Н. А. ПЛОХИНСКИЙ

АЛГОРИТМЫ БИОМЕТРИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1967

Н. А. ПЛОХИНСКИЙ

АЛГОРИТМЫ БИОМЕТРИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1967

УДК 578.087.1

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

В справочнике показана техника расчетов биометрических показателей в форме алгоритмов, каждый из которых содержит описание техники вычисления показателя. В справочнике даны алгоритмы расчетов средних величин, показателей разнообразия, критериев достоверности, критериев расхождения распределений, полного корреляционного анализа, дисперсионного анализа количественных и качественных признаков для однофакторных и двухфакторных, ортогональных и неравномерных комплексов.

Справочник рассчитан на студентов, преподавателей и научных работников университетов и биологических институтов, сотрудников НИИ, а также специалистов сельского хозяйства и медицины, применяющих математические методы в своей работе.

$\frac{2-2-4}{151-67}$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Алгоритм есть систематизированное описание целенаправленной последовательности действий. Имеются алгоритмы извлечения корня, решения шахматной задачи, удаления апендикса, химических анализов и т. д.

Алгоритмы данного справочника описывают форму, последовательность и формулы, необходимые для получения наиболее часто используемых биометрических показателей.

В настоящее время во всех разделах биологии применяются математические методы, модифицированные в соответствии со спецификой биологических объектов и особенностями биологических исследований. Вопросы о том, какие математические методы, когда и в какой форме надо применять, а также какой биологический смысл могут иметь возможные результаты расчетов, освещаются в теоретической части биометрии и решаются перед началом любого исследования.

После решения этих вопросов приступают к практическому использованию избранных методов, т. е. биометрической обработке первичных материалов. Справочник имеет целью упорядочить, уточнить и упростить технику биометрических расчетов, необходимых биологу при анализе результатов экспериментов, наблюдений и при использовании записей производственной отчетности.

Единственное назначение справочника — описание техники расчетов, поэтому его нельзя использовать как пособие по всем вопросам биометрии.

Алгоритмы, приведенные в справочнике, выбраны из большого арсенала современных биометрических методов как наиболее приемлемые для биологических исследований.

Наибольшая трудность при составлении справочника заключалась в выработке унифицированных (хотя бы в пределах одного справочника) терминов и символов. Взять готовую единую систему терминов и символов из работ по теории вероятностей и математической статистике оказалось невозможно.

В математических работах используется очень много обозначений одних и тех же показателей: 7 различных символов для обычной средней арифметической, 9 различных символов для суммы квадратов центральных отклонений, 6 различных терминов для понятия «достоверность разности», 5 различных терминов для обозначения основного свойства всякой группы состоять из неодинаковых объектов по изучаемому признаку и т. д. Такое разнообразие легко объяснить тем, что для громадного количества математических понятий и величин не хватает букв трех алфавитов — латинского, греческого и готического, так что невозможно каждому показателю присвоить особый символ.

Математические школы и отдельные математики по-своему и, конечно, по-разному выходят из этого положения. Одни предпочитают обозначать символом M — среднюю, другие — квадрат сигмы. Одни обозначают дату (результат первичного измерения объекта) символом V, другие — символом x, хотя, казалось бы, символ неизвестной величины или символ аргумента можно и не применять к величинам, которые известны с самого начала исследования и обычно рассматриваются не как аргументы а, наоборот, как функции изучаемых аргументов — влияний.

В некоторых случаях абстрактные математические термины вводят биологов в заблуждение при изучении конкретных явлений. Например, обозначение неодинаковости объектов в группе математическим термином «изменчивость» (обозначающим в биологии совсем другое явление) привело к тому, что многие биологи стали понимать неправильно значение термина «наследуемость».

При составлении справочника пришлось ввести обозначения, которые не отражают какую-либо одну математическую систему терминов и символов (такой нет), но наиболее приемлемы для биологов и достаточно точно обозначают биологическую сущность явления или показателя.

В табл. I приведены основные термины и символы, принятые в справочнике и используемые в работах по математической статистике.

Таблица 1

Основные термины и символы

В справочнике	В работах по математической статистике
Признак	Величина, случайная переменная
Дата (величина, значение признака) V	Значение, приобретаемое величиной $x, y, a, V, X,$
Средняя величина признака $M = \frac{\Sigma V}{n}$	Среднее значение величины $M, m, a, b, \beta, \mu, \xi, \bar{x}$
Разнообразие (признака в группе)	Изменчивость, колеблемость, рассеяние, разброс, вариабильность
Дисперсия (сумма квадратов) $C = \Sigma (V^2 - M)^2$	Сумма квадратов центральных отклонений, сумма квадратов, дисперсия $\Sigma (x - \bar{x})^2$, Σx^2, S, SS, SQ, SA, $\Sigma(V-M)^2$ S AQ, G
Варианса (средний квадрат) $\sigma^2 = \frac{C}{n-1}$	Средний квадрат, дисперсия, девиата, варианса σ^2, s^2. ν^2, e, M, MJ, MQ, ES,
Среднее квадратическое отклонение, сигма $\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}}$	Среднее квадратическое отклонение, стандарт, сигма, квадратичное отклонение σ, ν, s
Разность достоверна $t_d \geqslant t_{st}$ $(\widetilde{M}_1 > \widetilde{M}_2) \to (\bar{M}_1 > \bar{M}_2)$	Разность существенна, надежна, значима, достоверна, реальна, «разница есть», «разность достоверна, то есть реальна»

ПОЯСНЕНИЯ К АЛГОРИТМАМ

Алгоритмы 1—7. Расчет средней арифметической M и среднего квадратического отклонения (сигмы) σ.

Два основных групповых показателя — средняя арифметическая M и среднее квадратическое отклонение σ дают первичную меру среднего уровня и разнообразия признака у объектов, составляющих группу. Кроме того, эти показатели участвуют в образовании многих других биометрических величин: коэффициента вариации, нормированного отклонения, формул распределения, ошибок репрезентативности, коэффициентов корреляции, показателей силы и достоверности влияний в дисперсионном анализе, коэффициентов и уравнений регрессии и др.

Все способы расчета средней арифметической, дисперсии (суммы квадратов центральных отклонений) и сигмы исходят из основных формул, дающих точные результаты:

$$M = \frac{\Sigma V}{n},$$

$$C = \Sigma (V - M)^2 = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (V - M)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{C}{n - 1}},$$

где V — дата, результат первичного измерения признака у каждого объекта группы; n — число объектов в группе, объем группы; C — дисперсия.

По этим формулам можно вычислить M и σ без составления вариационных рядов во всех случаях для малых и больших групп. В последнем случае (для многочисленных групп) требуется достаточная счетная техника, позволяющая производить автоматическое сложение, вычитание, умножение, деление, а также комбинированные действия: деление произведения, сложение многих произведений без записи промежуточных результатов и др.

При отсутствии достаточной счетной техники основные формулы для многочисленных групп неудобны. В таких случаях вычисление M и σ ведется при помощи вариационных рядов по специальным рабочим формулам. Это сильно облегчает ручную счетную работу; при этом происходит незначительное снижение точности конечных результатов.

Описание формы, последовательности и формул расчета M и σ приведено в семи алгоритмах (1—7), причем в каждом из них дано все, что требуется для освоения способа.

Алгоритм 8. Выравнивание эмпирических вариационных кривых по нормальному закону.

Показан способ выравнивания для тех случаев, когда эмпирическое распределение предположительно принято за случайную форму проявления закона нормального распределения, выраженного известной формулой Муавра, Лапласа, Гаусса.

$$p' = \frac{Nk}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Способ основан на применении значений ординат нормальной кривой $f(x)$ и рабочей формулы:

$$p' = \frac{Nk}{\sigma} \cdot f(x).$$

Значения $f(x)$ первой функции нормированного отклонения даны в математической табл. 5.

Алгоритмы 9, 10. Оценка различий распределений. Показано применение критерия Пирсона «хи-квадрат» и критерия Колмогорова и Смирнова «лямбда». При составлении алгоритма для «хи-квадрат» были учтены последние работы ван дер Вардена о минимально допустимых теоретических частотах в зависимости от числа степеней свободы.

Алгоритмы 11—13. Оценка выборочных разностей. Для определения достоверности разности средних (алгоритм 11) показано применение двух критериев; критерия Стъюдента (t) и преобразованного критерия Фишера (F).

Для определения достоверности разности долей (алгоритм 12) показано применение двух критериев: критерия Стъюдента (с более правильной формулой ошибки выборочной доли $m^2 = \frac{pq}{n-1}$) и метода «фи» Фишера $\varphi = 2\frac{\pi}{180}\arcsin\sqrt{p}$ в радианах. Второй критерий можно применять не только для малых или больших долей, но и когда требуется получить более точные результаты сравнения долей, например в исследованиях мутационного процесса, действия лекарственных препаратов, последствий радиационных излучений и др.

Определение достоверности разности между выборочной и генеральной долями (алгоритм 13) применяется в решении основных задач проверки гипотез: о принадлежности изучаемой группы к известной генеральной совокупности и о возможной величине генеральной доли.

Первая задача возникает обычно в таксономических исследованиях, вторая имеет большое распространение в работах по элементарному генетическому анализу и изучению популяций.

Алгоритмы 14—18. Корреляционный анализ. Вычисление коэффициента корреляции описано для малых и больших групп без применения и с применением корреляционной решетки. Для больших групп показаны способ суммы (лучший способ при отсутствии достаточной счетной техники) и модифицированный способ произведений, более приемлемый при наличии хороших счетных машин.

Определение достоверности коэффициента корреляции рекомендуется в алгоритмах (14, 16, 17) проводить не обычным способом $\left(t_r = \frac{r}{m_r}\right)$, а путем сравнения числа коррелируемых пар со стандартными объемами, определенными по фишеровскому показателю $z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r}\right)$; $\hat{N} = \frac{t^2}{z^2} + 3$, где t — критерий Стьюдента. Значения стандартных объемов решетки для любого коэффициента корреляции и трех порогов вероятности безошибочных прогнозов приведены в математической табл. 9.

В алгоритме 18 показан полный корреляционный анализ, который дает меру степени и достоверности прямолинейной и криволинейной связей признаков и заканчивается определением критерия криволинейности, что требуется для выяснения путей дальнейшего регрессионного анализа.

В этом алгоритме описаны расчеты пяти показателей: показателя прямолинейной связи; критерия его достоверности; показателя криволинейной связи; критерия его достоверности и критерия криволинейности.

Величина F_{st} означает стандартные значения критерия Фишера. Значения этого показателя в зависимости от двух чисел степеней свободы для трех порогов вероятности безошибочных прогнозов приведены в математической табл. 6.

Полный корреляционный анализ необходим при изучении сопряженного разнообразия новых признаков, корреляция которых еще не изучалась или изучена недостаточно.

В других случаях, когда известно, что связь между признаками прямолинейна или требуется выяснить меру только прямолинейности связи, например при прямолинейном («линейном») программировании, можно ограничиться расчетом одного прямолинейного коэффициента корреляции.

Алгоритмы 19—28. Дисперсионный анализ. В основу алгоритмов дисперсионного анализа положены следующие положения:

1. Лучшим показателем силы влияния следует считать отношение факториальной дисперсии (суммы квадратов) к общей дисперсии

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y}.$$

2. Попытки уточнить этот показатель, основанные на применении формул

$$\hat{\eta}_x^2 = 1 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma_y^2} \quad \text{или} \quad \sigma_x^2 = \sigma_z^2 + n\hat{\sigma}_x^2,$$

не улучшают, а ухудшают определение силы влияний, давая оценки более смещенные, менее эффективные и более зависящие от структуры комплекса.

3. Показателем достоверности влияния может быть преобразованный критерий Фишера $F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$ или отношение основного показателя к его ошибке: $\Phi = \frac{\eta_x^2}{m_{\eta_x^2}}$, причем ошибка показателя силы влияния, предлагаемая в данном справочнике, определяется по формулам для однофакторных комплексов:

$$m_{\eta_x^2} = (1 - \eta_x^2) \cdot \frac{r-1}{N-r},$$

для двухфакторных комплексов:

$$m_{\eta_x^2} = (1 - \eta_x^2) \cdot \frac{r_A r_B - 1}{N - r_A r_B}$$

(для суммарного влияния факторов)

$$m_{\eta_i^2} = \eta_i^2 \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i^2}$$

(для остальных влияний).

Эта ошибка используется и при определении доверительных границ генерального параметра:

$$\bar{\eta}^2 = [(\tilde{\eta}^2 - \Delta) \div (\tilde{\eta}^2 + \Delta)]; \quad \Delta = F_{st}\, m_{\eta^2},$$

где F_{st} — стандартные значения фишеровского критерия, определяемого по двум степеням свободы для трех порогов вероятности безошибочных прогнозов по математической табл. 6.

Алгоритмы дисперсионного анализа даны для однофакторных и двухфакторных, пропорциональных и неравномерных комплексов, малых и больших групп, мало- и многозначных дат и количественных и качественных признаков.

Однофакторные комплексы используются для оценки силы и достоверности какого-нибудь одного влияния, которое выделяется из общей массы факторов как главное или требующее проверки.

Путем анализа однофакторных комплексов можно получить показатели наследуемости по матерям в потомство одного отца или по отцам. Градациями таких комплексов должны быть классы родителей (матерей или отцов) по изучаемому признаку или отдельные отцы и матери, а в градации следует включить детей каждого из родителей или каждого класса родителей. Основной показатель силы влияния такого комплекса и есть соответствующий показатель наследуемости:

$$h^2 = \eta_x^2 \pm m_{\eta_x^2}.$$

Двухфакторные комплексы используются для оценки и сопоставления силы и достоверности влияния двух одновременно изучаемых факторов. Для того чтобы правильно понять и использовать алгоритмы анализа двухфакторных комплексов, необходимо ясно представить некоторые ключевые положения дисперсионного анализа.

Факторы для таких комплексов подбираются независимые, например температура и влажность, первый и второй стимуляторы или лекарства, неродственные отцы и матери и т. д. При анализе двухфакторных дисперсионных комплексов определяется сила и достоверность различных влияний:

1. Первого фактора при усредненных градациях второго;
2. Второго фактора при усредненных градациях первого;
3. Влияние сочетаний градаций обоих факторов;
4. Суммарное влияние обоих, организованных в опыте факторов;
5. Влияние всех остальных неорганизованных факторов.

Влияние сочетаний градаций возникает вследствие того, что второй фактор обычно действует различно при разных градациях первого. То же наблюдается и в отношении первого фактора: его действия проявляется неодинаково при различных градациях второго.

Например, при изучении действия стимулятора линьки (две градации — контроль и опыт — второго фактора) на самцов и самок (две градации первого фактора) можно наблюдать, что введение стимулятора самкам дает большой эффект, а самцам — незначительный. Это разнообразие действий стимулятора при разных половых группах отразится на величине третьего показателя $\eta_{AB}^2 > 0$. Он будет больше нуля и тем больше, чем сильнее половые различия в восприятии действия стимулятора. Если же стимулятор действует одинаково на самцов и самок, $\eta^2_{AB} = 0$.

Сочетание градаций факторов — новое понятие, имеющее очень большое значение в биологических исследованиях. Это понятие и соответствующие показатели дисперсионного анализа очень слабо и часто совсем неправильно освещаются в биологической и математической литературе.

Поэтому в алгоритмах двухфакторных комплексов примеры иллюстрированы так, чтобы можно было видеть все типичные случаи различных значений третьего показателя влияния взаимодействия градаций.

Алгоритм 29. Определение достаточной численности выборки относится к наиболее сложным и трудноусвояемым методам биометрии, так как требует основательной эрудиции как в области биологии, так и математики.

Чтобы правильно наметить число особей, которое требуется изучить для выполнения задач исследования, необходимо предварительно установить три категории исходных положений.

