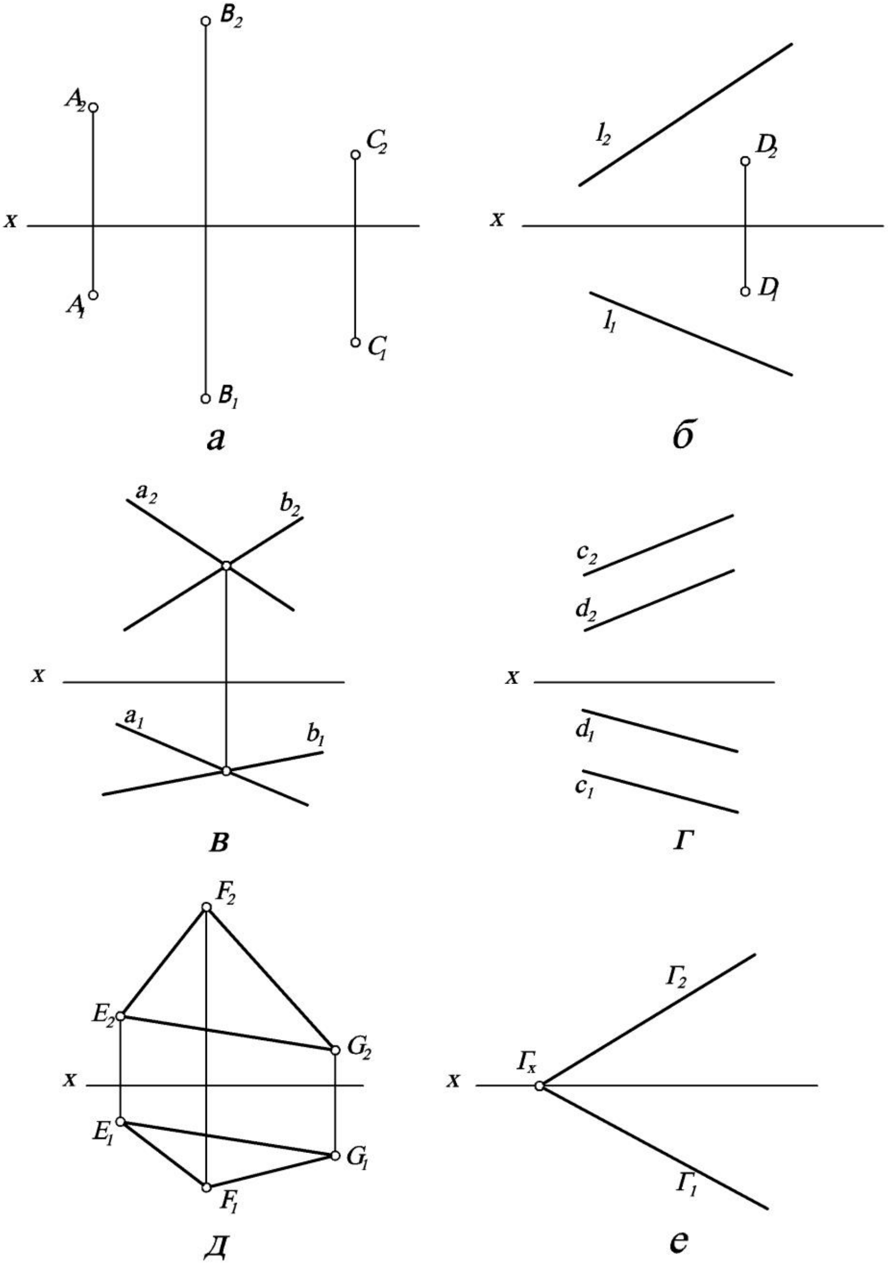

Рисунок 9 – Способи задання площини на кресленні

Площина загального положення може бути висхідною (зростаючою) та низхідною (спадною). *Висхідною* називається площина, яка підіймається вгору при віддаленні від спостерігача таким чином, що верхня її частина нахилена в протилежний від нього бік, а висота точок зростає в міру віддалення від спостерігача. Тому при проекціюванні як на горизонтальну площину проекцій $П_1$, так і на фронтальну площину $П_2$ глядач бачить той самий бік цієї площини. На комплексному кресленні обидві проекції трикутника АВС, яким задано висхідну площину, мають однаковий обхід, наприклад, за рухом годинникової стрілки. *Низхідною* називається площина, яка знижується при віддаленні від спостерігача, її верхня частина нахилена в його бік, а висота точок зменшується в міру віддалення від спостерігача. На комплексному кресленні глядач бачить на $П_1$ та $П_2$ різні боки низхідної площини, а напрямки обходу точок трикутника DEF на обох проекціях протилежні: горизонтальна проекція $D_1E_1F_1$ має обхід за ходом годинникової стрілки, а фронтальна проекція $D_2E_2F_2$ – проти.

Площина особливого положення розміщена відносно площин проекцій певним чином, а саме: перпендикулярна до однієї або двох площин проекцій чи проходить через вісь проекцій і однаково нахилена до обох площин проекцій. Остання осьова площина називається *бісекторною* (від лат. bissektor – той, що розсікає навпіл) [1, с. 13; 2, с. 52].

Площини, перпендикулярні до однієї з площин проекцій, мають назву *проекціювальних*. Існує три види площин проекціювального положення:

а) горизонтально-проекціювальна площина;
б) фронтально-проекціювальна площина;
в) профільно-проекціювальна площина;

Площини, перпендикулярні до двох площин проекцій і паралельні третій, називаються *площинами рівня*.

Можливі три варіанти їх особливих положень:

а) горизонтальна площина рівня;
б) фронтальна площина рівня;
в) профільна площина рівня.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 3

Задача 9 Записати визначники площини Γ, заданої пересічними прямими a×b, її положення у просторі та побудувати сліди цієї площини (рис. 10).

Послідовність розв'язання задачі. Потрібно побудувати фронтальні сліди обох прямих а та b у вигляді точок K_2 та N_2 і провести через них фронтальний слід Γ_f площини Γ. Для цього горизонтальна проекція a_1 прямої а продовжується до перетину з віссю Ох в точці K_1, з якої підіймається вгору лінія зв'язку до зустрічі з продовженням фронтальної проекції a_2 цієї прямої в точці K_2. Так само горизонтальна проекція b_1 другої прямої продовжується до осі Ох, з точки N_1 підіймається вертикальна лінія зв'язку до зустрічі з продовженням b_2 в точці N_2. Через точки K_2 та N_2 проводиться фронтальний слід площини Γ, який перетинається з віссю Ох в точці Γ_x і з віссю Oz – в точці Γ_Z (рис.11).

Для побудови горизонтального сліду Γ_h фронтальна проекція b_2 прямої b продовжується до зустрічі з віссю Ох в точці M_2, з якої опускається униз лінія зв'язку до перетину з продовженням горизонтальної проекції b_1 в точці M_1. Через останню точку і точку збігу слідів Γ_x проводиться горизонтальний слід Γ_h площини Γ. Побудова профільного сліду Γ_p виконується аналогічно.

Відповідь: Площина загального положення $\Gamma(a \times b)$ має три сліди: горизонтальний Γ_h, фронтальний Γ_f і профільний Γ_p, по яких вона перетинається з горизонтальною Π_1, фронтальною Π_2 та профільною Π_3 площинами проекцій. Усі три сліди перетинаються з осями координат Ох, Оу, Oz в точках збігу слідів Γ_x, Γ_y та Γ_z, що підтверджує вірність побудови слідів площини.