Во-первых, необходимо продумать биологические задачи исследования; надо знать, в какой степени изучен главный вопрос, какое значение для теории и практики могут иметь результаты планируемых работ, к какой генеральной совокупности будут относиться основные выводы исследования. Все эти сведения помогут установить две требующиеся исходные величины: допустимую погрешность при оценке изучаемого генерального показателя (Δ) и достаточную вероятность безошибочного прогноза (B, t) или надежность доверительных границ.

Во-вторых, необходимо иметь некоторые сведения о генеральной совокупности, для характеристики которой планируется выборочное исследование.

При полном отсутствии сведений о генеральной совокупности выборка любой численности, начиная с $n=1$, уже дает очень много для первого ознакомления с совершенно неизученным явлением.

Если о генеральной совокупности имеются некоторые сведения и требуется получить более точные характеристики изучаемых признаков, то в этих случаях возникает вопрос о том, какое количество объектов надо включить в выборку. Для решения этого вопроса на основе всех имеющихся материалов, как показано в алгоритме 29, предварительно намечают возможное значение генеральных параметров: среднего квадратического отклонения (σ), [illegible] доли (P) и средней арифметической ($\overline{M}$).

В-третьих, необходимо освоить те математические приемы, которые связывают все исходные данные в единую формулу, дающую в конечном итоге числовой ответ на вопрос о достаточном числе первичных наблюдений ($\hat{n}$).

Обычная формула достаточной численности выборки $\hat{n} = \frac{t^2}{k^2}$ дает хорошие результаты только для больших групп. При малом объеме планируемых выборок эта формула дает явно неверные заниженные результаты, так как при небольшом «n» начинает сказываться зависимость t от n: чтобы определить n, надо знать t, которое само зависит от «n» [через $\nu = f(n)$].

Для устранения этого недостатка предлагается уточнение обычной формулы дополнительным множителем:

$$\hat{n} = \frac{t^2}{k^2}(a + bk + ck^2) = t^2\left(\frac{a}{k^2} + \frac{b}{k} + c\right),$$

где t и κ имеют обычное значение (описанное в алгоритме), коэффициент a равен единице, коэффициент b и c имеют значения, показанные в табл. II.

Таблица II

Коэффициенты формулы

Вероятность (надежность)		При изучении средних и долей M и P	При изучении разностей $\bar{d} = \bar{M}_1 - \bar{M}_2$ $\bar{d} = P_1 - P_2$: численность выборок одинакова $n_1 = n_1$	первая выборка меньше второй $n_1 = \frac{n^2}{e}$ $e > 1$: $e=2$	$e=5$
$B_0 = 0{,}90$	b	—0,0564	—0,061	—0,0200	—0,0040
$t_0 = 1{,}645$	c	0,8252	0,4902	0,2800	0,1280
$B_1 = 0{,}95$	b	—0,0218	—0,0172	—0,0100	—0,0020
$t_1 = 1{,}960$	c	0,6876	0,3784	0,2400	0,1120
$B_2 = 0{,}99$	b	+0,0082	+0,0180	0,0000	—0,0010
$t_2 = 2{,}576$	c	0,5560	0,2640	0,2000	0,1020
$B_3 = 0{,}999$	b	+0,0295	+0,0219	+0,0040	+0,0010
$t_3 = 3{,}291$	c	0,4856	0,2522	0,1760	0,0900

Проверка предлагаемой формулы показала, что ее следует применять для достаточно больших значений показателя точности (нормированной погрешности), начиная с $\kappa=0{,}2$ и больше. При к<0.2 удовлетворительные результаты дает обычная формула $\hat{n} = \frac{t^2}{k^2}$.

Значения $\hat{n}$ для разных t и $к$ приведены в табл. 11. При пользовании этой таблицей следует помнить, что правый раздел, рассчитанный на сравнение выборок неодинакового объема $n_1 = \frac{n_2}{e}$, можно применять при любом значении e для нахождения достаточной численности меньшей выборки $\hat{n}_1$. Объем второй большей выборки определяется по объему первой, умноженному на величину e, относящуюся только к данному исследованию: $\hat{n}_2 = e\hat{n}_1$.

Можно рекомендовать следующий порядок определения достаточной численности выборки. Прежде всего следует установить показатель надежности $t = f(B)$, зависящий от принятой вероятности безошибочных прогнозов (табл. III), затем наметить абсолютную допустимую погрешность Δ в определении генеральных параметров по выборочным показателям.

Таблица III

Четыре порога вероятности безошибочных прогнозов

Порог	Исследование	Надежность (вероятность) B	Показатель надежности t_∞	Достаточный объем большой группы n_∞
0	Исследования трудноизмеряемых признаков; грубо-ориентировочные характеристики	$B_0 = 0,90$	$t_0 = 1,645$	20
1	Большинство биологических исследований; начальные стадии изучения; описание новых явлений	$B_1 = 0,95$	$t_1 = 1,960$	30
2	Углубление результатов первых исследований; практические рекомендации	$B_2 = 0,99$	$t_2 = 2,576$	100
3	Разрешение спорных вопросов; изучение вредных и ядовитых веществ	$B_3 = 0,999$	$t_3 = 3,291$	200

При исследовании слабоизученного признака может быть допущена большая погрешность, чем при изучении признака, о котором уже имеются сведения и требуется получить более точные характеристики. Следует отметить, что величина допустимой погрешности устанавливается на основе только биологических знаний.

При установлении допустимой погрешности надо представить, в каких границах окажется генеральный параметр при данной величине Δ.

Например, при первичном изучении среднего веса дельфинов можно допустить $\Delta = 10$ *кг*. Это значит, что генеральная средняя будет отличаться от выборочной не более чем на 10 *кг*, будет находиться в доверительных границах с размахом $\rho = 20$ *кг* и, если выборочная средняя окажется равной 60 *кг*, генеральную среднюю можно ожидать в доверительных границах $50 \div 70$ *кг*. Для первого описания такая точность вполне достаточна. Но если требуется определить средний вес дельфинов для производственных целей, точность следует повысить, приняв допустимую погрешность, например $\Delta = 5$ *кг* или $\Delta = 2$ *кг*. В первом случае генеральная средняя (при $M = 60$) может быть равна $55 \div 65$ *кг*, во втором — $58 \div 62$ *кг*.

После установления абсолютной допустимой погрешности следует наметить возможное значение генеральной сигмы $\overline{\sigma}$, использовав для этой цели все сведения, которые помогут дать прогноз этой величины, применив способы, описанные в алгоритме 29.

Предварительные работы заканчиваются установлением показателя точности или нормированной допустимой погрешности $k = \frac{\Delta}{\sigma}$. Само определение достаточной численности выборки на основе заранее установленных t и κ производится по табл. 11 (если $\kappa \geqslant 0{,}2$) или по обычной формуле (если $\kappa < 0{,}2$).

Алгоритм 1

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ БЕЗ СОСТАВЛЕНИЯ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ, ПРИ ОТСУТСТВИИ ДОСТАТОЧНОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ МАЛЫХ ГРУПП

Даты малозначные

Каждая дата возводится в квадрат; даты и их квадраты суммируются; на основе полученных сумм ΣV и ΣV^2 рассчитываются:

средняя арифметическая

$$M = \frac{\Sigma V}{n},$$

дисперсия

$$C = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n},$$

сигма

$$\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}}.$$

Даты многозначные

По каждой дате получается условное отклонение $\Delta = V - A$,
где A — любое удобное число;
каждое отклонение возводится в квадрат;
на основе двух сумм $\Sigma\Delta$ и $\Sigma\Delta^2$ рассчитываются:

средняя арифметическая

$$M = A + \frac{\Sigma\Delta}{n},$$

дисперсия

$$C = \Sigma\Delta^2 - \frac{\Sigma\Delta}{n},$$

сигма

$$\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}}.$$

	V	V^2		V	$\Delta = (V - 2400)$	Δ^2
1	12	144	1	2536	136	18 496
2	9	81	2	2703	303	91 809
3	10	100	3	2815	415	172 225
4	13	169	4	2487	87	7569
5	15	225	5	2644	244	59 536
6	14	196	6	2521	121	14 641
7	8	64	7	2452	52	2704
8	12	144	8	2463	63	3969
	$\Sigma V = 93$	$\Sigma V^2 = 1123$		—	$\Sigma\Delta = 1421$	$\Sigma\Delta^2 = 370\,949$

$$M = \frac{93}{8} = 11{,}6$$

$$M = 2400 + \frac{1421}{8} = 2577{,}6$$

$$C = 1123 - \frac{93^2}{8} = 41{,}88$$

$$C = 370949 - \frac{1421^2}{8} = 118544$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{41{,}88}{7}} = 2{,}44$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{118544}{7}} = 130{,}13$$

Алгоритм 2

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ БЕЗ СОСТАВЛЕНИЯ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ, ПРИ НАЛИЧИИ ДОСТАТОЧНОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКИ (АРИФМОМЕТРЫ С ПОЛНЫМ УЧЕТОМ ЧИСЛА ОБОРОТОВ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛНЫЕ АВТОМАТЫ ТИПА *САР*, МЕРСЕДЕС). ДЛЯ БОЛЬШИХ И МАЛЫХ ГРУПП

Все даты последовательно возводятся в квадрат, без снятия получающихся чисел (в счетчике оборотов) и их квадратов (в счетчике результатов). Каждое последующее возведение в квадрат накладывается на все предыдущие. После возведения в квадрат последней даты получаются две основные суммы ΣV и ΣV^2. При большом числе дат они разбиваются на десятки (пятерки) и для каждого десятка (пятерки) получаются частные суммы (ΣV) и (ΣV^2). Затем частные суммы складываются. На основе двух общих сумм ΣV и ΣV^2 рассчитываются M и σ.

	413	450	419	412	427	435	404	430	421	399	
	414	386	428	441	397	417	418	414	429	417	
	432	420	416	407	427	428	417	398	424	420	
	401	424	411	426	380	419	406	419	429	406	
	414	410	409	416	430	403	426	407	400	423	
	425	391	432	409	418	418	388	421	415	417	
	423	434	402	431	410	405	436	405	424	405	
	412	413	444	392	411	428	394	431	411	422	
	433	395	433	420	439	398	437	422	394	416	
	424	434	408	443	407	421	422	410	423	409	
ΣV	4191	4157	4202	4197	4146	4172	4148	4157	4170	4134	$\Sigma V = 41674$
ΣV^2	1 757 349	1 731 959	1 767 320	1 763 761	1 721 682	1 741 846	1 723 070	1 729 121	1 740 186	1 709 590	$\Sigma V^2 = 17385884$

$$M = \frac{\Sigma V}{n};\ C = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n};\ \sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}};\ n = 100$$

Средняя арифметическая: $M = \frac{41674}{100} = 416{,}7$

Дисперсия: $C = 17385884 - \frac{41674^2}{100} = 18661$

Сигма: $\sigma = \sqrt{\frac{18661}{99}} = 13{,}73$

Алгоритм 3

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ ПО СПОСОБУ ВЗВЕШЕННЫХ ДАТ ПРИ НЕВОЗМОЖНОСТИ ПРОСТОГО СУММИРОВАНИЯ ДАТ И ИХ КВАДРАТОВ; ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ ИССЛЕДОВАТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИЗНАКА; ДЛЯ ПРИЗНАКОВ, ВЫРАЖАЕМЫХ ТОЛЬКО ЦЕЛЫМИ ЧИСЛАМИ (ПЛОДОВИТОСТЬ, ЧИСЛО ПЛОДОВ, ПОЧАТКОВ, КЛЕТОК и т. д.), ПРИ НЕБОЛЬШОМ РАЗМАХЕ ДАТ

Все встретившиеся значения дат выписываются в возрастающем порядке (слева направо или снизу вверх) и в каждый класс заносятся одинаковые даты, имеющие данное значение.

Без достаточной счетной техники				При наличии достаточной счетной техники		
V	f	fV	$fV^2 = fV \cdot V$	V	V^2	f
14	11	154	2156	14	196	11
13	69	897	11 661	13	169	69
12	98	1176	14 112	12	144	98
11	77	847	9317	11	121	77
10	36	360	3600	10	100	36
9	12	108	972	9	81	12
	$n = 303$	$\Sigma fV = 3542$	$\Sigma fV^2 = 41\,818$	$\Sigma fV = 3542$	$\Sigma fV^2 = 41\,818$	$n = 303$

$$M = \frac{\Sigma fV}{n} = \frac{3542}{303} = 11{,}7 \qquad C = \Sigma fV^2 - \frac{(\Sigma fV)^2}{n} = 41818 - \frac{3542^2}{303} = 413$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}} = \sqrt{\frac{413}{302}} = 1{,}17$$

При наличии хорошего арифмометра или полного счетного автомата получение двух исходных сумм делается за один проход. Даты устанавливаются в левой части клавиатуры (штифтов), а квадраты дат — в правой. Каждая пара чисел (V и V^2) умножается на частоту последовательно без записи и снятия промежуточных результатов. После последнего умножения в счетчике оборотов получается число дат (n), в счетчике результатов слева — ΣfV и справа — ΣfV^2.

Алгоритм 4

СОСТАВЛЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

ПЕРВИЧНЫЕ ДАННЫЕ (ДАТЫ)

413	450	419	412	427	435	404	430	421	399	414	386	428	441	397	417	418	414	429	41
432	420	416	407	427	428	417	398	424	420	401	424	411	426	380	419	406	419	429	4
414	410	419	416	430	403	426	407	400	423	425	391	432	419	418	418	388	421	415	41
423	434	402	431	410	415	436	405	424	415	412	413	444	392	411	428	394	431	411	42
433	395	433	420	439	398	437	422	394	416	424	434	408	443	407	421	422	410	423	4

Число классов

$$r = 1 + 3{,}3 \log n = 1 + 3{,}3 \log 100 = 7{,}6$$

Число дат	Число классов
6—11	4
12—22	5
23—46	6
47—93	7
94—187	8
188—377	9
378—755	10
756—1515	11
1515—3050	12

Размах

$$\rho = \max - \min = 450 - 380 = 70$$

Величина классов

$$k = \frac{\rho}{r} = \frac{70}{7{,}6} = 9{,}2 \approx 10$$

Вариационный ряд

Классы: границы $W_\alpha \div W_\omega$	Классы: средины W	Разноска дат	Частоты f
445÷454	450	·	1
435÷444	440	П	7
425÷434	430	⊠ ⊠	20
415÷424	420	⊠ ⊠ ⊠	30
405÷414	410	⊠ ⁞ ⊠	25
395÷404	400	⊠	10
385÷394	390	⁞	6
375÷384	380	·	1
—	—	—	$n = 100$

С р е д и н а   к л а с с о в W — полусумма начала данного класса и начала следующего бо́льшего класса. Для признаков, выражаемых только целыми числами (плодовитость, яйценоскость, число плодов, початков, клеток и т. д.), средина класса равна полусумме его начала и конца. Желательно, чтобы средины классов были кратны величине классов и чтобы средины минимального и максимального классов были близки к фактическим минимуму и максимуму.

Н а ч а л о   к л а с с о в $W_\alpha = W - \frac{1}{2} k$,

Например: $W_\alpha = 420 - \frac{1}{2} \cdot 10 = 415$.

К о н е ц   к л а с с о в $W_\omega = W + \frac{1}{2} k - \delta$, где δ — принятая точность измерения признака.

Например: $W_\omega = 420 + \frac{1}{2} \cdot 10 - 1 = 424$.

Шифр частот	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	·	· ·	· :	: :	⁞	Г	П	□	☒	⊠

Алгоритм 5

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ

ПО СПОСОБУ ВЗВЕШЕННЫХ ВАРИАЦИЙ; ДЛЯ БОЛЬШИХ ГРУПП, ПРИ НЕВОЗМОЖНОСТИ ПРОСТОГО СУММИРОВАНИЯ ДАТ И ИХ КВАДРАТОВ И ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ ИССЛЕДОВАТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИЗНАКА; НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА. ПРИ НАЛИЧИИ ДОСТАТОЧНОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКИ (АРИФМОМЕТРЫ С ПОЛНОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ ЧИСЛА ОБОРОТОВ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛНЫЕ АВТОМАТЫ)

Вариации W	W^2	Частоты f
450	202 500	1
440	193 600	7
430	184 900	20
420	176 400	30
410	168 100	25
400	160 000	10
390	152 100	6
380	144 400	1
$\Sigma fW = 41\,700$	$\Sigma fW^2 = 17\,407\,200$	$n = 100$

$$M = \frac{\Sigma fW}{n} = \frac{41700}{100} = 417{,}0$$

$$C = \Sigma fW^2 - \frac{(\Sigma fW)^2}{n} = 17407200 - \frac{41700^2}{100} = 18300$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}} = \sqrt{\frac{18300}{99}} = 13{,}60$$

Вариации W устанавливаются в левой части клавиатуры (штифтов), а квадраты вариаций W^2 — в правой. Каждая пара чисел (W и W^2) умножается на частоту последовательно, без записи и снятия промежуточных результатов. После последнего умножения в счетчике оборотов получается число дат (n), в счетчике результатов слева — ΣfW и справа — ΣfW^2.

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ ПО СПОСОБУ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ДЛЯ БОЛЬШИХ ГРУПП, ПРИ НЕВОЗМОЖНОСТИ ПРОСТОГО СУММИРОВАНИЯ ДАТ И ИХ КВАДРАТОВ; ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ ИССЛЕДОВАТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИЗНАКА; НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА; ПРИ ЛЮБОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКЕ

$$M = A + k\frac{S_1}{n}; \quad c = S_2 - \frac{S_1^2}{n}; \quad \sigma = k\sqrt{\frac{c}{n-1}}; \quad S_1 = \Sigma fa; \quad S_2 = \Sigma fa^2.$$

W	f	a	fa	$fa^2 = fa\ a$
450	1	+3	+3	9
440	7	+2	+14	28
430	20	+1	+20/+37	20
420-A	30	0	0	0
410	25	−1	−25	25
400	10	−2	−20	40
390	6	−3	−18	54
380	1	−4	−4/−67	16
	$n=100$		$S_1=\Sigma fa$ +37 −67 = −30	$S_2=\Sigma fa^2 = 192$

$n = 100$, $A = 420$, $k = 10$

$S_1 = \Sigma fa = -30$;
$S_2 = \Sigma fa^2 = 192$

$$M = 420 + 10\frac{-30}{100} = 417{,}0$$

$$c = 192 - \frac{30^2}{100} = 183;$$

$$C = 10^2 \cdot 183 = 18300$$

$$\sigma = 10\sqrt{\frac{183}{99}} = 13{,}60$$

A — условная средняя, средина модального или близкого к нему класса ($A = 420$)

k — величина классового промежутка ($k = 10$)

$a = \dfrac{W_i - A}{k}$ условные отклонения средин классов (вариаций), выраженные в классовых, промежутках. Для $W = A$, $a = 0$, для остальных вариаций $a =$ или $+1 +2 +3$ и т. д. или $-1 -2 -3$ и т. д.

S_1, S_2 — первая и вторая суммы, равные Σfa и Σfa^2 (−30, 192)

$c = \dfrac{C}{k^2} = \Sigma f(W_i - M)^2 = S_2 - \dfrac{S_1^2}{n}$ сумма взвешенных квадратов центральных отклонений средин классов от средней ряда, выраженных в квадратах классового промежутка. Дисперсия $C = k^2c$

Погрешности при расчете показателей на основе вариационного ряда для данного примера равны:
$\Delta_M = 417{,}0 - 416{,}7 = +0{,}3$ $\quad \Delta_\sigma = 13{,}60 - 13{,}73 = -0{,}13$

Алгоритм 7

ВЫЧИСЛЕНИЕ M и σ ПО СПОСОБУ СУММ

ДЛЯ БОЛЬШИХ ГРУПП, ПРИ НЕВОЗМОЖНОСТИ ПРОСТОГО СУММИРОВАНИЯ ДАТ И ИХ КВАДРАТОВ; ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ ИССЛЕДОВАТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИЗНАКА; НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА; ПРИ ЛЮБОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКЕ

$$M = A + k\frac{S_1}{n}; \quad c = S_2 - \frac{S_1^2}{n}; \quad \sigma = k\sqrt{\frac{c}{n-1}};$$

$$S_1 = p_1 - q_1 = [\Sigma fa]; \quad S_2 = p_1 + q_1 + 2(p_2 + q_2) = [\Sigma fa^2]$$

v	f	$p_1=37$	$p_2=10$
450	1	1	1
440	7	8	9
430	20	28	—
420=A	30	—	—
410	25	42	—
400	10	17	25
390	6	7	8
380	1	1	1
	$n=100$	$q_1=67$	$q_2=34$

Проверка:
$28 + 30 + 42 = 100$; $28 + 9 = 37$; $42 + 25 = 67$

$n = 100$; $A = 420$; $k = 10$

$S_1 = 37 - 67 = -30$;
$S_2 = 37 + 67 + 2(10 + 34) = 192$

$$M = 420 + 10\,\frac{-30}{100} = 417{,}0$$

$$c = 192 - \frac{30^2}{100} = 183;$$
$$C = 100 \cdot 183 = 18300$$

$$\sigma = 10\sqrt{\frac{183}{99}} = 13{,}60$$

p_1 — сумма накопленных частот положительной части первого ряда суммирования (37).

q_1 — сумма накопленных частот отрицательной части первого ряда суммирования (67).

p_2, q_2 — то же для второго ряда суммирования (10 и 34).

Центральные черточки (в первом ряду суммирования — одна, во втором — три), устанавливаются точно против условной средней (A); накопление частот ведется от краев к центру до встречи с центральными черточками.

Числа первого ряда суммирования для положительной части 1; $1 + 7 = 8$; $8 + 20 = 28$; $p_1 = 1 + 8 + 28 = 37$; для отрицательной части 1; $1 + 6 = 7$; $7 + 10 = 17$; $17 + 25 = 42$; $q_1 = 1 + 7 + 17 + 42 = 67$. Числа второго ряда для положительной части 1; $1 + 8 = 9$; $p_2 = 1 + 9 = 10$; для отрицательной части 1; $1 + 7 = 8$; $8 + 17 = 25$; $q_2 = 1 + 8 + 25 = 34$. По полученным p_1, q_1, p_2, q_2 вычисляются две суммы S_1 и S_2.

Содержание и назначение остальных величин n, A, k, S_1, S_2, c такие же, как и для способа произведений. Различие способов — только в вычислении двух основных сумм S_1 и S_2, которые равны Σfa и Σfa^2.

Способ сумм — самый удобный и экономный способ расчета M и σ при больших групп, при необходимости исследовать распределение признака, при любой счетной технике.

Алгоритм 8

ВЫРАВНИВАНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ВАРИАЦИОННЫХ КРИВЫХ ПО НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ

$$p' = \frac{nk}{\sigma} \cdot f(x)$$

p' — теоретическая частота;

n — объем ряда;

k — классовый промежуток;

σ — сигма

$f(x)$ — первая функция нормированного отклонения, находится по таблицам ординат нормальной кривой (табл. 5);

$x = \frac{W - M}{\sigma}$ — нормированное отклонение средин классов

Вариации W	Эмпирические частоты p	$W - M$	$x = \frac{W-M}{\sigma}$	$f(x)$	Теоретические част[оты] $\frac{nk}{\sigma}\cdot f(x)$	p'
450	1	+33	2,43	0,021	1,5	1
440	7	+23	1,69	0,096	7,1	7
430	20	+13	0,96	0,252	18,5	18
420	30	+ 3	0,22	0,389	28,6	29
410	25	— 7	0,51	0,350	25,7	26
400	10	—17	1,25	0,183	13,5	14
390	6	—27	1,99	0,055	4,0	4
380	1	—37	2,72	0,010	0,7	1
	100	—	—	=	99,6	100

Пример:

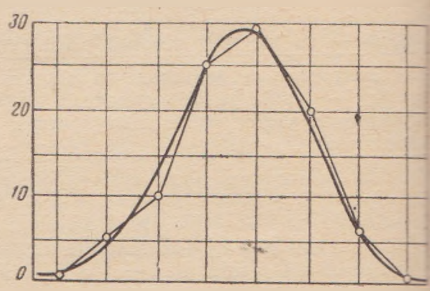
$n = 100$

$k = 10$

$M = 417{,}0$

$\sigma = 13{,}6$

$$\frac{nk}{\sigma} = \frac{100 \cdot 10}{13{,}6} = 73{,}53$$



Вариации	380	390	400	410	420	430	440
Эмпирические частоты p	1	6	10	25	30	20	7
Теоретические частоты p' . . .	1	4	14	26	29	18	7

Алгоритм 9

ОЦЕНКА РАЗЛИЧИЙ ЭМПИРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КРИТЕРИЙ χ^2 („ХИ-КВАДРАТ")

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-f')^2}{f'} \geqslant \chi^2_{st} \left\{ \begin{array}{l} B_1 \geqslant 0{,}999 \text{ — при малой (!)} \\ B_2 \geqslant 0{,}99 \text{ — при обычной} \\ B_3 \geqslant 0{,}95 \text{ — при большой} \end{array} \right\} \text{ ответственности исследоваиий}$$

$\nu_2 = r_2 - 3$ число степеней свободы

Различия могут считаться случайными, если эмпирический критерий не достигает требуемого порога вероятности.

χ^2_{st} — стандартные значения критерия (табл. 8)

f, f' — эмпирические и теоретические частоты классов

ν_1, ν_2 — первичное и вторичное число степеней свободы $\nu_1 = r_1 - 3$, $\nu_2 = r_2 - 3$

r_1, r_2 — число классов в распределениях до и после редукции классов с малыми теоретическими частотами

f'_{min} — минимально допустимая теоретическая частота крайних классов в зависимости от начального числа степеней свободы

ν_1	1	2	3÷6	>6
f'_{min}	4	2	1	0,5

Крайние классы с теоретической частотой $f < f'_{min}$ объединяются с соседними классами

[illegible]	f	f' алгоритм 8	$f - f'$	$(f-f')^2$	$\frac{(f-f')^2}{f'}$
[illegible]	[illegible]	1,5	0,5	0,25	0,167
[illegible]	[illegible]	7,1	0,1	0,01	0,001
[illegible]	[illegible]	18,5	1,5	2,25	0,122
[illegible]	[illegible]	28,6	1,4	1,96	0,069
[illegible]	[illegible]	25,7	0,7	0,49	0,019
[illegible]	[illegible]	13,5	3,5	12,25	0,907
[illegible]	[illegible] 7 [illegible]	4,0 — 0,7 } 4.7	2,3	5,29	1,126
[illegible]	[illegible]	99,6	—	—	2,411

$r_1 = 8 \quad \nu_1 = 8 - 3 = 5$

$f'_{min} = 1$

$r_2 = 7 \quad \nu_2 = 7 - 3 = 4$

$$\chi^2_{st} = \left\{ \underset{0.95}{9{,}5} - \underset{0.99}{13{,}3} - \underset{0{,}999}{18{,}5} \right\}$$

$$\chi^2 = 2{,}41 < 9{,}5$$

Различия не достоверны. Эмпирическое распределение можно считать нормальным, точнее случайной формой проявления закономерностей нормального распределения (если теоретическое распределение строилось по нормальному закону).

Алгоритм 10

ОЦЕНКА РАЗЛИЧИЙ ЛЮБЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КРИТЕРИЙ λ («ЛЯМБДА») А. Н. КОЛМОГОРОВА И Н. А. СМИРНОВА

I. Оценка различий между теоретическими и эмпирическими распределениями

$$\lambda = \frac{|d|}{\sqrt{n}} = \frac{|\Sigma f_i - \Sigma f'_i|_{max}}{\sqrt{n}} > \left\{ \begin{array}{l} 1{,}95 \ B_3 = 0{,}999 \text{ — при малой (!)} \\ 1{,}63 \ B_2 = 0{,}99 \text{ — при обычной} \\ 1{,}36 \ B_1 = 0{,}95 \text{ — при большой (!)} \end{array} \right\} \text{ответственности результатов исследований}$$

Различия могут считаться случайными, если эмпирический критерий не достигает требуемого порога вероятности.

W	f	f′	Накопленные частоты Σf	Σf′	|d|
450	1	1	100	100	0
440	7	7	99	99	0
430	20	18	92	92	0
420	30	29	72	74	2
410	25	26	42	45	$\boxed{3}$
400	10	14	17	19	2
390	6	4	7	5	2
380	1	1	1	1	0
Σ	100	100	—	—	—

$n = 100$ — объем каждой группы

$$\lambda = \frac{3}{\sqrt{100}} = 0{,}3 < 1{,}36$$

Различие не достоверно, нет д статочных оснований считать, ч выборки взяты из двух генерал ных совокупностей, отличающи ся своим распределением

II. Оценка различий между двумя любыми распределениями

$$\lambda = \left| \frac{\Sigma f_1}{n_1} - \frac{\Sigma f_2}{n_2} \right|_{max} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} > \left\{ \begin{array}{l} 1{,}95 \ B_3 = 0{,}999 \text{ — при малой (!)} \\ 1{,}63 \ B_2 = 0{,}99 \text{ — при обычной} \\ 1{,}36 \ B_1 = 0{,}95 \text{ — при большой (!)} \end{array} \right\} \text{ответственности результатов исследований}$$

Различия могут считаться случайными, если эмпирический критерий не достигает требуемого порога вероятности.

W	f_1	f_2	Σf_1	Σf_2	$\frac{\Sigma f_1}{n_1}$	$\frac{\Sigma f_2}{n_2}$	|d|
450	1	2	100	200	1,00	1,00	0
440	7	4	99	198	0,99	0,99	0,00
430	20	8	92	194	0,92	0,97	0,05
420	30	42	72	186	0,72	0,93	0,21
410	25	83	42	144	0,42	0,72	$\boxed{0,30}$
400	10	37	17	61	0.17	0,31	0,14
390	6	20	7	24	0,07	0,12	0,05
380	1	4	1	2	0,01	0,02	0,01
n	100	200	—	—	—	—	—

$$\lambda = 0{,}30 \cdot \sqrt{\frac{100 \cdot 200}{100 + 200}} = 2{,}45 > 1{,}95$$

Различия не могут считаться случайны они в высшей степе достоверны. Выбо взяты из двух ген ральных совокупн тей, явно различ щихся по своим пределениям.

Алгоритм 11

ОЦЕНКА РАЗНОСТИ ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ

I. Первый критерий достоверности разности средних

$$t_d = \frac{d}{m_d} = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \geqslant t_{st}\ \{\nu = n_1 + n_2 - 2\}$$

M_1, M_2 — сравниваемые выборочные средние

m_1^2, m_2^2 — квадраты ошибок средних

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \quad m^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{C}{n(n-1)}$$

t_{st} — стандартные значения первого критерия находят по таблицам Стьюдента (табл. 7) по числу степеней свободы ($\nu = n_1 + n_2 - 2$) для одного из трех порогов вероятности ($B_1 = 0{,}95$, $B_2 = 0{,}99$, $B_3 - 0{,}999$)

n_1, n_2 — объемы выборок.

II. Второй критерий достоверности разности средних

$$F_d = \frac{d^2}{\sigma_z^2} \cdot \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \geqslant F_{st} \left\{ \begin{array}{l} \nu_1 = 1 \\ \nu_2 = n_1 + n_2 - 2 \end{array} \right\}$$

d^2 — квадрат разности средних: $(M_1 - M_2)^2$

$\sigma_z^2 = \dfrac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \dfrac{C_1 + C_2}{n_1 + n_2 - 2}$ варианса случайного разнообразия

F_{st} — стандартные значения второго критерия находят по таблицам преобразованного фишеровского критерия (табл. 6 стандартных отношений варианс, для 3-х порогов вероятности).