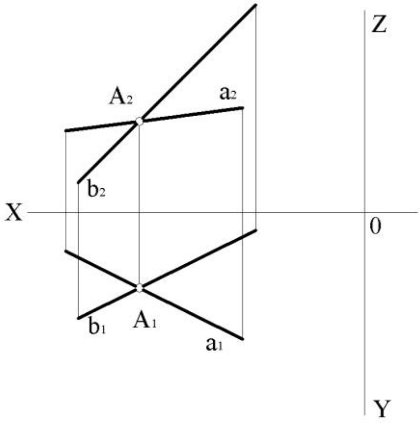

Рисунок 10 до задачі 9

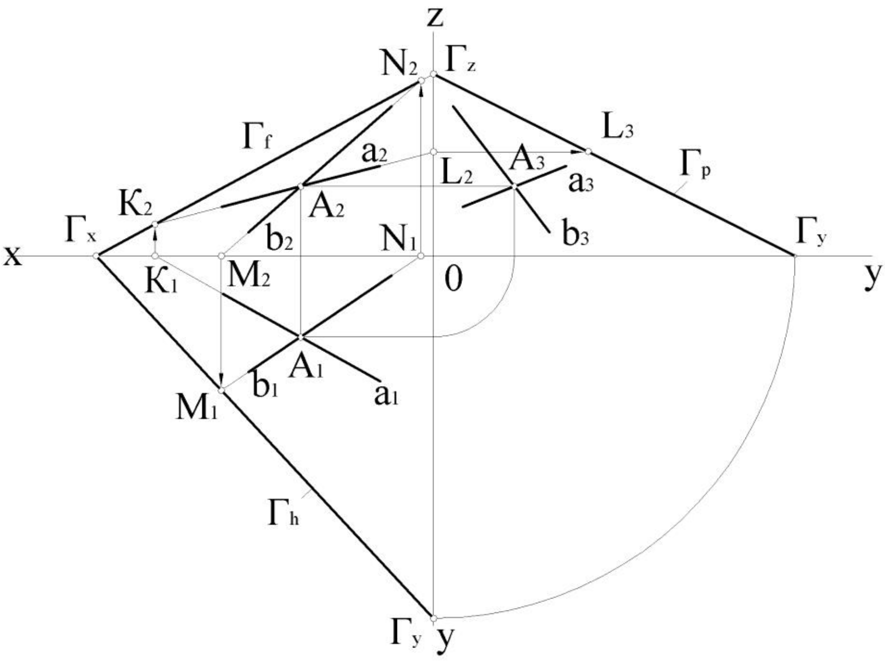

Рисунок 11 до задачі 9

Задача 10 Побудувати відсутню фронтальну проекцію чотирикутника KLMN, який належить площині $\mathrm{P}\left(f^0 \times h^0\right)$, заданій слідами.

Послідовність розв'язання задачі. Побудова фронтальної проекції виконується *методом проведення фронталей* через кожну точку заданої горизонтальної проекції чотирикутника $K_1L_1M_1N_1$. Проекція точки K_1 збігається з горизонтальним слідом h_1^0 площини Р. Тому її фронтальна проекція K_2, знайдена за допомогою вертикальної лінії зв'язку K_1K_2, перпендикулярної до осі проекцій Ох, знаходиться на фронтальній проекції h_2^0 горизонтального сліда, яка збігається з віссю проекцій Ох. Через проекцію точки L_1 проводиться горизонтальна проекція фронталі $L_1 1_1$ паралельно осі Ох до перетину з горизонтальним слідом h_1^0 в точці 1_1. З останньої піднімається вгору лінія зв'язку $1_1 1_2$ до осі Ох, а з точки 1_2 проводиться фронтальна проекція $L_2 1_2$ фронталі, паралельна фронтальному сліду f_2^0, до перетину з вертикальною лінією зв'язку, проведеною вгору з точки L_1. В місці перетину знаходиться фронтальна проекція точки L_2. Аналогічно будуються інші точки (напрямок побудови показано на рис. 11, б стрілками). Побудовані фронтальні проекції точок K_2, L_2, M_2 й N_2 з'єднуються відрізками прямих у вигляді шуканої проекції чотирикутника.

Відповідь:

Фронтальну проекцію $K_2L_2M_2N_2$ чотирикутника побудовано шляхом проведення фронталей через кожну його точку. Аналогічно можна було знайти потрібні точки шляхом проведення горизонталей через задану горизонтальну проекцію чотирикутника $K_1L_1M_1N_1$.

Задача 11 Побудувати горизонтальну проекцію відрізка FG, який належить площині Δ, заданій слідами.

Послідовність розв’язання задачі. З елементарної геометрії відомо, що пряма лінія належить площині, якщо дві будь-які її точки належать цій площині. Отже, потрібно побудувати горизонтальні проекції точок F та G і через них провести горизонтальну проекцію відрізка F_1G_1 прямої FG.

Горизонтальну проекцію першої точки F знаходять *методом проведення горизонталі* у площині, фронтальну проекцію якої будують паралельно осі Ox до зустрічі з фронтальним слідом $f_2^{\,0}$ заданої площини в точці 1_2. З цієї точки опускається вниз лінія зв’язку до осі Ox і з точки 1_1 проводиться горизонтальна проекція 1_1F_1 горизонталі, паралельна горизонтальному сліду $h_1^{\,0}$. З фронтальної проекції F_2 проводиться лінія зв’язку F_2F_1, перпендикулярна до осі Ox, в місце зустрічі з горизонтальною проекцією горизонталі 1_1F_1.

Горизонтальну проекцію другої точки G знаходять *методом проведення додаткової прямої* 2_23_2 через фронтальну проекцію G_2. За вертикальною відповідністю знаходяться точки 2_1 і 3_1, через які проводиться горизонтальна проекція додаткової прямої 23. На цю пряму опускається вниз лінія G_2G_1, яка визначає положення точки G_1. При з’єднанні точок F_1 та G_1 утворюється горизонтальна проекція F_1G_1 шуканого відрізка прямої, який належить заданій площині.

Відповідь:

За відомою фронтальною проекцією F_2G_2 побудовано горизонтальну проекцію F_1G_1 відрізка прямої FG, що належить площині Δ, заданій слідами $\left(h^{\,0} \times f^{\,0}\right)$.

Задача 12 Побудувати відсутні проекції прямих c і e, якщо прямі c,d,e та точка H належать одній площині (рис. 12 а).*Послідовність розв'язання задачі*. Для знаходження відсутніх проекцій прямих з точки 1_2 перетину їх фронтальних проекцій c_2 та d_2 лінія зв'язку $1_2 1_1$ опускається вниз до перетину з горизонтальною проекцією прямої d_1 в точці 1_1. Через точки H_1 і 1_1 проводиться горизонтальна проекція прямої c_1, яка перетинається з прямою e_1 в точці 2_1. З останньої підіймається вгору вертикальна лінія зв'язку, перпендикулярна до осі проекції Ox (показано стрілкою), до перетину з фронтальною проекцією прямої c_2 в точці 2_2. Через цю точку проводиться фронтальна проекція e_2, паралельна відрізку прямої d_2. Побудову завершено (рис. 12 б).

Відповідь: Знаходження шуканих проекцій прямих, які належать одній площині, виконано на підставі того, що проекції точок їх перетину знаходяться в проекційному зв'язку на спільній вертикальній лінії.