При $t_d > t_{st}$ или $F_d > F_{st}$ разность достоверна, подчеркивается одной, двумя или тремя чертами, если достигнут первый, второй или третий порог вероятности безошибочных прогнозов.

При $t_d < t_{st}$ или $F_d < F_{st}$ разность не достоверна, подчеркивается волнистой чертой.

Если $\bar{M}_1 > \bar{M}_2$ и $t_d \geqslant t_{st}$ или $F_d \geqslant F_{st}$, то и $\overline{M}_1 > \overline{M}_2$ Если $\bar{M}_1 > \bar{M}_2$, а $t_d < t_{st}$ или $F_d < F_{st}$, то $\overline{M}_1 \gtreqless \overline{M}_2$	$\bar{M}$ и M — выборочная и генеральная средние

Исходные данные: $n_1 = 25$; $n_2 = 36$, $M_1 = 230$, $M_2 = 210$, $\sigma_1 = 23$, $\sigma_2 = 21$

Вычисление первого критерия достоверности разности средних:

$$m_1^2 = \frac{23^2}{25} = 21{,}16,\ m_2^2 = \frac{21^2}{36} = 12{,}25,\ m_d = \sqrt{21{,}16 + 12{,}25} = 5{,}78,$$

$$d = 230 - 210 = 20;$$

$$t_d = \frac{20}{5{,}78} = \underline{\underline{3{,}46}},\quad \nu = 25 + 36 - 2 = 59,\quad t_{st} = \{2{,}0 - 2{,}7 - 3{,}5\}$$

табл. 7

Вычисление второго критерия достоверности разности средних:

$$\sigma_z^2 = \frac{24 \cdot 23^2 + 35 \cdot 21^2}{25 + 36 - 2} = 476{,}8,$$

$$F_d = \frac{20^2}{476{,}8} \cdot \frac{25 \cdot 36}{25 + 36} = \underline{\underline{12{,}4}},\quad \begin{array}{l} \nu_1 = 1, \\ \nu_2 = 25 + 36 - 2 = 59, \end{array}$$

$$F_{st} = \{4{,}0 - 7{,}1 - 12{,}0\}\ \text{(табл. 6)}.$$

ОЦЕНКА РАЗНОСТИ ВЫБОРОЧНЫХ ДОЛЕЙ

I. Первый критерий достоверности разности для долей $0{,}2 < p < 0{,}8$; $20\% < p\% < 80\%$

$$t_d = \frac{d}{m_d} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \geqslant t_{st} \quad \{\nu_d = n_1 + n_2 - 2\} \quad [m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}]$$

p_1, p_2 — сравниваемые доли $p = \frac{A}{n}$ $\begin{cases} n \text{ — объем группы} \\ A \text{ — число объектов с признаком} \end{cases}$

m_1^2, m_2^2 — квадраты ошибок долей $m = \sqrt{\frac{pq}{n-1}}$; $m^2 = \frac{pq}{n-1}$;

$$q = 1 - p$$

t_{st} — стандартные значения критерия Стьюдента (табл. 7) для числа степеней свободы ν_d и трех порогов вероятности.

Пример:

$$n_1 = 100,\ A_1 = 40;\ n_2 = 200,\ A_2 = 100;\ p_1 = \frac{40}{100} = 0{,}4,\quad p_2 = \frac{100}{200} = 0{,}5$$

$$d = 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}1;\ m_1^2 = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{99} = 0{,}00242;\ m_2^2 = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{199} = 0{,}00126;$$

$$m^2_d = 0{,}0024 + 0{,}0013 = 0{,}0037.$$

$$m_d = 0{,}061;\ t_d = \frac{0{,}1}{0{,}061} = \underset{\sim\sim}{1{,}6}\quad \nu = 100 + 200 - 2 = 298.$$

$$t_{st} = \{2{,}0 - 2{,}6 = 3{,}3\}$$

Вывод: Разность не достоверна. Осталось неизвестным, различаются ли генеральные совокупности по своим долям и какая из них может иметь бо́льшую долю.

II. Второй критерий достоверности разности долей. Метод φ («фи») Фишера для долей $0{,}2 > p > 0{,}8$; $20\% > p\% > 80\%$, а также и для любых долей.

$$F_\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)^2 \cdot \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \geqslant F_{st} \quad \begin{Bmatrix} \nu_1 = 1 \\ \nu_2 = n_1 + n_2 - 2 \end{Bmatrix}.$$

φ_1, φ_2 — углы «фи» $\varphi = 2\frac{\pi}{180} \arcsin\sqrt{p}$ в радианах находят по табл. 10 для любой доли.

n_1, n_2 — объемы сравниваемых групп.

F_{st} — стандартные значения критерия Фишера (табл. 6).

Пример:

$$n_1 = 5000, \quad A_1 = 4, \quad n_2 = 500, \quad A_2 = 4, \quad p_1 = \frac{4}{5000} = 0{,}0008,$$

$$p_2 = \frac{4}{500} = 0{,}0080$$

$$\varphi_1 = 0{,}0566, \quad \varphi_2 = 0{,}1791, \quad d_\varphi = 0{,}1225, \quad d^2 = 0{,}015$$

$$F_\varphi = 0{,}015 \cdot \frac{5000 \cdot 500}{5000 + 500} = \underline{\underline{6{,}8}} \quad \begin{matrix} \nu_1 = 1 \\ \nu_2 = \infty \end{matrix} \quad F_{st} = \{3{,}8 - 6{,}6 - 10{,}8\}.$$

Вывод: Разность достоверна по второму порогу вероятности безошибочных прогнозов. С вероятностью $B > 0{,}99$ можно считать, что содержание объектов с признаком в сравниваемых генеральных совокупностях неодинаково, причем эта доля в первой генеральной совокупности меньше, чем во второй.

Первый критерий для данного случая дает неправильные показания

$$t_d = (0{,}0080 - 0{,}0008) : \sqrt{\frac{0{,}0008 \cdot 0{,}9992}{4999} + \frac{0{,}008 \cdot 0{,}992}{499}} = 1{,}8$$

Алгоритм 13

ОЦЕНКА РАЗНОСТИ МЕЖДУ ВЫБОРОЧНОЙ И ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДОЛЯМИ

1. Проверка гипотезы о принадлежности изучаемой выборки (p) к определенной известной генеральной совокупности (P)

2. Проверка гипотезы о величине генеральной доли (P) по результатам проверочного выборочного исследования (p).

$$t_{p-P} = \frac{d}{m_d} > t_{st} \quad (\nu = n - 1)$$

p, P — выборочная и генеральная доли

$d = p - P$ — разность между выборочной и генеральной долями

$m_d = m_p = \sqrt{\frac{PQ}{n}}$ — ошибка разности между выборочной и генеральной долями, равная ошибке выборочной доли, определяемой на основе известных или предполагаемых генеральных долей P и $Q = 1 - P$.

n — объем выборки.

Пример 1. Впервые исследованная группа объемом $n = 50$ содержала 35 плюсовых объектов (имеющих изучаемый признак), $p = 0{,}70$. Проверяется гипотеза о принадлежности этой группы к генеральной совокупности, в которой таких объектов обычно содержится 50%, $P = 0{,}50$

$$t_{p-P} = \frac{0{,}7 - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{50}}} = \frac{0{,}20}{0{,}07} = \underline{\underline{2{,}9}} \quad \nu = 50 - 1 = 49$$

$$t_{st} = \{2{,}0 - 2{,}7 - 3{,}5\} \quad (\text{табл. } 7)$$

Вывод. Разность достоверна с вероятностью $B > 0{,}99$; ответ отрицателен, изученная группа не может принадлежать к этой генеральной совокупности [вероятность этого очень мала: $(1 - B) < 0{,}01$]

Пример 2. Предложена гипотеза: в генеральной совокупности плюсовых объектов должно содержаться 75% ($P = 0{,}75$). Проверка по выборке, в которой при $n = 100$ плюсовых объектов оказалось 70 ($p = 0{,}70$), показала:

$$t_{p-P} = \frac{0{,}75 - 0{,}70}{\sqrt{\frac{0{,}75 \cdot 0{,}25}{100}}} = 1{,}2 \quad \nu = 99 \quad t_{st} = \{2{,}0 - 2{,}6 - 3{,}4\} \quad (\text{табл } 7)$$

Вывод. Разность явно не достоверна, ответ положителен, гипотеза не опровергнута и может считаться правильной до тех пор, пока не будет заменена более точной гипотезой.

Алгоритм 14

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ ДЛЯ МАЛОЧИСЛЕННЫХ ГРУПП

Первый способ	Второй способ
$$r = \frac{\Sigma V_1 V_2 - \frac{\Sigma V_1 \Sigma V_2}{n}}{\sqrt{C_1 C_2}}; \ (n \geqslant n_{st})$$ V_1, V_2 — даты признаков C_2, C_1 — дисперсии признаков $$C = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n}$$ n — число сравниваемых пар	$$r = \frac{C_1 + C_2 - C_d}{2\sqrt{C_1 C_2}}; \ (n > n_{st})$$ C_1, C_2, C_d — дисперсии по первому и второму признакам и ряду разностей $d = V_1 - V_2$ $$C = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n} \text{ и } C_d = \Sigma d^2 - \frac{(\Sigma d)^2}{n}$$ n — число сравниваемых пар

V_1	V_2	V_1^2	V_2^2	V_1V_2	V_1	V_2	V_1^2	V_2^2	$d = V_1 - V_2$	d^2
3	11	9	121	33	31	27	961	729	+4	16
7	10	49	100	70	22	24	484	576	−2	4
1	7	1	49	7	27	32	728	1024	−5	25
11	4	121	16	44	29	29	841	841	0	0
9	3	81	9	27	21	24	441	576	−3	9
5	9	25	81	45	30	27	900	729	+3	9
2	7	4	49	14	23	23	529	529	0	0
10	4	100	16	40	28	31	784	961	−3	9
4	12	16	144	48	25	30	625	900	−5	25
8	3	64	9	24	24	23	576	529	+1	1
60	70	470	594	352	260	270	6870	7394	−10	98

$C_1 = 470 - \dfrac{60^2}{10} = 110$ $C_2 = 594 - \dfrac{70^2}{10} = 104$ $r = \dfrac{352 - \dfrac{60 \cdot 70}{10}}{\sqrt{110 \cdot 104}} = \dfrac{-68}{107} = -\underline{0{,}64}$ $n = 10,\ n_{st} = \{10-15-23\}$ (табл. 9)	$C_1 = 6870 - \dfrac{260^2}{10} = 110$ $C_2 = 7394 - \dfrac{270^2}{10} = 104$ $C_d = 98 - \dfrac{10^2}{10} = 88$ $r = \dfrac{110 + 104 - 88}{2\sqrt{110 \cdot 104}} = \dfrac{+126}{214} = +\underline{0.59}$ $n = 10\quad n_{st} = \{11 - 18 - 27\}$ (табл. 9)
Вывод: Отрицательная корреляция в генеральной совокупности достоверна с вероятностью первого порога $B > 0{,}95$	Вывод: Положительная корреляция в генеральной совокупности на грани достоверности первого порога. В исследованиях пониженной ответственности такую корреляцию можно считать достоверной. В ответственных работах следует повторить оценку корреляции на новом более обширном материале.

Алгоритм 15

СОСТАВЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РЕШЕТКИ ДЛЯ ПОСЛЕДУЮЩЕГО ИЗМЕРЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ ПЕРВОГО ПРИЗНАКА (1) СО ВТОРЫМ (2)

ПЕРВИЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

x_1	107	169	121	168	167	124	138	145	130	98
x_2	60	93	54	90	86	57	64	71	47	43
1	133	50	163	87	135	111	$\boxed{188}$	72	140	132
2	57	37	81	50	61	37	101	44	67	55
1	117	165	147	153	149	179	172	142	151	113
2	50	84	73	70	74	$\boxed{104}$	87	69	65	42
1	134	155	93	161	159	80	139	173	137	177
2	59	73	37	80	77	35	66	90	63	95
1	102	136	157	185	127	131	152	115	175	104
2	48	62	75	97	63	53	67	48	93	53

Показатели двух вариационных рядов

$$n = 50, \quad r = 1 + 3{,}3 \log 50 \approx 7, \qquad k_1 = \frac{138}{7} \approx 20$$
(число классов)

$$\lim\nolimits_1 = 50 \div 188\ (138), \quad \lim\nolimits_2 = 35 \div 104\ (69), \qquad k_2 = \frac{69}{7} \approx 10.$$

Разноска корреляционной решетки (достаточно обозначить только начала классов). В скобках средины классов.

2 \ 1	50—(60)	70—(80)	90—(100)	110—(120)	130—(140)	150—(160)	170—(180)	n_2
95—(100)							: :4	4
85—(90)						:· 3	:·3	6
75—(80)						¦ : 5		5
65—(70)					6	: :4		10
55—(60)			·1	··2	7			10
45—(50)		·1	··2	:·3	··2			8
35—(40)	·1	··2	··2	··2				7
n_1	1	3	5	7	15	12	7	$N=50$

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ **ПО СПОСОБУ СУММ** ДЛЯ БОЛЬШИХ ГРУПП, ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ДОСТАТОЧНОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКИ

$$r = \frac{C_1' + C_2' - C_d'}{2\sqrt{C_1'C_2'}} \quad [N \geqslant N_{st}] \quad \text{табл. 9}$$

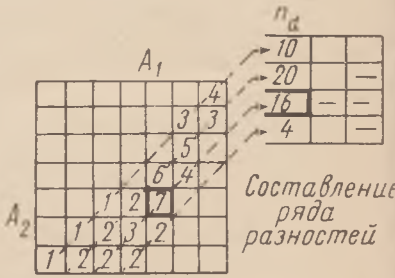
$$C_1' = \left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right)_1 \quad \left[S_1 = p_1 - q_1\right] = \left[\Sigma fa\right]$$

$$C_2' = \left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right)_2 \quad \left[S_2 = p_1 + q_1 + 2(p_2 + q_2)\right] = \left[\Sigma fa^2\right]$$

$$C_d' = \left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right)_d$$

C'_1, C'_2 — дисперсии, выраженные в квадратах классового промежутка ($C' = \frac{C}{k^2}$). Рассчитываются по указанным рабочим формулам для нижнего и правого суммарных вариационных рядов решетки.

C'_d — дисперсия по ряду разностей между центральными отклонениями срединных классов, выраженных в классовых промежутках. Рассчитываются по указанным рабочим формулам для ряда разностей, составленного путем суммирования частот по диагоналям решетки.



Условные средние (A_1A_2) устанавливаются как средины классов, соответствующих центральной ячейке, которая предварительно очерчивается в месте наибольшего скопления частот (можно в любой клетке решетки).

2 \ 1	60	80	100	120	A_1 140	160	180	n_2	$p_1 = 54$	$p_2 = 47$	n_d	$p_1 = 40$	$p_2 =$
100							4	4	4	4	10	10	10
90						3	3	6	10	14	20	30	—
80						5		5	15	29	16	—	—
70					6	4		10	25	—	4	4	—
$A_2 = 60$			1	2	7			10	—	—	50	$q_1 = 4$	$q_2 =$
50		1	2	3	2			8	15	—			
40	1	2	2	2				7	7	7			
n_1	1	3	5	7	15	12	7	$N = 50$	$q_1 = 22$	$q_2 = 7$			
$q_1 = 30$	1	4	9	16	—	19	7	$p_1 = 26$					
$q_2 = 20$	1	5	14	—	—	—	7	$p_2 = 7$					

$N = 50$

$N_{st} = \{5 - 7 - 9\}$

S_1	S_2	$\frac{S_1^2}{N}$	C'	$M=A+k\,\frac{S_1}{N}$	$\sigma=k\sqrt{\frac{C'}{N-1}}$
[illegible] = −4	$26+30+$ $+2(7+20)=110$	0,3	$110-0,3=$ $=109,7$	$140+20\,\frac{-4}{50}=$ $=138,4$	$20\sqrt{\frac{109,7}{49}}=$ $=29,9$
[illegible] = −32	$54+22+$ $+2(47+7)=184$	20,5	$184-20,5=$ $=163,5$	$60+10\,\frac{+32}{50}=$ $=66,4$	$10\sqrt{\frac{163,5}{49}}=$ $=183$
[illegible] = −36	$40+4+$ $+2(10+0)=64$	25,9	$64-25,9=$ $=38,1$	—	—

$$r=\frac{109{,}7+163{,}5-38{,}1}{2\sqrt{109{,}7\cdot 163{,}5}}=+\underline{\underline{0{,}88}}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ ПО СПОСОБУ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ДЛЯ БОЛЬШИХ ГРУПП, ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ ПРИ НАЛИЧИИ ДОСТАТОЧНОЙ СЧЕТНОЙ ТЕХНИКИ (НАЧИНАЯ С ХОРОШЕГО АРИФМОМЕТРА С ПОЛНОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ ЧИСЛА ОБОРОТОВ).

$$C'_{1\cdot2} = \sum (a_1 \Sigma f a_2) - \frac{(\Sigma n a_1)(\Sigma n a_2)}{N}$$

$$r = \frac{C'_{1\cdot2}}{\sqrt{C_1' C_2'}} \quad [N \geqslant N_{st}] \quad C_1' = \sum n a_1^2 - L, \quad L = \frac{(\Sigma n a_1)^2}{N}$$

$$C_2' = \sum n a_2^2 - H, \quad H = \frac{(\Sigma n a_2)^2}{N}$$

$C'_{1\cdot2}$ — дисперсия произведений центральных отклонений вариаций (срединклассов) по обоим признакам, причем эти отклонения выражены в классовых промежутках. Рассчитывается на основе произведений условных отклонений (a) по приведенной рабочей формуле.

$C'_1 C'_2$ — дисперсии первого и второго признака, выраженные в квадратах классового промежутка. Рассчитываются по указанным рабочим формулам для нижнего (1) и правого (2) суммарных вариационных рядов.

$\Sigma n a_1$, $\Sigma n a^2_1$, $\Sigma n a_2$, $\Sigma n a^2_2$, $\Sigma(a_1 \Sigma f a_2)$ рассчитываются на арифмометре путем накапливания элементарных произведений без записи и снятия промежуточных результатов.

2 \ 1	60	80	100	120	140	160	180	n_2	a_2
100							4	4	6
90						3	3	6	5
80						5		5	4
70					6	4		10	3
60			1	2	7			10	2
50		1	2	3	2			8	1
40	1	2	2	2				7	0
n_1	1	3	5	7	15	12	7	50	
a_1	0	1	2	3	4	5	6	—	
$\Sigma f a_2$	0	1	4	7	34	47	39	=132	

$C'_1 = 878 - 768{,}3 = 109{,}7$

$C_2' = 512 - 348{,}5 = 163{,}5$

$\Sigma(a_1 \Sigma f a_2) = 635$

$C'_{1\cdot2} = 635 - \frac{196 \cdot 132}{50} = +117{,}6$

$\Sigma n a_1 = 196$

$\Sigma n a_1^2 = 878$

$\Sigma n a_2 = 132$

$\Sigma n a_2^2 = 512$

$L = \frac{196^2}{50} = 768{,}3$

$H = \frac{132^2}{50} = 348{,}5$

$$r = \frac{+117{,}6}{\sqrt{109{,}7 \cdot 163{,}5}} = +0{,}88$$

$N = 50$

$N_{st} = \{5 - 7 - 9\}$ (табл. 9)

ПОЛНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

II \ I	60	80	100	120	140	150	180	n_2	a_2
100							4	4	6
90						3	3	6	5
80						5		5	4
70					6	4		10	3
60			1	2	7			10	2
50		1	2	3	2			8	1
$A=40$	1	2	2	2				7	0
n_1	1	3	5	7	15	12	7	50	
a_1	0	1	2	3	4	5	6	—	
Σfa_2	0	1	4	7	34	47	39	$=132$	
$h=\frac{(\Sigma fa_2)^2}{n_1}$	0	0,3	3,2	7,0	77,1	184,1	217,3		
$\bar{a}_2=\frac{\Sigma fa_2}{n_1}$	0,0	0,3	0,8	1,0	2,3	3,9	5,6		
$y_2=A+k\bar{a}_2$	40,0	43,0	48,0	50,0	63,0	79,0	96,0		

$N=50$ . . . объем решетки,
$g=7$ . . . число классов первого признака

$$C_1'=\Sigma n_1a_1^2-L==878-768,3=109,7$$

$$C_2'=\Sigma n_2a_2^2-H==512-348,5=163,5$$

$$C'h=\Sigma h-H==489,0-348,5=140,5$$

$$C'_{1\cdot 2}=\sum(a_1\Sigma fa_2)-\frac{(\Sigma na_1)(\Sigma na_2)}{N}==635-\frac{196\cdot 132}{50}=117,6$$

$$(C'_{1\cdot 2})^2=13829,8$$

$\Sigma na_1=196$

$\Sigma na_1^2=878$

$\Sigma na_2=132$

$\Sigma na_2^2=512$

$$L=\frac{196^2}{50}=768,3$$

$$H=\frac{132^2}{50}=348,5$$

$\Sigma h=489,0$

$\Sigma(a_1\Sigma fa_2)=635$ (для расчета r^2)

$\Sigma(a_1^2\Sigma fa_2)=3203$ (для расчетов регрессий)

Показатель прямолинейной связи (квадрат коэффициента корреляции)

$$r^2=\frac{(C'_{1\cdot 2})^2}{C_1'C_2'}=\frac{13829,8}{109,7\cdot 163,5}=0,77;\quad F_{r^2}=\frac{r^2(N-2)}{1-r^2}=\frac{(0,77)(48)}{0,23}=160,7$$

$\nu_1=1,\quad \nu_2=N-2=48,\quad F_{st}=\{4,0-7,2-12,3\}$ (табл. 6)

Показатель криволинейной связи (квадрат корреляционного отношения)

$$\eta^2=\frac{C'_h}{C'_2}=\frac{140,5}{163,5}=0,86;\quad F_{\eta^2}=\frac{\eta^2(N-g)}{(1-\eta^2)(g-1)}=\frac{(0,86)(43)}{(0,14)(6)}=44,0$$

$\nu_1=g-1=6,\quad \nu_2=N-g=43\quad F_{st}=\{2,3-3,3-4,8\}$

Критерий криволинейности

$$F_\xi=\frac{(\eta^2-r^2)(N-g)}{(1-\eta^2)(g-2)}=\frac{(0,86-0,77)(43)}{(0,14)(5)}=5,5$$

$\nu_1=g-2=5,\quad \nu_2=N-g=43,\quad F_{st}\{2,4-3,5-5,2\}$

Алгоритм 19

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ ДЛЯ МАЛЫХ ГРУПП

СХЕМА РАСЧЕТОВ

	Градации 1	2	3	4	5
Даты V	2 3 1	4 3 6 3	5 6 4 6 9	9 7 6 6	3 6 5 6
n	3	4	5	4	4
ΣV	6	16	30	28	20
$h=\frac{(\Sigma V)^2}{n}$	12	64	180	196	100
ΣV^2	14	70	194	202	106
Частные средние M_i	2	4	6	7	5

Число градаций $r=5$

$$H=\frac{\Sigma V^2}{N}=\frac{100^2}{20}=500$$

Объем комплекса $N=\Sigma n=20$

$\Sigma\Sigma V=100$

$\Sigma h=552$

$\Sigma V^2=586$

Общая средняя $M_\Sigma=5$

Факториальная дисперсия
$C_x=\Sigma h-H=552-500=$

Случайная дисперсия
$C_z=\Sigma V^2-\Sigma h=586-552=$

Общая дисперсия
$C_y=\Sigma V^2-H=586-500=$

Факториальная варианса
$$\sigma^2_x=\frac{C_x}{r-1}=\frac{52}{4}=13{,}00$$

Случайная варианса
$$\sigma^2_z=\frac{C_z}{N-r}=\frac{34}{15}=2{,}27$$

Показатель силы влияния $\eta^2_x=\frac{C_x}{C_y}=\frac{52}{86}=\underline{\underline{0{,}605}}$

Его ошибка $m_{\eta^2_x}=(1-\eta^2_x)\cdot\frac{r-1}{N-r}=0{,}395\cdot\frac{4}{15}=0{,}105$

Его достоверность $\Phi=\frac{\eta^2_x}{m_{\eta^2_x}}=\frac{0{,}605}{0{,}105}=\underline{\underline{5{,}76}}$

$\nu_1=r-1=4$

$\nu_2=N-r=15$

$F_{st}=\{3{,}1-4{,}9-8{,}3\}$

Доверительные границы генерального показателя

$\Delta=F_{st}\,m_{\eta^2_x}=3{,}1\cdot0{,}105=0{,}33\,(B=0{,}95)$ $\tilde{\eta}^2_x$ —
$\tilde{\eta}^2_x+\Delta=0{,}61+0{,}33=0{,}94$
$\tilde{\eta}^2_x-\Delta=0{,}61-0{,}33=0{,}28$

Показатель достоверности по Фишеру

$$F=\frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z}=\frac{13{,}00}{2{,}27}=\underline{\underline{5{,}74}}$$

Общий вывод:
Влияние фактора достоверно с вероятностью $B>0{,}99$. Для всех объектов данной категории влияние изучаемого фактора может составить не менее 28% от общего влияния всей суммы факторов

Форма итоговой записи

Разнообразие	Дисперсии (суммы квадратов) C	Числа степеней свободы ν	Вариансы (средние квадраты) σ^2
Факториальное (межгрупповое)	52	4	13,00
Случайное (внутригрупповое)	34	15	2,27
Общее	86	19	4,53

$\eta^2_x=\underline{\underline{0{,}605}}\pm0{,}105$

$\Phi=\frac{0{,}605}{0{,}105}=\underline{\underline{5{,}76}}$

$F=\frac{13{,}00}{2{,}27}=\underline{\underline{5{,}74}}$ (проверка)

$F_{st}=\{3{,}1-4{,}9-8{,}3\}$ (табл. 6)

Алгоритм 20

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

для количественных признаков
для больших групп
при малозначных датах

A — фактор
A_1, A_2, A_3 . . . . градации
V — результативный признак

V \ A	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	n	$r=5$
6	1		3			4	$H=\frac{(\Sigma V)^2}{N}=\frac{127^2}{30}=537,6$
5	3	2	3	2		10	
4	2	2		2	2	8	
3		1		1	3	5	
2				1	2	3	
n_A	6	5	6	6	7	$N=\Sigma n=30$	
ΣV	29	21	33	23	21	$=127$	
$h=\frac{(\Sigma V)^2}{n_A}$	140,2	88,2	181,5	88,2	63,0	$\Sigma h=561,1$	

$$S_1=\Sigma nV=+127$$
$$S_2=\Sigma nV^2=579$$

Факториальная дисперсия

$$C_x=\Sigma h-H=561,1-537,6=23,5$$

Случайная дисперсия

$$C_z=S_2-\Sigma h=579-561,1=17,9$$

Общая дисперсия

$$C_y=S_2-H=579-537,6=41,4$$

Факториальная варианса

$$\sigma_x^2=\frac{C_x}{r-1}=\frac{23,5}{4}=5,875$$

Случайная варианса

$$\sigma_z^2=\frac{C_z}{N-r}=\frac{17,9}{25}=0,716$$

Показатель силы влияния $\eta_x^2=\frac{C_x}{C_y}=\frac{23,5}{41,4}=\underline{\underline{0,568}}$

Его ошибка $m_{\eta_x^2}=(1-\eta_x^2)\frac{r-1}{N-r}=0,432\cdot\frac{4}{25}=0,069$

Его достоверность $\Phi=\frac{\eta_x^2}{m_{\eta_x^2}}=\frac{0,568}{0,069}=\underline{\underline{8,2}}$ $\quad \nu_1=4;\ \nu_2=25$

$F_{st}=\{2,8-4,2-6,5\}$

табл. 6

Доверительные границы генерального показателя

$\Delta=F_{st}\,m_{\eta_x^2}=2,8\cdot0,069=0,19;$ $(B=0,95)$

$$\overline{\eta}_x^2=\begin{cases}\tilde{\eta}_x^2+\Delta=0,57+0,19=0,76\\ \tilde{\eta}_x^2-\Delta=0,57-0,19=0,38\end{cases}$$

Показатель достоверности по Фишеру

$$F = \frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z} = \frac{5,875}{0,716} = 8,2$$

Общий вывод:
Влияние достоверно в высшей сте-
ни. Для всех объектов данной к
тегории влияние изученного фа
тора может составить ($B = 0.9$
не менее 38% и не более 76%
общего влияния всей суммы фа
торов

Форма итоговой записи

Разнообразие	дисперсии (суммы квадратов) C	Числа степеней свободы ν	Вариансы (средние квадраты) σ^2
Факториальное (межгрупповое)	23,5	4	5,875
Случайное (внутригрупповое)	17,9	25	0,716
Общее	41,4	29	1,428

$\eta_x^2 = 0,568 \pm 0,069$

$$\Phi = \frac{0,568}{0,069} = 8,2$$

$$F = \frac{5,875}{0,716} = 8,2$$

$F_{st} = \{2,8 - 4,2 - 6,$

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

для количественных признаков

для больших групп

при многозначных датах

A — фактор
A_1, A_2 . . . . . градации
W — вариации ⎫
a — условные ⎬ результативный признак
отклонения ⎭

A									
W	a	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	n	$r=6$
2500	5	1		1	1			3	
2450	4	3	2	1	1	1	1	9	$H=$
2400	3	2	3	3	2	1	2	13	$=\frac{(\Sigma na)^2}{N}=$
2350	2	1	2	4	3	2	2	14	$=\frac{126^2}{50}=$
2300	1			3	2	2	1	8	$=317{,}52$
2250	0				1	2		3	
n_A		7	7	12	10	8	6	$N=\Sigma n=50$	
Σna		25	21	29	23	13	15	$=126$	
$h=\frac{(\Sigma na)^2}{n_A}$		89,3	63,0	70,1	52,9	21,1	37,5	$\Sigma h=333{,}9$	

$S_1 = \Sigma na = 126;$
$S_2 = \Sigma na^2 = 400$

Факториальная дисперсия
$$C_x = \Sigma h - H = 333{,}9 - 317{,}5 = 16{,}4$$

Случайная дисперсия
$$C_z = S_2 - \Sigma h = 400 - 333{,}9 = 66{,}1$$

Общая дисперсия
$$C_y = S_2 - H = 400 - 317{,}5 = 82{,}5$$

Факториальная варианса
$$\sigma^2_x = \frac{C_x}{r-1} = \frac{16{,}4}{5} = 3{,}28$$

Случайная варианса
$$\sigma^2_z = \frac{C_z}{N-r} = \frac{66{,}1}{44} = 1{,}50$$

Показатель силы влияния $\eta^2_x = \frac{C_x}{C_y} = \frac{16{,}4}{82{,}5} = = \underline{0{,}199}$

Его ошибка $m_{\eta^2_x} = (1 - \eta^2_x)\,\frac{r-1}{N-r} = 0{,}801\,\frac{5}{44} = 0{,}091$

Его достоверность $\Phi = \frac{\eta^2_x}{m_{\eta^2_x}} = \frac{0{,}199}{0{,}191} = \underline{2{,}2}$ $\quad \nu_1 = r - 1 = 5, \quad \nu_2 = N - r = 44$

$F_{st} = \{2{,}4 - 3{,}5 - 5{,}1\}$

$$F = \frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z} = \frac{3,28}{1,50} = \underset{\sim}{2,2}$$

Общий вывод:

В выборочном комплексе обнаруж... но влияние фактора в разме... 20%. Выборочный показатель о... зался недостоверным. Осталось ... известным, влияет фактор на об... екты изученной категории или ... влияет.