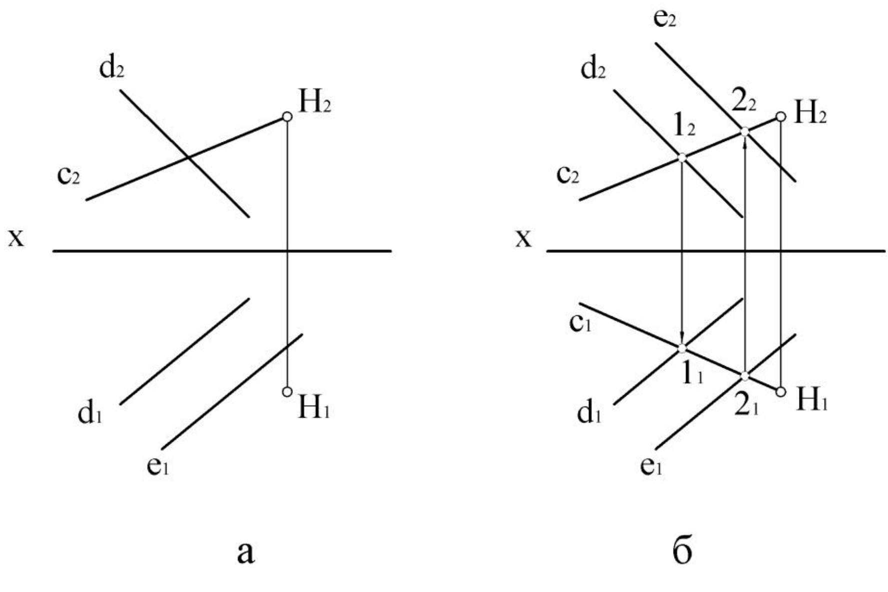

Рисунок 12 до задачі 12

Практичне заняття № 4 Взаємне положення точки, прямої та площини. Взаємне положення двох площин

Належність точки і прямої площині [2, с. 45; 6, с. 44]

Точка належить площині, якщо вона належить будь-якій прямій цієї площини. Для побудови на комплексному кресленні точки, що належить заданій площині, спочатку будують пряму, яка лежить в цій площині, і на ній беруть точку.

Пряма належить площині у двох випадках:

1) якщо вона проходить через дві точки, що належать даній площині;

2) якщо вона проходить через точку, яка належить цій площині і паралельна другій прямій, що розміщена в заданій площині або паралельній їй.

Якщо площина задана слідами, то пряма належить площині, коли сліди прямої розміщені на однойменних слідах площини, або пряма паралельна одному зі слідів цієї площини і має з іншим слідом спільну точку.

Взаємне положення прямої та площини

Задачі про визначення взаємного положення прямої та площини належать до позиційних; при цьому можливі такі варіанти:

1) пряма належить площині, якщо дві її точки належать цій площині;

2) пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій на цій площині;

3) пряма перетинає площину під будь-яким кутом, крім прямого; побудова точки перетину прямої з площиною є ***першою основною позиційною задачею*** нарисної геометрії.

4) пряма перпендикулярна до площини, якщо вона одночасно перпендикулярна до будь-якої пари пересічних прямих на цій площині.

Взаємне положення двох площин [2, с.62]

Можливі наступні варіанти взаємного розміщення двох площин загального положення одна відносно другої:

1) Дві площини співпадають (збігаються);

2) Площини паралельні між собою, якщо дві пересічні прямі однієї площини паралельні двом пересічним прямим іншої площини;
3) Площини перетинаються під будь-яким кутом, крім прямого.
4) Площини перпендикулярні одна до одної

Ознакою співпадання двох площин є співпадання їх слідів на горизонтальній та фронтальній проекціях.

Ознакою паралельності двох площин є паралельність двох пересічних ліній однієї площини двом пересічним лініям другої площини. Однойменні сліди паралельних площин також паралельні між собою [6, с.79].

Побудова лінії перетину двох площин відноситься до другої основної позиційної задачі. Для рішення цієї задачі достатньо знайти дві точки, які належать обом площинам і через ці точки провести пряму лінію перетину (рис.13).

Основним способом побудови лінії перетину є спосіб накладання допоміжних січних площин. Окрім того, можливо знайти точки перетину двох прямих однієї площини з другою площиною, тобто рішення задачі приводиться до знайомого вже нам знаходження точки перетину прямої з площиною.

Можливі 3 варіанти розміщення пересічних площин у просторі:

a) Обидві площини є проекціювальними до однієї площини проекції;
b) Одна площина є проекціювальною, а друга – загального положення;
c) Обидві площини загального положення.

Окремим випадком пересічних площин є їх взаємно перпендикулярне розміщення [6, с. 91]. Побудова двох взаємно перпендикулярних площини $\Sigma \perp \Omega$ може виконуватись двома способами:

1. Друга площина Σ проводиться через перпендикуляр до першої площини Ω.
2. Друга площина Σ проводиться перпендикулярно до прямої, що належить першій площині Ω або паралельна їй.

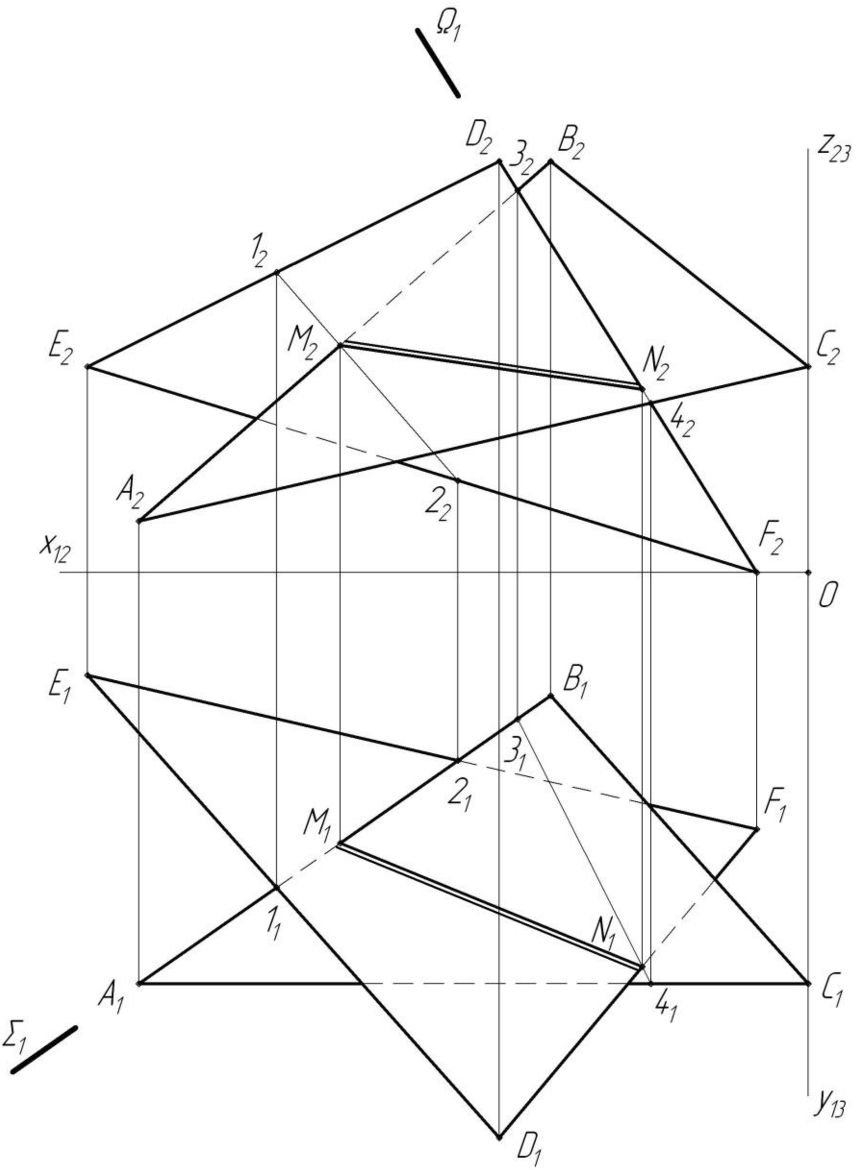

Рисунок 13 – Застосування методу допоміжних січних площин для визначення лінії перетину двох площин загального положення

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 4

Задача 13 Задано дві площини: перша площина Λ загального положення, визначена трикутником *ABC*, і друга площина Σ особливого положення, а саме фронтально-проекціювальна $\Sigma \perp \Pi_2$ (рис. 14). Побудувати лінію перетину цих площин $\Sigma \times \Lambda(\Delta ABC)$.