Форма итоговой записи

Разнообразие	Дисперсии (суммы квадратов) C	Числа степеней свободы ν	Вариансы (средние квадраты) σ^2
Факториальное (межгрупповое)	16,4	5	3,28
Случайное (внутригрупповое)	66,1	44	1,50
Общее	82,5	49	1,68

$\eta^2_x = 0,199 \pm 0,91$

$$\Phi = \frac{0,199}{0,091} = \underset{\sim}{2,2}$$

$$F = \frac{3,28}{150} = \underset{\sim}{2,2}$$

$F_{st} = \{2,4—3,5—5,$

(табл. 6)

Алгоритм 22

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ОДНОФАКТОРНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ
СХЕМА РАСЧЕТОВ:

	Градации					Число градаций $r=5$	
	1	2	3	4	5	$H=\frac{(\Sigma m)^2}{N}=\frac{48^2}{160}=14,4$	Факториальная дисперсия $C_x=\Sigma h-H=19,6-14,4=5,2$
x	20	30	40	30	40	$N=\Sigma n=160$	Случайная дисперсия $C_z=\Sigma m-\Sigma h=48-19,6=28,4$
m	2	3	8	15	20	$\Sigma m=48$	Общая дисперсия $C_y=\Sigma m-H=48-14,4=33,6$
$h=\frac{m^2}{n}$	0,2	0,3	1,6	7,5	10,0	$\Sigma h=19,6$	Факториальная варианса $\sigma_x^2=\frac{C_x}{r-1}=\frac{5,2}{4}=1,300$
$p=\frac{m}{n}$	0,1	0,1	0,2	0,5	0,5	$p_\Sigma=0,3$	Случайная варианса $\sigma_z^2=\frac{C_z}{N-r}=\frac{28,4}{155}=0,183$

Показатель силы влияния $\eta_x^2=\frac{C_x}{C_y}=\frac{5,2}{33,6}=\underline{\underline{0,155}}$

Его ошибка $m_{\eta_x^2}=(1-\eta_x^2)\frac{r-1}{N-r}=0,845\cdot\frac{4}{155}=0,0218$

Его достоверность $\Phi=\frac{\eta_x^2}{m_{\eta_x^2}}=\frac{0,155}{0,0218}=\underline{\underline{7,1}}$

$\nu_1=r-1=4$

$\nu_2=N-r=155$

$F_{st}=\{2,4-3,4-4,9\}$

Доверительные границы генерального показателя

$\Delta=F_{st}\,m_{\eta_x^2}=2,4\cdot0,0218=0,052$

$\tilde{\eta}_x^2+\Delta=0,155+0,052=0,207$

$\tilde{\eta}_x^2-\Delta=0,155-0,052=0,103$

$(B=0,95)$

Показатель достоверности по Фишеру

$$F=\frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}=\frac{1,300}{0,183}=\underline{\underline{7,1}}$$

Общий вывод:
Влияние фактора достоверно в высшей степени. Для всех объектов данной категории влияние изученного фактора может составить (с $B=0,95$) не менее 10% и не более 21% от общего влияния всей суммы факторов.

Форма итоговой записи				
Разнообразие	Дисперсия (суммы квадратов) C	Числа степеней свободы ν	Вариансы (средние квадраты) σ^2	$\eta^2_x = 0,155 \pm 0,02$
Факториальное (межгрупповое)	5,2	4	1,300	$\Phi = \frac{0,155}{0,0218} = 7,1$
Случайное (внутригрупповое)	28,4	155	0,183	$F = \frac{1,300}{0,183} = 7,1$
				$F_{st} = \{2,4—3,4 —$
Общее	33,6	159	0,211	

Алгоритм 23

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

для количественных признаков
для малых групп

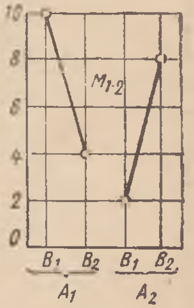
Первый фактор A, градации A_1A_2
Второй фактор B, градации B_1B_2
Результативный признак V

	A_1		A_2		$r_A=2$
	B_1	B_2	B_1	B_2	$r_B=2$
V	8,12	3,4,5	1,3	6,8,10	$H=\frac{(\Sigma V)^2}{N}=360$
n	2	3	2	3	$N=10$
ΣV	20	12	4	24	$\Sigma V=60$
ΣV^2	208	50	10	200	$\Sigma V^2=468$
$\frac{(\Sigma V)^2}{n}$	200	48	8	192	$\Sigma h=448$
$M=\frac{\Sigma V}{n}$	10	4	2	8	$M_\Sigma=6$

	n	ΣV	$h_i=\frac{(\Sigma V)^2}{n}$	M_i
A_1	5	32	204,8	6,4
A_2	5	28	156,8	5,6
$h_A=361,6$				
B_1	4	24	144,0	6,0
B_2	6	36	216,0	6,0
$h_B=360,0$				

	A	B	AB	x	z	y
C	h_A-H 1,6	h_B-H 0,0	$C_x-C_A-C_B$ 86,4	$\Sigma h-H$ 88,0	$\Sigma V^2-\Sigma h$ 20,0	ΣV^2-H 108,0
$\eta^2=\frac{C_i}{C_y}$	0,015	0,000	0,800	0,815	0,185	1,000
ν	r_A-1 1	r_B-1 1	$\nu_A\cdot\nu_B$ 1	r_Ar_B-1 3	$N-r_Ar_B$ 6	$N-1$ 9
$\sigma^2=\frac{C_i}{\nu_i}$	1,6	0,0	86,4	29,33	3,33	
$F=\frac{\sigma_i^2}{\sigma_z^2}$	0,5	0,0	25,9	8,9		

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	3
6 табл 6	35,5 13,4 6,0	23,7 9,8 4,8



$$m_{\eta^2_{AB}}=\eta^2_{AB}\frac{\sigma_z^2}{\sigma^2_{AB}}=0,8\frac{3,33}{86,4}=0,031;\qquad \bar{\eta}^2_{AB}=\{0,61\div0,99\}$$

$$m_{\eta^2_x}=(1-\eta_x^2)\frac{\nu_x}{\nu_z}=0,092;\qquad \bar{\eta}_x^2=\{0,38\div1,00\}$$

Выводы:

1. В выборочном комплексе оказались достоверными только взаимодействия градаций $\tilde{\eta}^2_{AB} = \underline{\underline{0,80}}\,(0,61 \div 0,99)$ и суммарное действие факторов $\tilde{\eta}^2_x = \underline{0,82}\ (0,38 \div 1,00)$.
2. Это означает, что сила каждого фактора в значительной степени определяется градацией другого фактора. При A_1 второй фактор ($B_1 \rightarrow B_2$) понижает результативный признак в среднем от 10 до 4; при A_2 второй фактор ($B_2 \rightarrow B_2$), наоборот, повышает результативный признак в среднем от 2 до 8.
3. Анализ действия каждого такого фактора без совместного анализа действия обоих факторов дает ложное заключение о слабом, недостоверном влиянии или о полном отсутствии влияния ($\eta^2 = 0$) каждого фактора, хотя эти факторы могут иметь большую силу действия, но только при определенной градации другого фактора.

Алгоритм 24

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

[illegible] количественных признаков
[illegible] больших групп
$[illegible] = 10,\ k = 10$

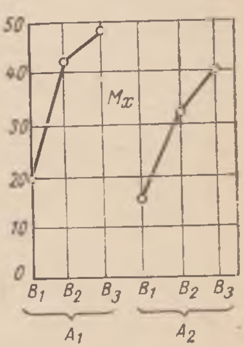
первый фактор A, градации A_1A_2
второй фактор B, градации $B_1B_2B_3$
Результативный признак:
вариации W
условные отклонения a

[illegible]		A_1			A_2			$r_A=2$, $r_B=3$
		B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	
[illegible]	5			2				$H=\frac{(\Sigma fa)^2}{N}=$
[illegible]	4		4	4		1	2	$=\frac{131^2}{50}=$
[illegible]	3		6	3		2	5	$=343{,}2$
[illegible]	2	1	2			6	2	
[illegible]	1	2			2	3		
[illegible]	0	1			2			
[illegible]		4	12	9	4	12	9	$N=50$
[illegible]		4	38	35	2	25	27	$\Sigma fa=131$
[illegible]		5	126	141	2	61	85	$\Sigma fa^2=421$
[illegible]		[illegible]	120,3	136,1	1,0	52,1	81,0	$\Sigma h=394{,}5$
[illegible]		[illegible]	3,2	3,9	0,5	2,1	3,0	
[illegible]		[illegible]	42,0	49,0	15,0	31,0	40,0	

	n	Σfa	$h=\frac{(\Sigma fa)^2}{n}$	$\bar{a}$	$M_i = A+k\bar{a}$
A_1	25	77	237,2	3,08	40,8
A_2	25	54	116,4	2,16	31,6
$h_A=353{,}6$					
B_1	8	6	4,5	0,75	17,5
B_2	24	63	165,4	2,63	36,3
B_3	18	62	213,6	3,44	44,4
$h_B=383{,}5$					

[illegible]	A	B	AB	x	z	y
[illegible]	h_A-H [illegible]	h_B-H [illegible]	$C_x-C_A-C_B$ 0,6	$\Sigma h-H$ 51,3	$\Sigma fa^2-\Sigma h$ 26,5	Σfa^2-H 77,8
[illegible]	[illegible]	0,518	0,008	0,66	0,34	1,00
[illegible]	r_A-1 [illegible]	r_B-1 2	$\nu_A\cdot\nu_B$ 2	r_Ar_B-1 5	$N-r_Ar_B$ 44	$N-1$ 49
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,3	10,3	0,6	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,5	17,2		

ν_1 \ ν_2	1	2	5
44 табл 6	12,5	8,2	5,1
	7,2	5,1	3,5
	4,1	3,2	2,4



$$m_{\eta^2_A} = \eta^2_A \cdot \frac{\sigma^2_z}{\sigma^2_A} = 0,314\ \frac{0,6}{10,4} = 0,0077; \quad \overline{\eta^2_A} = (0,10 \div 0,17)$$

$$m_{\eta^2_B} = \eta^2_B \cdot \frac{\sigma^2_z}{\sigma^2_B} = 0,518\ \frac{0,6}{20,2} = 0,0514; \quad \overline{\eta^2_B} = (0,47 \div 0,57)$$

$$m_{\eta_x{}^2} = (1 - \eta^2{}_x) \cdot \frac{\nu_x}{\nu_z} = 0,34\ \frac{5}{44} = 0,0386; \quad \overline{\eta_x{}^2} = (0,57 \div 0,75)$$

Выводы:

1. В высшей степени достоверным оказалось влияние каждого факт[о]
   в отдельности и их суммарного действия.
2. Влияние взаимодействия градаций оказалось очень малым и сов[ер]шенно недостоверным.
3. Это значит, что в исследовании не обнаружено зависимости влия[ния] каждого фактора от того, при какой градации другого фактора [он] действовал.

Алгоритм 9б

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ (СХЕМА)

	A_1				A_2				A_3				$r_A=3$
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_3	B_4	$r_B=4$
n	10	20	10	20	20	40	20	40	10	20	10	20	$N=\Sigma n=240$
m	5	12	7	16	18	28	10	12	1	6	5	14	$\Sigma m=134$
$h=\frac{m^2}{n}$	2,5	7,2	4,9	12,8	16,2	19,6	5,0	3,6	0,1	1,8	2,5	9,8	$\Sigma h=86,0$
$p_x=\frac{m}{n}$	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,70	0,50	0,30	0,10	0,30	0,50	0,70	$H=\frac{(\Sigma m)^2}{\Sigma n}=$ $=74,82$

	A	B	AB	x	z	y
C_i	h_A-H 1,65	h_B-H 0,18	$C_x-C_A-C_B$ 9,35	$\Sigma h-H$ 11,18	$\Sigma m-\Sigma h$ 48,0	$\Sigma m-H$ 59,18
$\eta^2_i=\frac{C_i}{C_y}$	0,028	0,003	0,158	0,189	0,811	1,000
ν	r_A-1 2	r_B-1 3	$\nu_A\cdot\nu_B$ 6	$r_A r_B-1$ 11	$N-r_A r_B$ 228	$N-1$ 239
$\sigma^2_i=\frac{C_i}{\nu_i}$	0,83	0,06	1,56	1,02	0,21	—
$F=\frac{\sigma^2_i}{\sigma^2_z}$	4,0	0,3	7,4	4,9	—	—

	Σn	Σm	$h_i=\frac{(\Sigma m)^2}{\Sigma n}$	p_i
A_1	60	40	26,67	0,67
A_2	120	68	38,53	0,57
A_3	60	26	11,27	0,43
$h_A=76,47$				
B_1	40	24	14,40	0,60
B_2	80	46	26,45	0,58
B_3	40	22	12,10	0,55
B_4	80	42	22,05	0,53
$h_B=75,00$				

ν_2 \ ν_1	2	3	6	11
228	7,2	5,6	3,9	3,1
	4,7	3,9	2,9	2,3
	3,0	2,6	2,1	1,8

Алгоритм 26

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

для количественных признаков
для малых групп

V \ A, B	A_1 B_1	A_1 B_2	A_1 B_3	A_2 B_1	A_2 B_2	A_2 B_3	$r_A = 2$, $r_B = 3$
V	2,3,4	3,3,3,4	4,5,6,7,8	2,3,3,4	7,8,8,9,9	4,5,5,5,6	
n	3	4	5	4	5	5	$N = 26$
ΣV	9	13	30	12	41	25	$\Sigma V = 130$
ΣV^2	29	43	190	38	339	127	$\Sigma V^2 = 766$
$h = \frac{(\Sigma V)^2}{n}$	27,0	42,3	180,0	36,0	336,2	125,0	$\Sigma h = 746,5$
$M_x = \frac{\Sigma V}{n}$	3,0	3,3	6,0	3,0	8,2	5,0	$\Sigma M_x = 28,5$
M_x^2	9,00	10,89	36,00	9,00	67,24	25,00	$\Sigma M^2_x = 157,13$

	Число средних g	ΣM_x	$M_i = \frac{\Sigma M_x}{g}$	M_i^2
A_1	3	12,3	4,1	16,81
A_2	3	16,2	5,4	29,16
$h_A = \Sigma M^2_A = 45,97$				
B_1	2	6,0	3,0	9,0
B_2	2	11,5	5,8	33,64
B_3	2	11,0	5,5	30,25
$h_B = \Sigma M^2_B = 72,89$				

$$M = \frac{\Sigma M_x}{r_A r_B} = \frac{28,5}{6} = 4,75; \quad M^2 = 22,56$$

$$H = \frac{(\Sigma V)^2}{N} = \frac{130^2}{26} = 650$$

$$C'_A = N\left(\frac{\Sigma M_A^2}{[illegible]} - M^2\right) = 26\left(\frac{45,97}{[illegible]} - 22,56\right) = 11,18$$

$$C_y = \Sigma V^2 - H = 766 - 650 = 116$$

$$C'_B = N\left(\frac{\Sigma M_B^2}{r_B} - M^2\right) = 26\left(\frac{72,89}{3} - 22,56\right) = 45,24$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h = 766 - 746,5 = 19,5$$

$$C_x' = N\left(\frac{\Sigma M^2{}_x}{r_A\, r_B} - M^2\right) = 26\left(\frac{157,13}{6} - 22,56\right) = \boxed{94,38}$$