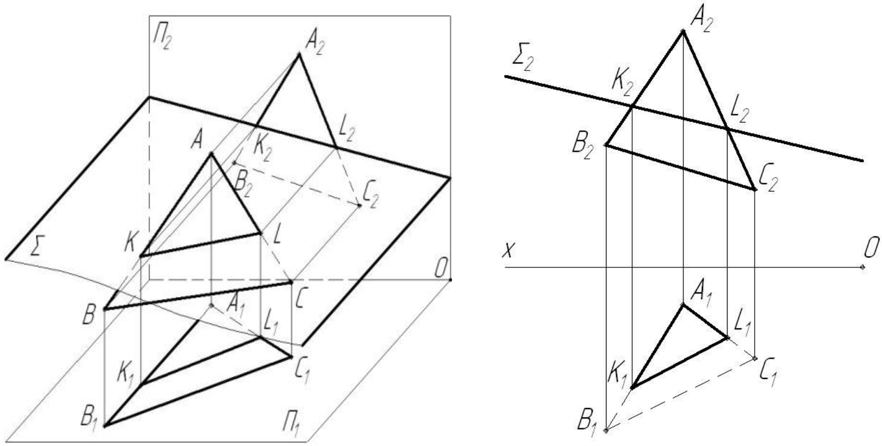

Рисунок 14 до задачі 13

Послідовність виконання задачі. Відомо, коли одна з пересічних площин є особливого положення, то одна проекція лінії перетину збігається зі слідом-проекцією цієї площини, що спрощує знаходження положення лінії перетину. У нашому випадку площина Σ проекціюється на площину проекцій Π_2 у вигляді прямої лінії, на якій знаходиться фронтальна проекція K_2L_2 лінії перетину заданих площин. Для побудови горизонтальної проекції K_1L_1 лінії перетину з точок K_2 й L_2 опускаються донизу лінії зв'язку K_2K_1 та L_2L_1), перпендикулярні до осі *Ox*, до зустрічі з відповідними сторонами горизонтальної проекції $A_1B_1C_1$ площини Λ. Точки K_1 й L_1 з'єднуються відрізком прямої лінії, після чого визначається *методом конкуруючих точок* видимість горизонтальної проекції трикутного відсіку $A_1B_1C_1$, нижня частина якого (точки B_1 та C_1) закрита фронтально-проекціювальною площиною.

Задача 14 Через точку *E* провести пряму так, щоб вона була паралельна заданій площині і перетинала пряму *l*.

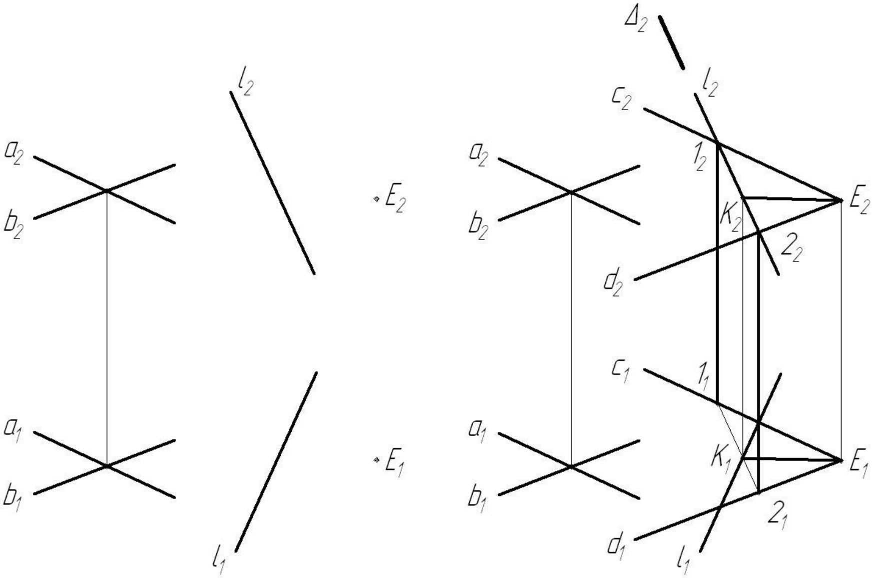

Рисунок 15 до задачі 14

Послідовність розв'язання задачі. Оскільки побудована пряма повинна проходити через точку *E* паралельно площині, заданій пересічними прямими $(a \times b)$, то остання умовно «переноситься» до точки *E*. Для цього через точку *E* проводяться дві пересічні прямі *c* та *d*, які паралельні заданим прямим *a* й *b* відповідно, а саме $c_1 \| a_1$; $c_2 \| a_2$; $d_1 \| b_1$; $d_2 \| b_2$. Далі знаходиться точка *K* перетину побудованої площини $\Theta(c \times d)$ з прямою *l* шляхом накладання додаткової фронтально-проекціювальної площини Δ_2 на фронтальну проекцію прямої l_2. Для побудови шуканої прямої з'єднуються точки *E* та *K* (рис. 15). Відрізок *EK* розміщений паралельно заданій площині, оскільки знаходиться у площині Θ, за побудовою паралельній першій площині, і перетинає пряму *l* тому, що проходить через точку *K* перетину заданої прямої *l* з побудованою площиною Θ.

Практичне заняття № 5 Способи перетворення комплексного креслення

Геометричні об’єкти проекціювання (пряма, площина, геометричне тіло) розміщені в просторі звичайно у загальному положенні, тому їх розміри і кути проектуються у спотвореному вигляді. Для знаходження натуральної величини (НВ) слід розмістити об`єкти проекціювання паралельно або перпендикулярно до площини проекцій. Для цього спостерігач змінює напрямок погляду або об`єкт проекціювання повертається у потрібне положення. Широко застосовуються наступні способи перетворення комплексного креслення:

1. Спосіб заміни площин проекцій (ЗПП).
2. Спосіб плоскопаралельного переміщення (ППП).
3. Спосіб обертання навколо проекціювальної осі.
4. Спосіб обертання навколо ліній рівня (горизонталі чи фронталі).

Згідно ***способу заміни площин проекцій*** геометричний об`єкт залишається у просторі незмінним, а ортогональні площини проекцій $П_1$ та $П_2$ доповнюються додатковою площиною $П_4$, перпендикулярною $П_1$ чи $П_2$ і паралельною або перпендикулярною об`єкту проекціювання.

Спосіб плоскопаралельного переміщення полягає у переміщенні та повороті геометричного об`єкту відносно нерухомих площин проекцій П1, П2, П3. Цей спосіб ще називають *спосіб обертання без вказівки осей обертання*.