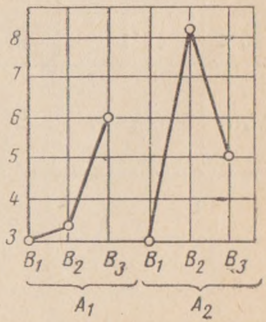
$$C_x = \Sigma h - H = 746,5 - 650 = \boxed{96,5}$$

$$C'_{AB} = C_x' - C'_A - C'_B = 94,38 - 11,18 - 45,24 = 37,96$$

$$\alpha = \frac{C_x}{C'_x} = \frac{96,5}{94,38} = 1,022$$

	A	B	AB	x	z	y
C'	11,18	45,24	37,96	94,38	—	—
$C = \alpha C'$	11,4	46,3	38,8	96,5	19,5	116,0
$\eta^2 = \frac{C_i}{C_y}$	0,098	0,399	0,335	0,832	0,168	1,000
ν	$r_A - 1$ 1	$r_B - 1$ 2	$\nu_A\ \nu_B$ 2	$r_A\, r_B - 1$ 5	$N - r_A\, r_B$ 20	$N - 1$ 25
$\sigma^2{}_i = \frac{C_i}{\nu_i}$	11,4	23,2	19,4	19,3	0,98	
$F_i = \frac{\sigma^2{}_i}{\sigma^2{}_z}$	11,6	23,8	19,8	19,7		

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	5
20 табл. 6	14,8 8,1 4,3	10,0 5,8 3,5	6,5 4,1 2,7



Алгоритм 27

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

для количественных признаков
для больших групп

W	A, B / a	A_1 B_1	A_1 B_2	A_2 B_1	A_2 B_2	A_3 B_1	A_3 B_2	$r_A = 3$, $r_B = 2$
45	5						2	
40	4		1		2		5	
35	3		1	1	1	1		—
30	2	1	3	1	2	1	1	
25	1	2	3			5		
20	0	3		3		3		
n		4	8	5	5	10	8	$N=40$
Σfa		4	16	5	15	10	32	$S_1=82$
Σfa^2		6	40	13	49	18	134	$S_2=260$
$h=\frac{(\Sigma fa)^2}{n}$		4,0	32,0	5,0	45,0	10,0	128,0	$\Sigma h=224$
$\bar{a}=\frac{\Sigma fa}{n}$		1	2	1	3	1	4	$\Sigma\bar{a}=12$

	g	$\Sigma\bar{a}$	$M_i=\frac{\Sigma\bar{a}}{g}$	M^2_i
A_1	2	3	1,5	2,25
A_2	2	4	2,0	4,00
A_3	2	5	2,5	6,25
$h_A=12,50$				
B_1	3	3	1,0	1,00
B_2	3	9	3,0	9,00
$h_B=10,00$				

ν_2 \ ν_1	1	2	5
	13,1	8,6	5,4
34	7,4	5,3	3,6

$$M=\frac{\Sigma\bar{a}}{r_A r_B}=\frac{12}{6}=2;\quad M^2=4$$

$$C'_A=N\left(\frac{h_A}{r_A}-M^2\right)=40\left(\frac{12,50}{3}-4\right)=6,8$$

$$C'_B=N\left(\frac{h_B}{r_B}-M^2\right)=40\left(\frac{10,0}{2}-4\right)=40,0$$

$$C_x'=N\left(\frac{\Sigma\bar{a}^2}{r_A r_B}-M^2\right)=40\left(\frac{32}{6}-4\right)=\boxed{53,3}$$

$$C'_{AB}=C_x'-C'_A-C'_B=53,3-6,8-40,0=6,5$$

$$H=\frac{S^2_1}{N}=\frac{82^2}{40}=168,1$$

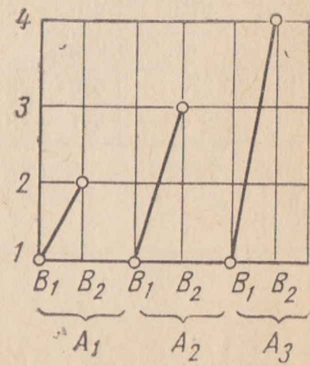
$$C_y=S_2-H=260-168,1=91,9$$

$$C_z=S_2-\Sigma h=260-224=36,0$$

$$C_x=\Sigma h-H=224-168,1=\boxed{55,9}$$

$$\alpha=\frac{C_x}{C_x'}=\frac{55,9}{53,3}=1,049$$

	A	B	AB	x	z	y
C'	6,8	40,0	6,5	53,3	—	—
$C=\alpha C'$	7,1	42,0	6,8	55,9	36,0	91,9
$\eta^2_i=\frac{C_i}{C_y}$	0,077	0,457	0,074	0,608	0,392	1,000
ν	r_A-1 2	r_B-1 1	$\nu_A\cdot\nu_B$ 2	$r_A r_B-1$ 5	$N-r_A r_B$ 34	$N-1$ 39
$\sigma^2_i=\frac{C_i}{\nu_i}$	3,6	40,0	3,4	11,2	1,059	—
$F_i=\frac{\sigma^2_i}{\sigma^2_z}$	3,4	37,8	3,2	10,6	—	—



Зак. 126

Алгоритм 28

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ

	A_1			A_2			$r_A = 2$
	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	$r_B = 3$
n	70	20	10	10	100	90	$N = 300$
m	14	10	8	1	30	45	$\Sigma m = 108$
$h = \frac{m^2}{n}$	2,8	5,0	6,4	0,1	9,0	22,5	$\Sigma h = 45,8$
p_x	0,2	0,5	0,8	0,1	0,3	0,5	$\Sigma p_x = 2,4$
p^2_x	0,04	0,25	0,64	0,01	0,09	0,25	$\Sigma p^2_x = 1,28$

	g	Σp_x	$M_i = \frac{\Sigma p_x}{g}$	M_i^2
A_1	3	1,5	0,5	0,25
A_2	3	0,9	0,3	0,09
$\Sigma M^2_A = 0,340$				
B_1	2	0,3	0,15	0,0225
B_2	2	0,8	0,40	0,1600
B_3	2	1,3	0,65	0,4225
$\Sigma M^2_B = 0,605$				

$$M = \frac{\Sigma p_x}{r_A r_B} = \frac{2,4}{6} = 0,4 \quad M^2 = 0,16$$

$$H = \frac{(\Sigma m)^2}{N} = \frac{108^2}{300} = 38,9$$

$$C'_A = N\left(\frac{\Sigma M_A^2}{r_A} - M^2\right) = 300\left(\frac{0,34}{2} - 0,16\right) = 3,0$$

$$C_y = \Sigma m - H = 108 - 38,9 = 69,1$$

$$C'_B = N\left(\frac{\Sigma M_B^2}{r_B} - M^2\right) = 300\left(\frac{0,605}{3} - 0,16\right) = 12,6$$

$$C_z = \Sigma m - \Sigma h = 108 - 45,8 = 62,2$$

$$C_x' = N\left(\frac{\Sigma p_x^2}{r_A r_B} - M^2\right) = 300\left(\frac{1,28}{6} - 0,16\right) = \boxed{15,9}$$

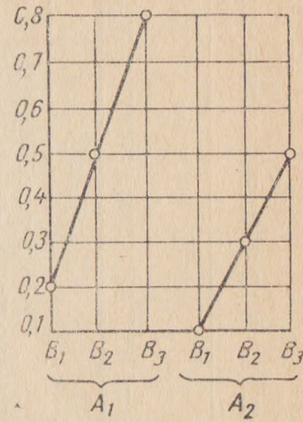
$$C_x = \Sigma h - H = 45,8 - 38,9 = \boxed{6,9}$$

$$C'_{AB} = C_x' - C'_A - C'_B = 15,9 - 3,0 - 12,6 = 0,3$$

$$\alpha = \frac{C_x}{[illegible]} = \frac{6,9}{[illegible]} = 0,434$$

	A	B	AB	x	z	y
C'	3,0	12,6	0,3	15,9	—	—
$C=\alpha C'$	1,30	5,47	0,13	$C_x=6,90$	$C_z=62,2$	$C_y=69,1$
$\eta_i^2=\frac{C_i}{C_y}$	0,019	0,079	0,002	0,100	0,900	1,000
ν	r_A-1 1	r_B-1 2	$\nu_A\cdot\nu_B$ 2	$r_A r_B-1$ 5	$N-r_A r_B$ 294	$N-1$ 299
$\sigma_i^2=\frac{C_i}{\nu_i}$	1,30	2,74	0,07	1,38	0,212	
$F_i=\frac{\sigma_i^2}{\sigma^2_z}$	6,1	12,9	0,3	6,5		

ν_2 \ ν_1	1	2	5
	11,2	7,2	4,3
294 табл. 6	6,8	4,7	3,2
	3,9	3,0	2,3



Алгоритм 29

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОСТАТОЧНОЙ ЧИСЛЕННОСТИ ВЫБОРКИ $\hat{n}$

1. Если $k<0{,}2$; $\hat{n}=\frac{t^2}{k^2}$

2. Если $k\geqslant 0{,}2$ $\hat{n}=f\,(B,\,k)$—определяется по математической табл. 11

t — показатель надежности для четырех порогов вероятности (B) безошибочных прогнозов

пороги	B	t	t^2
нулевой (0)	0,90	1,645	2,706
первый (1)	0,95	1,960	3,842
второй (2)	0,99	2,576	6,636
третий (3)	0,999	3,291	10,831

$k=\frac{\Delta}{\sigma}$ — показатель точности, нормированная погрешность.

Δ — абсолютная максимально допустимая погрешность при оценке генерального параметра по выборочным данным. Определяется на основе имеющихся сведений с учетом изученности предмета исследования и ответственности возможных результатов биологического анализа.

$\bar{\sigma}$ — генеральная сигма, примерное значение которой намечается на основе имеющихся данных и предположений следующими способами.

1. При изучении средних величин:

$\bar{\sigma}=\frac{\Sigma\,\sigma_i}{r}$ — на основе предыдущих исследований r — число усредняемых сигм

$\bar{\sigma}=\frac{\max-\min}{5\text{ или }6}$ — по наблюдаемым или предполагаемым лимитам в генеральной совокупности

$\bar{\sigma}=\frac{M\cdot V}{100}$ — по предполагаемым средней M и коэффициенту вариации CV, считая, что для признаков со слабым разнообразием $CV<10$, со средним $CV=(10\div 20)$, с сильным $CV>20\%$

2. При изучении долей:

$\sigma_P=\sqrt{PQ}$ — где P — предполагаемая доля в генеральной совокупности, $Q=1-P$

$\sigma_P=0{,}5$ — если нет никаких предположений о величине генеральной доли.

3. При изучении разности средних и разности долей:

при $n_1=n_2$ $\quad \bar{\sigma}_d=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$

при $n_1=\frac{n_2}{e}$ $\quad \bar{\sigma}_d=\sqrt{\sigma_1^2+\frac{\sigma_2^2}{e}}$

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица 1

Квадраты чисел

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10	10 000	10 201	10 404	10 609	10 816	11 025	11 236	11 449	11 664	11 881
11	12 100	12 321	12 544	12 769	12 996	13 225	13 456	13 689	13 924	14 161
12	14 400	14 641	14 884	15 129	15 376	15 625	15 876	16 129	16 384	16 641
13	16 900	17 161	17 424	17 686	17 956	18 225	18 496	18 769	19 044	19 321
14	19 600	19 881	20 164	20 449	20 736	21 025	21 316	21 609	21 904	22 201
15	22 500	22 801	23 104	23 409	23 716	24 025	24 336	24 649	24 964	25 281
16	25 600	25 921	26 244	26 569	26 896	27 225	27 556	27 889	28 224	28 561
17	28 900	29 241	29 584	29 929	30 276	30 625	30 976	31 329	31 684	32 041
18	32 400	32 761	33 124	33 489	33 856	34 225	34 596	34 969	35 344	35 721
19	36 100	36 481	36 864	37 249	37 636	38 025	38 416	38 809	39 204	39 601
20	40 000	40 401	40 804	41 209	41 616	42 025	42 436	42 849	43 264	43 681
21	44 100	44 521	44 944	45 369	45 796	46 225	46 656	47 089	47 524	47 961
22	48 400	48 841	49 284	49 729	50 176	50 625	51 076	51 529	51 984	52 441
23	52 900	53 361	53 824	54 289	54 756	55 225	55 696	56 169	56 644	57 121
24	57 600	58 081	58 564	59 049	59 536	60 025	60 516	61 009	61 504	62 001
25	62 500	63 001	63 504	64 009	64 516	65 025	65 536	66 049	66 564	67 081
26	67 600	68 121	68 644	69 169	69 696	70 225	70 756	71 289	71 824	72 361
27	72 900	73 441	73 984	74 529	75 076	75 625	76 176	76 729	77 284	77 841
28	78 400	78 961	79 524	80 089	80 656	81 225	81 796	82 369	82 944	83 521
29	84 100	84 681	85 264	85 849	86 436	87 025	87 616	88 209	88 804	89 401
30	90 000	90 601	91 204	91 809	92 416	93 025	93 636	94 249	94 864	95 481
31	96 100	96 721	97 344	97 969	98 596	99 225	99 856	100 489	101 124	101 761
32	102 400	103 041	103 684	104 329	104 976	105 625	106 276	106 929	107 584	108 241
33	108 900	109 561	110 224	110 889	111 556	112 225	112 896	113 569	114 244	114 921
34	115 60	116 281	116 964	117 649	118 336	119 025	119 716	120 409	121 104	121 801
35	122 500	123 201	123 904	124 609	125 316	126 025	126 736	127 449	128 164	128 881
36	129 600	130 321	131 044	131 769	132 496	133 225	133 956	134 689	135 424	136 161
37	136 900	137 641	138 384	139 129	139 876	140 625	141 376	142 129	142 884	143 641
38	144 400	145 161	145 924	146 689	147 456	148 225	148 996	149 769	150 544	151 321
39	152 100	152 881	153 664	154 449	155 236	156 025	156 816	157 609	158 404	159 201
40	160 000	160 801	161 604	162 409	163 216	164 025	164 836	165 649	166 464	167 281
41	168 100	168 921	169 744	170 569	171 396	172 225	173 056	173 889	174 724	175 561
42	176 400	177 241	178 084	178 929	179 776	180 625	181 476	182 329	183 184	184 041
43	184 900	185 761	186 624	187 489	188 356	189 225	190 096	190 969	191 844	192 721
44	193 600	194 481	195 364	196 249	197 136	198 025	198 916	199 809	200 704	201 601
45	202 500	203 401	204 304	205 209	206 116	207 025	207 936	208 849	209 764	210 681
46	211 600	212 521	213 444	214 369	215 296	216 225	217 156	218 089	219 024	219 961