Сутність способу ***обертання навколо проекціювальної осі*** полягає в тому, що усі точки геометричного об`єкту повертаються в площині, перпендикулярній до осі обертання.

Спосіб обертання навколо лінії рівня полягає в тому, що геометричний об`єкт повертають навколо лінії особливого положення (горизонталь, фронталь, профільна пряма), доки цей об`єкт стане паралельним площині проекції і проекціюється у НВ. Перевагою способу є компактність, але побудови накладаються одна на одну.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 5

Задача 15 Визначити НВ Δ ABC загального положення способом ЗПП.

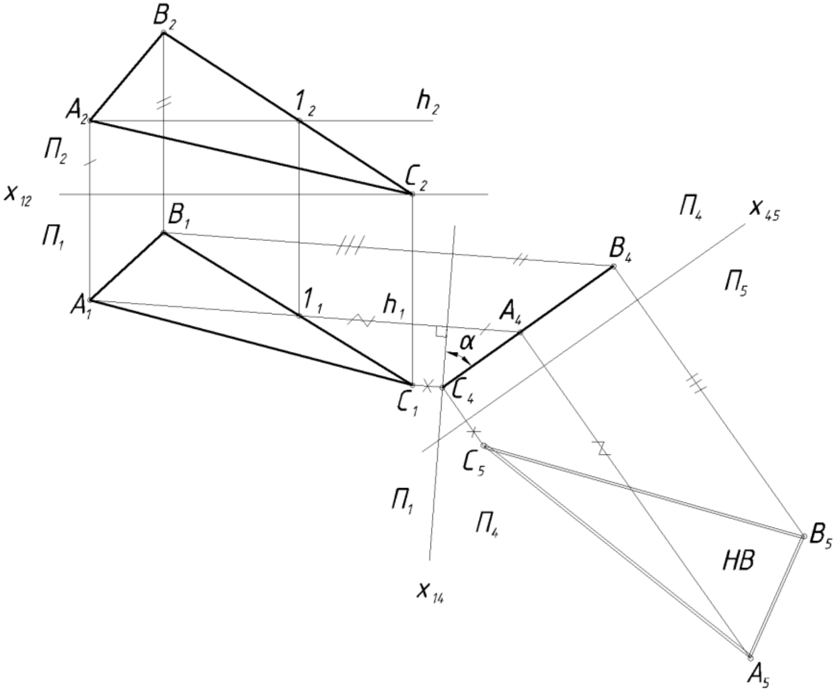

Рисунок 16 до задачі 15

Послідовність розв'язання задачі. Для визначення НВ Δ ABC перша додаткова площина проекцій $П_4$ (рис. 14) розміщується перпендикулярно до горизонтальної проекції h_1 горизонталі x_{14} ($x_{14} \perp h_1$), що переводить задану площину у проекціювальне положення $A_4B_4C_4$. При цьому відстані від осі x_{14} до точок A_4, B_4, C_4 вибираються з фронтальної проекції рівними відстаням від осі x_{12} до точок A_2, B_2, C_2. Друга додаткова площина $П_5$ розміщується паралельно побудованому проекціювальному положенню площини $A_4B_4C_4$, а відстані від осі x_{45} до точок A_5, B_5, C_5 вибираються з горизонтальної проекції рівними відстаням від осі x_{14} до точок A_1, B_1, C_1.

Практичне заняття № 6 Багатогранні поверхні

Світ поверхонь різноманітний та неосяжний від простої площини до найскладніших криволінійних поверхонь, які навіть не підлягають точному математичному опису, а задаються графічно. Найбільш поширеними поверхнями у техніці і побуті є багатогранники (тіла Платона, паралелепіпед, піраміда, призма тощо) та тіла обертання (циліндр, конус, сфера, тор і т.п.).

Багатогранною називається поверхня, складена з плоских багатокутників, що не лежать в одній площині і називаються гранями багатогранника. Лінії перетину багатокутників утворюють ребра, а крайні точки – вершини багатогранника.

Піраміда являє собою багатогранник, в основі якого знаходиться багатокутник, а бокові грані є трикутниками, що сходяться в одній точці, яка називається вершиною піраміди. Від кількості сторін основи багатокутника залежить назва піраміди: тригранна, чотирьохгранна, п`ятигранна і т.д. Піраміда може бути прямою, коли висота перпендикулярна до основи, і похилою.

Призма – це багатогранник , дві грані якого є рівними багатокутниками і називаються основами , а інші бокові грані являють собою паралелограми чи прямокутники. Коли бокові ребра перпендикулярні до основи – має місце пряма призма, не перпендикулярні – похила, а коли основи не паралельні між собою – зрізана призма.

Перетином багатогранника площиною називається багатокутник, вершинами якого є точки перетину кожного ребра багатогранника з січною площиною, а сторонами є відрізки прямих перетину кожної грані багатогранника з тією ж площиною. Застосовується два способи побудови лінії перетину:

1) спосіб ребер → знаходиться перетин кожного ребра з січною площиною, тобто багаторазово вирішується задача перетину прямої з площиною;
2) спосіб граней → знаходиться лінія перетину кожної грані багатогранника з січною площиною, тобто багаторазово вирішується задача перетину двох площин.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 6

Задача 16 Знайти точки перетину прямої *l* загального положення з прямою тригранною пірамідою (рис.17).

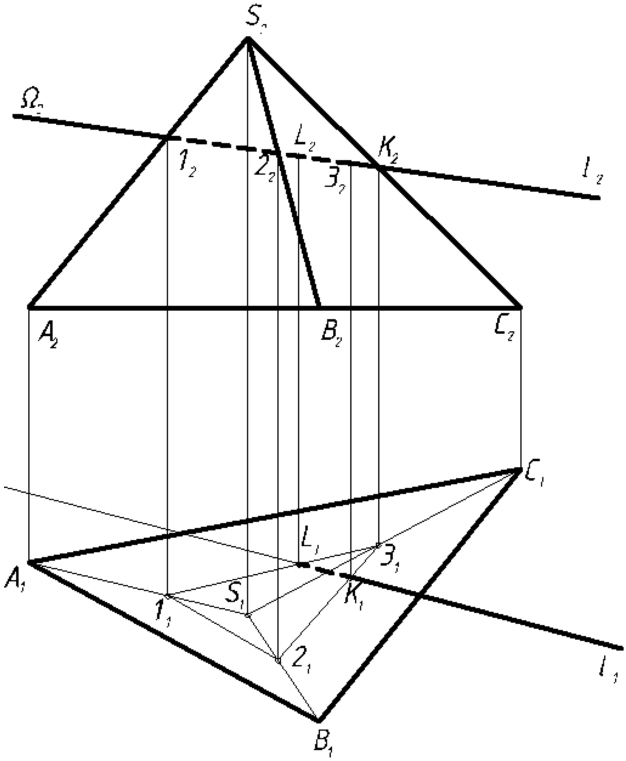

Рисунок 17 до задачі 16

Алгоритм розв'язання задачі:

1. $\Sigma_2 \in l_2$.
2. $\Sigma_2 \times A_2S_2 = 1_2 \to 1_1$.
3. $\Sigma_2 \times B_2S_2 = 2_2 \to 2_1$
4. $\Sigma_2 \times C_2S_2 = 3_2 \to 3_1$
5. $31_1 2_1 3_1 \times l_1 = K_1 i L_1$
6. $K_1 \to K_2, L_1 \to L_2$
7. Визначається видимість прямої *l* методом конкуруючих точок.

Практичне заняття № 7 Перетин криволінійних поверхонь площиною та лінією

Найбільш поширеними у техніці криволінійними поверхнями є поверхні обертання, які утворюються при обертанні прямої чи кривої лінії, що називається твірною, навколо осі обертання. До поверхонь обертання відносяться циліндр, конус, сфера (куля), тор, еліпсоїд обертання, параболоїд обертання, гіперболоїд обертання та ін.

При *перетині поверхонь площиною* у загальному випадку лінії перетину утворюються шляхом знаходження точок перетину твірних поверхні з січною площиною. Часто для цього застосовуються допоміжні площини. Точки шуканої лінії знаходяться на перетині ліній, по яких допоміжні січні площини перетинають поверхню і задану площину. При перетині кривих поверхонь проекціювальною площиною одна проекція лінії перетину співпадає з лінією-проекцією площини, а друга будується при накладанні допоміжних січних площин.

При перетині циліндра проекціювальною площиною можливі три форми лінії перетину:

1. Прямокутник або дві паралельні лінії, коли січна площина проходить через вісь обертання циліндра.
2. Кола, коли СП перпендикулярна до осі циліндра.
3. Еліпс, коли СП розміщена під кутом до осі циліндра.

Конічні перерізи утворюються при перетині конуса проекціювальною площиною у різних напрямках. Можливі наступні варіанти конічних перерізів:

1. Трикутник, коли СП проходить через вершину конуса.
2. Коло, коли СП перпендикулярна до осі обертання конуса.
3. Еліпс, коли СП розміщена під кутом до осі конуса.
4. Парабола, коли СП паралельна одній контурній твірній конуса і перетинає другу.
5. Гіпербола, коли СП паралельна осі обертання, але не проходить через вершину конуса.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ ЗАНЯТТЯ № 7

Задача 17 Побудувати лінію перетину прямого кругового конуса площиною загального положення, заданою слідами.

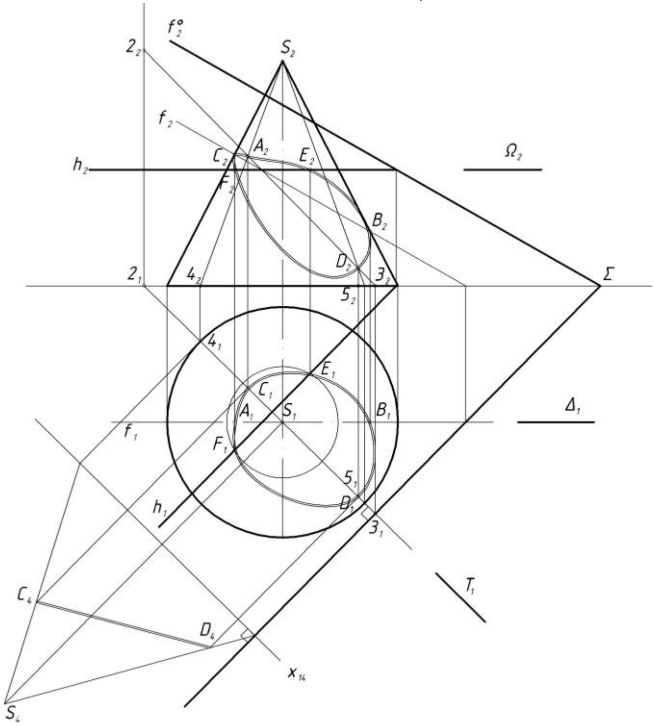

Рисунок 18 до задачі 17

Алгоритм побудови має такий вигляд.

1. Для побудови опорних точок А і В проводиться площина фронтального рівня Δ_1 через вісь конуса (рис. 18).
2. Для знаходження найвищої С та найнижчої D точок накладається горизонтально-проекціювальна площина T_1, перпендикулярна до горизонтального сліду h_1^0 площини $\sum$.
3. Проміжні точки Е й F будуються за допомогою допоміжної площини горизонтального рівня $\mathbf{\Omega}_2$.
4. Точки А, В, С, D, Е та F, з`єднуються плавною лінією, для наочності червоного кольору, з врахуванням її видимості.

5. Січна площина ∑ переводяться у проекційне положення шляхом введення додаткової площини проекцій $П_4$, вісь X_{14} якої перпендикулярна до горизонтального сліду h_1^0 площини ∑.

6. Визначається НВ перетину конуса площиною ∑ способом ЗПП (на рис. 18 умовно не зображено), для чого вісь X_{45} проводиться паралельно проекціювальному положенню C_4D_4 січної площини ∑ (див. лабораторне заняття № 5).

Задача 18 Знайти точки перетину горизонтально-проекціювальної лінії з прямим круговим конусом (рис.19).

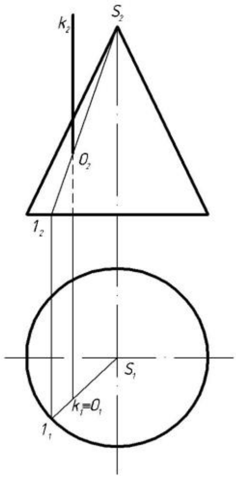

Рисунок 19 до задачі 18

Послідовність розв'язання задачі. Для знаходження точок перетину у цьому випадку зручно застосувати *метод твірних*. Через горизонтальну проекцію прямої k_1 і вершину конуса S_1 проводиться твірна, яка перетинає основу у точці 1_1. За вертикальною відповідністю будується точка 1_2 на фронтальній проекції основи конуса, яка з'єднується з вершиною S_2. Там, де на фронтальній площині проекцій $П_2$ твірна S_21_2 перетинається із заданою прямою k_2, знаходиться точка входу O_2 прямої у конус, а на основі останнього – точка виходу. На горизонтальній площині проекцій $П_1$ обидві ці точки входу й виходу співпадають з горизонтальною проекцією прямої $k_1 \equiv O_1$.

Практичне заняття № 8 Побудова аксонометричних проекцій

Аксонометричне проекціювання полягає у проекціюванні геометричного об`єкту, разом з осями прямокутних координат, паралельними променями на деяку площину, яка називається аксонометричною або картинною. Комплексне креслення має велику точність розмірів, але не забезпечує наочності зображення, які мають аксонометричні проекції.

Класифікація аксонометричних проекцій:

1. В залежності від способу проекціювання, аксонометричні проекції поділяються на:

а) паралельні (центр проекціювання знаходиться в нескінченності);

б) центральні (центр проекціювання знаходиться на певній відстані від аксонометричної площини).

2. В залежності від напрямку проекціювання:

а) прямокутні (напрямок проекціювання перпендикулярний до аксонометричної площини)

б) косокутні (напрямок проекціювання не перпендикулярний до аксонометричної площини)

3. В залежності від коефіцієнтів спотворення:

а) ізометричні (усі три коефіцієнти спотворення по осям x, y, z однакові);

б) диметричні (два коефіцієнти спотворення однакові і відрізняються від третього);

в) триметричні (усі три коефіцієнти спотворення різні).

До стандартних прямокутних аксонометричних проекцій належать ізометрична та диметрична проекції, а до косокутних – фронтальна й горизонтальна ізометричні та фронтальна диметрична проекції. Таким чином згідно ГОСТ 2.317-69 розрізняють п`ять видів аксонометричних проекцій.

Прямокутна ізометрія

Прямокутна ізометрія характеризується тим, що коефіцієнти спотворення складають 0,82. Їх одержують зі співвідношення (1). Для прямокутної ізометрії одержуємо: $3u^2 = 2$, чи $u=v=w = (2/3)^{1/2} \approx 0.82$, тобто відрізок координатної осі завдовжки 100 мм у прямокутній ізометрії зобразиться відрізком аксонометричної осі завдовжки 82мм. При практичних побудовах використовувати такі коефіцієнти спотворення не зовсім зручно, тому ДСТ 2.317–69 рекомендує використовувати наведені коефіцієнти: $u = v = w = 1$.

Побудоване в такий спосіб зображення буде більше ніж сам предмет в 1,22 раза, тобто масштаб зображення в прямокутній ізометрії буде M_A 1,22 : 1.

Аксонометричні осі в прямокутній ізометрії розташовуються під кутом 120° одна до одної (рис. 8.2). Зображення кіл в аксонометрії викликають інтерес, особливо, якщо кола належать координатним чи їм паралельним площинам.

У загальному випадку коло проеціюється в еліпс, якщо площина кола розташована під кутом до площини проекції. Отже, аксонометрією кола буде еліпс. Для побудови прямокутної аксонометрії кіл, що лежать у координатних чи їм паралельних площинах, використовують правило: велика вісь еліпса перпендикулярна до аксонометрії тієї координатної осі, що вітсутня у площині кола.

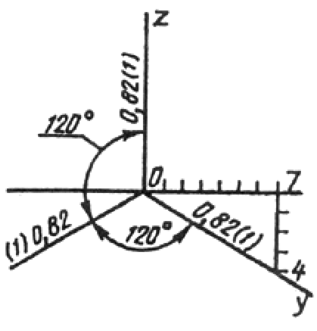

Рис. 8.2

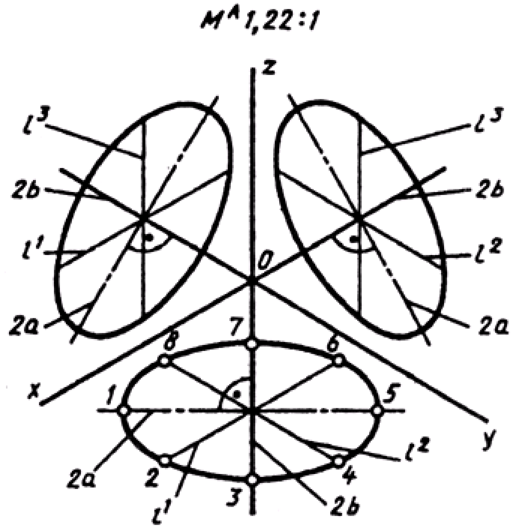

Рис. 8.3

У прямокутній ізометрії рівні кола, розташовані в координатних площинах, проецюються в рівні еліпси (рис. 8.3).

Розміри осей еліпсів при використанні наведених коефіцієнтів спотворення дорівнюють: велика вісь $2a = 1{,}22d$, мала вісь $2b = 0{,}71d$, де d - діаметр зображуваного кола.

Діаметри кіл, паралельних координатним осям, проеціюються відрізками, паралельними ізометричним осям, і зображуються рівними діаметру кола: $l^1 = l^2 = l^3 = d$, при цьому $l^1 \parallel x$; $l^2 \parallel y$; $l^3 \parallel z$.

Еліпс, як ізометрію кола, можна побудувати за вісьмома точками, що обмежують його велику і малу осі та проекції діаметрів, паралельних координатним осям.

У практиці інженерної графіки еліпс, який є ізометрією кола, що лежить у координатній чи їй паралельній площині, можна замінити чотирицентровим овалом, що має такі ж осі: $2a = 1{,}22d = CD$ і $2b = 0{,}71d = AB$.

На рис. 8.4 показано побудову осей такого овалу для ізометрії кола діаметром d.

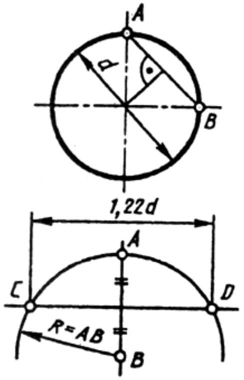

Рис. 8.4

Для побудови аксонометрії кола, розташованого в проеціюючій площині, чи площині загального положення, потрібно виділити на колі деяке число точок, побудувати аксонометрію цих точок і з'єднати їх плавною кривою; одержимо шуканий еліпс – аксонометрію кола (рис. 8.5).

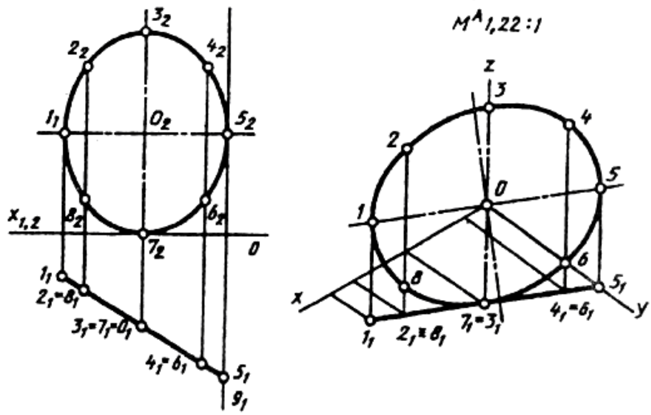

Рис. 8.5

На колі, розташованому в горизонтально проеціюючій площині, узято вісім точок (*1,2,... 8*). Саме коло віднесене до натуральної системи координат (рис. 8.5,а). Проводимо осі еліпса прямокутної ізометрії та, використовуючи наведені коефіцієнти спотворення, будуємо вторинну проекцію кола $1'_1$,..., $5'_1$ по координатах x і y (рис. 8.5,б). Добудовуючи аксонометричні координатні ламані для кожної з восьми точок, одержуємо їхню ізометрію ($1'$, $2'$, ... $8'$). З'єднуємо плавною кривою ізометричні проекції всіх точок і одержуємо ізометрію заданого кола.

Зображення геометричних поверхонь у прямокутній ізометрії розглянемо на прикладі побудови стандартної прямокутної ізометрії зрізаного прямого колового конуса (рис. 8.6).

На комплексному кресленні зображено конус обертання, зрізаний горизонтальною площиною рівня, яка розташована на висоті z від нижньої основи, і профільною площиною рівня, яка дає в перерізі на поверхні конуса гіперболу з вершиною в точці A. Проекції гіперболи побудовані за окремими її точками.

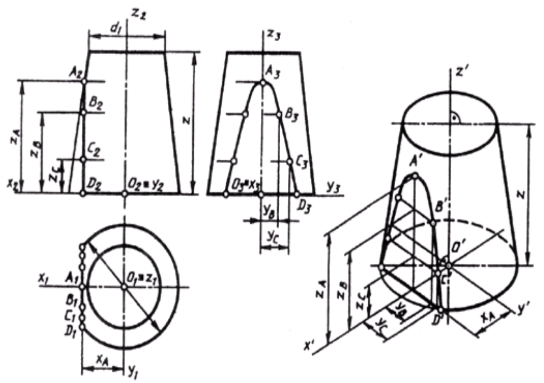

Рис. 8.6

Віднесемо конус до натуральної системи координат $Oxyz$. Побудуємо проекції натуральних осей на комплексному кресленні й окремо їх ізометричну проекцію. Побудову ізометрії починаємо з побудови еліпсів верхньої та нижньої основ, що є ізометричними проекціями кіл. Малі осі еліпсів збігаються з напрямком ізометричної осі Oz (рис. 8.3). Великі осі еліпсів перпендикулярні до малих. Величини осей еліпсів визначаються залежно від величини діаметра кола (d - нижньої основи і d_1 - верхньої основи). Потім будують ізометрію перерізу конічної поверхні профільною площиною рівня, яка перерізує основу по прямій, що віддалена від початку координат на величину x_A і паралельна осі Oy.

Ізометрію точок гіперболи будують за координатами, які заміряють на комплексному кресленні, та відкладається без зміни вздовж відповідних ізометричних осей, тому що наведені коефіцієнти спотворення $u = v = w = 1$. Ізометричні проекції точок гіперболи з'єднуємо плавною кривою. Побудову зображення конуса закінчують проведенням обрисових твірних дотичних до еліпсів основ. Невидиму частину еліпса нижньої основи проводяться штриховою лінією.

Прямокутна диметрія

Прямокутна диметрія характеризується тим, що коефіцієнти спотворення, визначені з виразу (1), $u = w = 0{,}94$, а $v = 0{,}47$. Визначають їх у такий спосіб: $u^2+(u/2)^2+u^2 = 2$; $u^2 = 8/9$; $u = w = (8/9)^{1/2} = 0{,}94$; $v = 0{,}47$.

Відповідно до ДСТ 2.317–69 для практичних побудов у прямокутній диметрії використовують наведені коефіцієнти спотворення: $u = w = 1$ і $v = 0{,}5$.

Розташування осей стандартної прямокутної диметрії показане на рис. 8.7. Аксонометричний масштаб для прямокутної диметрії буде M_A 1,06 : 1.

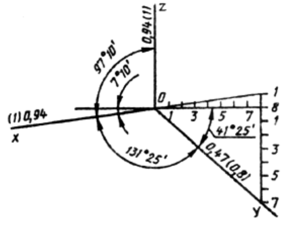

Рис. 8.7

У прямокутній диметрії однакові кола діаметра d, що лежать у координатних площинах xOy й yOz, проеціюються в однакові еліпси, велика вісь яких дорівнює $2a = 1{,}06d$, а мала – $2b = 0{,}35d$, якщо використовувати наведені коефіцієнти спотворення. Коло, розташоване в площині xOz, проеціюється в еліпс з осями: велика вісь дорівнює $2a' = 1{,}06d$, мала вісь – $2b' = 0{,}95d$ (рис. 8.8). Діаметри кола, паралельні координатним осям, спроеціюються у відрізки, паралельні осям диаметрії $l^1 = l^2 = d$; $l^3 = 0{,}5d$, при цьому $l^1 \parallel Ox$; $l^2 \parallel Oy$; $l^3 \parallel Oz$.

Можна побудувати, крім зазначених точок, ще чотири точки, симетричні точкам, які обмежують проекції діаметрів, паралельних координатним осям. Тоді еліпс, як диметрію кола, можна побудувати по його дванадцяти точках.

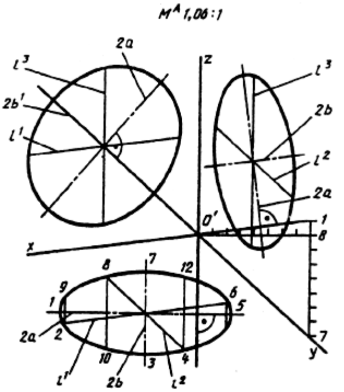

Рис. 8.8

Зображення геометричних поверхонь у прямокутній диметрії розглянемо на прикладі побудови стандартної прямокутної диметрії прямого колового циліндра. На рис. 8.9 наведено приклад комплексного креслення порожнього циліндра висотою H із зовнішнім d і внутрішнім d_1 діаметрами. Циліндр розташуємо натуральної величини в натуральній системі координат $Oxyz$, відносно якої побудуємо диметричну його проекцію. Як і у випадку побудови кіл в ізометрії, у диметрії також почнемо побудову фіґури з еліпсів верхньої та нижньої основ циліндра, що є диметричними проекціями кіл цих основ. Кола основи розташовані в площинах, паралельних горизонтальній площині проекцій, тому, користуючись наведеними раніше правилами, визначимо, що великі осі еліпсів будуть перпендикулярні осі *Oz*. Малі осі еліпсів збігаються з напрямком осі *Oz*. Центри осей еліпсів нижньої та верхньої основ розташовані на відстані *H*. Величини осей визначаємо залежно від величини зовнішнього і внутрішнього діаметрів циліндрів. Побудувавши еліпси, проведемо обрисові лінії, дотичні до зовнішніх еліпсів.

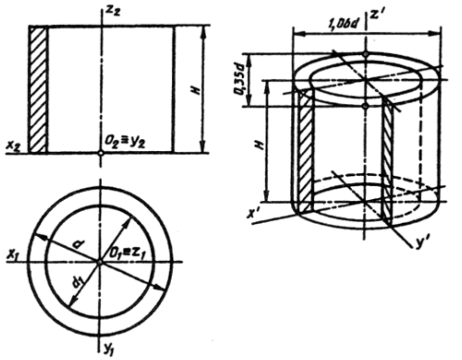

Рис.8.9

Для наочності побудуємо виріз однієї четвертої циліндра, побудову якого видно з рис. 8.9. Невидимі лінії покажемо штриховими лініями. Для наочності такими самими лініями покажемо лінії вирізаної частини циліндра. Видимі контурні лінії наводять потрібною товщиною.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1 Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник/ За ред. В.Є. Михайленка. – 3-є вид. – Київ: Каравела, 2003. – 340 с.

2 Гордон В.О., Семенцов - Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учеб. пособие /Под ред. Ю. Б. Иванова. — 23-е изд., перераб. — М.: Наука, 1988. - 272 с.

3 Боголюбов С.К., Воинов А.В. Черчение. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1982. – 304 с.

4 Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник /В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш, А.М. Підкоритов, І.А. Скидан/ За ред. В.Є. Михайленка. - 2-ге вид., перероб. - Київ.: Вища шк., 2001. - 350 с.

5 Михайленко В.Е., Пономарев А.М. Инженерная графика: Учебник. -3-е изд , перераб. и доп. -К: Вища школа, 1990. - 303 с.

6 Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. - М.: Высшая школа, 1974. – 240 с.

7 Нарисна геометрія: Підручник/ В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстифєєв, С.М. Ковальов, О.В. Кащенко/ За ред. В.Є. Михайленка. – К.: Вища школа, 1993. – 272 с.

8 Збірник задач з інженерної та комп'ютерної графіки: Навчальний посібник/ В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш, А.М. Підкоритов, І.А. Скидан/ За ред. В.Є. Михайленка. -К.: Вища шк., 2002. - 160 с.

9 Гордон В.О., Иванов Ю.Б., Солнцева Т.Е. Сборник задач по курсу начертательной геометрии.-М.: Наука,1971,-352с.

10 Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.: Машиностроение, 1978. - 445 с

11 .Посвянский А.Д., Рыжов Н.Н. Сборник задач по начертательной геометрии/ Под ред. проф. Н.Ф. Четверухина. - 3-е изд. - М.: Высшая школа, 1966. - 280 с.

12 Робочий зошит з нарисної геометрії для студентів інженерних спеціальностей. Частина 1 та 2/ Укл. В.А. Черниш,Л.М. Коротун, С.А. Щеглов. – Суми: СумДУ, 2003. – Частина 1 – 64 с.; частина 2 – 39 с.