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
47	220 900	221 841	222 784	223 729	224 676	225 625	226 576	227 529	228 484	229 44
48	230 400	231 361	232 324	233 289	234 256	235 225	236 196	237 169	238 144	239 12
49	240 100	241 081	242 064	243 049	244 036	245 025	246 016	247 009	248 004	249 00
50	250 000	251 001	252 004	253 009	254 016	255 025	256 036	257 049	258 064	259 03
51	260 100	261 121	262 144	263 169	264 196	265 225	266 256	267 289	268 324	269 36
52	270 400	271 441	272 484	273 529	274 576	275 625	276 676	277 729	278 784	279 84
53	280 900	281 961	283 024	284 089	285 156	286 225	287 296	288 369	289 444	290 52
54	291 600	292 681	293 764	294 849	295 936	297 025	298 116	299 209	300 304	301 40
55	302 500	303 601	304 704	305 809	306 916	308 025	309 136	310 249	311 364	312 48
56	313 600	314 721	315 844	316 969	318 096	319 225	320 356	321 489	322 624	323 76
57	324 900	326 041	327 184	328 329	329 476	330 625	331 776	332 929	334 084	335 24
58	336 400	337 561	338 724	339 889	341 056	342 225	343 396	344 569	345 744	346 92
59	348 100	349 281	350 464	351 649	352 836	354 025	355 216	356 409	357 604	358 80
60	360 000	361 201	362 404	363 609	364 816	366 025	367 236	368 449	369 664	370 88
61	372 100	373 321	374 544	375 769	376 996	378 225	379 456	380 689	381 924	383 16
62	384 400	385 641	386 884	388 129	389 376	390 625	391 876	393 129	394 384	395 64
63	396 900	398 161	399 424	400 689	401 956	403 225	404 496	405 769	407 044	408 32
64	409 600	410 881	412 164	413 449	414 736	416 025	417 316	418 609	419 904	421 20
65	422 500	423 801	425 104	426 409	427 716	429 025	430 336	431 649	432 964	434 28
66	435 600	436 921	438 244	439 569	440 896	442 225	443 556	444 889	446 224	447 56
67	448 900	450 241	451 584	452 929	454 276	455 625	456 976	458 329	459 684	461 04
68	462 400	463 761	465 124	466 489	467 856	469 225	470 596	471 969	473 344	474 72
69	476 100	477 481	478 864	480 249	481 636	483 025	484 416	485 809	487 204	488 60
70	490 000	491 401	492 804	494 209	495 616	497 025	498 436	499 849	501 264	502 68
71	504 100	505 521	506 944	508 369	509 796	511 225	512 656	514 089	515 524	516 96
72	518 400	519 841	521 284	522 729	524 176	525 625	527 076	528 529	529 984	531 44
73	532 900	534 361	535 824	537 289	538 756	540 225	541 696	543 169	544 644	546 12
74	547 600	549 081	550 564	552 049	553 536	555 025	556 516	558 009	559 504	561 00
75	562 500	564 001	565 504	567 009	568 516	570 025	571 536	573 049	574 564	576 08
76	577 600	579 121	580 644	582 169	583 696	565 225	586 756	588 289	589 824	591 36
77	592 900	594 441	595 984	597 529	599 076	600 625	602 176	603 729	605 284	606 84
78	608 400	609 961	611 524	613 089	614 656	616 225	617 796	619 369	620 944	622 52
79	624 100	625 681	627 264	628 849	630 436	632 025	633 616	635 209	636 804	638 40
80	640 000	641 601	643 204	644 809	646 316	648 025	649 636	651 249	652 864	654 48
81	656 100	657 721	659 344	660 969	662 596	664 225	665 856	667 489	669 124	670 76
82	672 400	674 041	675 684	677 329	678 976	680 625	682 276	683 959	685 584	687 24
83	688 900	690 561	692 224	693 889	695 556	697 225	698 896	700 569	702 244	703 92
84	705 600	707 281	708 964	710 649	712 336	714 025	715 716	717 409	719 104	720 80
85	722 500	724 201	725 904	727 609	729 316	731 025	732 736	734 449	736 164	737 88
86	739 600	741 321	743 044	744 769	746 496	748 225	749 956	751 689	753 424	755 16
87	756 900	758 641	760 384	762 129	763 876	765 625	767 376	769 129	770 884	772 64
88	774 400	776 161	777 924	779 689	781 456	783 225	784 996	786 769	788 544	790 32
89	792 100	793 881	795 664	797 449	799 236	801 025	802 816	804 609	806 404	808 20
90	810 000	811 801	813 604	815 409	817 216	819 025	820 836	822 649	824 464	826 28
91	828 100	829 921	831 744	833 569	835 396	837 225	839 056	840 889	842 724	844 56
92	846 400	848 241	850 084	851 929	853 776	855 265	857 476	859 329	861 184	863 04
93	864 900	866 761	868 624	870 489	872 356	874 225	876 096	877 969	879 844	881 72
94	883 600	885 481	887 364	889 249	891 136	893 025	894 916	896 809	898 704	900 60
95	902 500	904 401	906 304	908 209	910 116	912 025	913 936	915 849	917 764	919 68
96	921 600	923 521	925 444	927 369	929 296	931 225	933 156	935 089	937 024	938 96
97	940 900	942 841	944 784	946 729	948 676	950 625	952 576	954 529	956 484	958 44
98	960 400	962 361	964 324	966 289	968 256	970 225	972 196	974 169	976 144	978 12
99	980 100	982 081	984 064	986 049	988 036	990 025	992 016	994 009	996 004	998 00

Таблица 2

Квадратные корни

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,000	1,414	1,732	2,000	2,236	2,450	2,646	2,828	3,000
1	3,162	3,317	3,464	3,606	3,742	3,873	4,000	4,123	4,243	4,359
2	4,472	4,583	4,690	4,796	4,899	5,000	5,099	5,196	5,292	5,385
3	5,477	5,568	5,657	5,745	5,831	5,916	6,000	6,083	6,164	6,245
4	6,325	6,403	6,481	6,557	6,633	6,708	6,782	6,856	6,928	7,000
5	7,071	7,141	7,211	7,280	7,348	7,416	7,483	7,550	7,616	7,681
6	7,746	7,810	7,874	7,937	8,000	8,062	8,124	8,185	8,246	8,307
7	8,367	8,426	8,485	8,544	8,602	8,660	8,718	8,775	8,832	8,888
8	8,944	9,000	9,055	9,110	9,165	9,220	9,274	9,327	9,381	9,434
9	9,487	9,539	9,592	9,644	9,695	9,747	9,798	9,849	9,900	9,950
10	10,000	10,050	10,100	10,149	10,198	10,247	10,296	10,344	10,393	10,441
11	10,488	10,536	10,583	10,630	10,677	10,724	10,770	10,817	10,863	10,909
12	10,954	11,000	11,045	11,091	11,136	11,180	11,225	11,269	11,314	11,358
13	11,402	11,446	11,489	11,533	11,576	11,619	11,622	11,705	11,747	11,790
14	11,832	11,874	11,916	11,958	12,000	12,042	12,083	12,124	22,166	12,207
15	12,247	12,288	12,329	12,369	12,410	12,450	12,490	12,530	12,570	12,610
16	12,649	12,689	12,728	12,767	12,806	12,845	12,884	12,923	12,961	13,000
17	13,038	13,077	13,115	13,153	13,191	13,229	13,266	13,304	13,342	13,379
18	13,416	13,454	13,491	13,528	13,565	13,601	13,638	13,675	13,711	13,748
19	13,784	13,820	13,856	13,892	13,928	13,964	14,000	14,036	14,071	14,107
20	14,142	14,177	14,212	14,248	14,283	14,318	14,353	14,388	14,422	14,457
21	14,491	14,526	14,560	14,595	14,629	14,663	14,697	14,731	14,765	14,799
22	14,832	14,866	14,900	14,933	14,967	15,000	15,033	15,067	15,100	15,133
23	15,166	15,199	15,232	15,264	15,297	15,330	15,362	15,395	15,427	15,460
24	15,492	15,524	15,556	15,589	15,621	15,653	15,684	15,716	15,748	15,780
25	15,811	15,843	15,875	15,906	15,937	15,969	16,000	16,031	16,062	16,094
26	16,125	16,155	16,186	16,217	16,248	16,279	16,310	16,340	16,371	16,401
27	16,432	16,462	16,492	16,523	16,553	16,583	16,613	16,643	16,673	16,703
28	16,733	16,763	16,793	16,823	16,852	16,882	16,912	16,941	16,971	17,000
29	17,030	17,059	17,088	17,117	17,146	17,176	17,205	17,234	17,263	17,292
30	17,321	17,349	17,378	17,407	17,436	17,464	17,493	17,521	17,550	17,578
31	17,607	17,635	17,664	17,692	17,720	17,748	17,776	17,805	17,833	17,861
32	17,888	17,917	17,944	17,972	18,000	18,028	18,056	18,083	18,111	18,138
33	18,166	18,193	18,221	18,248	18,276	18,303	18,330	18,358	18,385	18,412
34	18,439	18,466	18,493	18,520	18,547	18,574	18,601	18,628	18,655	18,682
35	18,708	18,735	18,762	16,788	18,815	18,841	18,868	18,894	18,921	18,947
36	18,974	19,000	19,026	19,053	19,079	19,105	19,131	19,157	19,183	19,209
37	19,235	19,261	19,287	19,313	19,339	19,365	19,391	19,417	19,442	19,468
38	19,494	19,519	19,545	19,570	19,596	19,621	19,647	19,672	19,698	19,723
39	19,748	19,774	19,799	19,824	19,849	19,875	19,900	19,925	19,950	19,975
40	20,000	20,025	20,050	20,075	20,100	20,125	20,149	20,174	20,199	20,224
41	20,249	20,273	20,298	20,322	20,347	20,372	20,396	20,421	20,445	20,470
42	20,494	20,518	20,543	20,567	20,591	20,616	20,640	20,664	20,688	20,712
43	20,736	20,761	20,785	20,809	20,833	20,857	20,880	20,905	20,928	20,952
44	20,976	21,000	21,024	21,048	21,071	21,095	21,119	21,142	21,166	21,190
45	21,213	21,237	21,260	21,284	21,307	21,331	21,354	21,378	21,401	21,424
46	21,448	21,471	21,494	21,517	21,541	21,564	21,587	21,610	21,633	21,656
47	21,680	21,703	21,726	21,749	21,772	21,795	21,817	21,840	21,863	21,886
48	21,909	21,932	21,955	21,977	22,000	22,023	22,045	22,068	22,091	22,113
49	22,136	22,159	22,181	22,204	22,226	22,249	22,271	22,294	22,316	22,338

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	22,361	22,383	22,405	22,428	22,450	22,472	22,494	22,517	22,539	[illegible]
51	22,583	22,605	22,627	22,650	22,672	22,694	22,716	22,738	22,760	[illegible]
52	22,804	22,825	22,847	22,869	22,891	22,913	22,935	22,957	22,978	[illegible]
53	23,022	23,043	23,065	23,087	23,108	23,130	23,152	23,173	23,195	[illegible]
54	23,238	23,259	23,281	23,302	23,324	23,345	23,367	23,388	23,409	[illegible]
55	23,452	23,473	23,495	23,516	23,537	23,558	23,580	23,601	23,622	[illegible]
56	23,664	23,685	23,707	23,728	23,749	23,770	23,791	23,812	23,833	[illegible]
57	23,875	23,896	23,917	23,937	23,958	23,979	24,000	24,021	24,042	[illegible]
58	24,083	24,104	24,125	24,145	24,166	24,187	24,207	24,228	24,249	[illegible]
59	24,290	24,311	24,331	24,352	24,372	24,393	24,413	24,434	24,454	[illegible]
60	24,495	24,515	24,536	24,556	24,576	24,597	24,617	24,637	24,658	[illegible]
61	24,698	24,718	24,739	24,759	24,779	24,799	24,819	24,840	24,860	[illegible]
62	24,900	24,920	24,940	24,960	24,980	25,000	25,020	25,040	25,060	[illegible]
63	25,100	25,120	25,140	25,160	25,179	25,199	25,219	25,239	25,259	[illegible]
64	25,298	25,318	25,338	25,357	25,377	25,397	25,417	25,436	25,456	[illegible]
65	25,495	25,515	25,534	25,554	25,573	25,593	25,613	25,632	25,652	[illegible]
66	25,691	25,710	25,729	25,749	25,768	25,788	25,807	25,826	25,846	[illegible]
67	25,884	25,904	25,923	25,942	25,962	25,981	26,000	26,019	26,038	[illegible]
68	26,077	26,096	26,115	26,134	26,153	26,173	26,192	26,211	26,230	[illegible]
69	26,268	26,287	26,306	26,325	26,344	26,363	26,382	26,401	26,420	[illegible]
70	26,458	26,476	26,495	26,514	26,533	26,552	26,571	26,590	26,608	[illegible]
71	26,646	26,665	26,683	26,702	26,721	26,740	26,758	26,777	26,796	[illegible]
72	26,833	26,851	26,870	26,889	26,907	26,926	26,944	26,963	26,982	[illegible]
73	27,019	27,037	27,056	27,074	27,092	27,111	27,129	27,148	27,166	[illegible]
74	27,203	27,221	27,240	27,258	27,276	27,295	27,313	27,331	27,350	[illegible]
75	27,386	27,404	27,423	27,441	27,459	27,477	27,496	27,514	27,532	[illegible]
76	27,568	27,586	27,604	27,623	27,641	27,659	27,677	27,695	27,713	[illegible]
77	27,749	27,767	27,785	27,803	27,821	27,839	27,857	27,875	27,893	[illegible]
78	27,929	27,946	27,964	27,982	28,000	28,018	28,036	28,056	28,071	[illegible]
79	28,107	28,125	28,143	28,160	28,178	28,196	28,214	28,231	28,249	[illegible]
80	28,284	28,302	28,320	28,337	28,335	28,373	28,390	28,408	28,425	[illegible]
81	28,461	28,478	28,496	28,513	28,531	28,548	28,566	28,583	28,601	[illegible]
81	28,636	28,653	28,671	28,688	28,705	28,723	28,740	28,758	28,775	[illegible]
83	28,810	28,827	28,844	28,862	28,879	28,896	28,914	28,931	28,948	[illegible]
84	28,983	29,000	29,017	29,035	29,052	29,069	29,086	29,103	29,120	[illegible]
85	29,155	29,172	29,189	29,206	29,223	29,240	29,258	29,275	29,292	[illegible]
86	29,326	29,343	29,360	29,377	29,394	29,411	29,428	29,445	29,462	[illegible]
87	29,496	29,513	29,530	29,547	29,564	29,580	29,597	29,614	29,631	[illegible]
88	29,665	29,682	29,699	29,715	29,732	29,749	29,766	29,783	29,799	[illegible]
89	29,833	29,850	29,866	29,883	29,900	29,917	29,933	29,950	29,967	[illegible]
90	30,000	30,017	30,033	30,050	30,067	30,083	30,100	30,116	30,133	[illegible]
91	30,196	30,183	30,199	30,216	30,232	30,249	30,266	30,282	30,299	[illegible]
92	30,332	30,348	30,365	30,381	30,397	30,414	30,430	30,447	30,463	[illegible]
93	30,496	30,512	30,529	30,545	30,561	30,579	30,594	30,611	30,627	[illegible]
94	30,659	30,676	30,692	30,708	30,725	30,741	30,757	30,773	30,790	[illegible]
95	30,822	30,838	30,855	30,871	30,887	30,903	30,919	30,935	30,952	[illegible]
96	30,984	31,000	31,016	31,032	31,048	31,064	31,081	31,097	31,113	[illegible]
97	31,145	31,161	31,177	31,193	31,209	31,225	31,241	31,257	31,273	[illegible]
98	31,305	31,321	31,337	31,353	31,369	31,385	31,401	31,417	31,433	[illegible]
99	31,464	31,480	31,496	31,512	31,528	31,544	31,560	31,575	31,591	[illegible]

Логарифмы чисел (мантиссы)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
[illegible]	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
[illegible]	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
[illegible]	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
[illegible]	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
[illegible]	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
[illegible]	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
[illegible]	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
[illegible]	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	4304
[illegible]	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
[illegible]	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
[illegible]	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
[illegible]	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
[illegible]	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
[illegible]	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
[illegible]	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
[illegible]	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
[illegible]	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
[illegible]	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
[illegible]	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
[illegible]	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
[illegible]	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
[illegible]	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
[illegible]	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
[illegible]	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
[illegible]	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
[illegible]	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5998	5999	6010
[illegible]	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
[illegible]	6128	6138	6149	6160	6170	7180	6191	6201	6112	6222
[illegible]	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
[illegible]	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
[illegible]	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
[illegible]	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6619
[illegible]	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
[illegible]	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6694	6803
[illegible]	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
[illegible]	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6672	6981
[illegible]	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
[illegible]	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
[illegible]	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
[illegible]	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
[illegible]	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
[illegible]	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
[illegible]	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	[illegible]
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	[illegible]
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	[illegible]
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	[illegible]
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	[illegible]
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	[illegible]
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	[illegible]
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	[illegible]
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	[illegible]
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	[illegible]
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	[illegible]
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	[illegible]
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	[illegible]
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	[illegible]
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	[illegible]
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	[illegible]
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	[illegible]
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	[illegible]
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	[illegible]
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	[illegible]
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	[illegible]
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	[illegible]
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	[illegible]
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	[illegible]
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	[illegible]
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	[illegible]
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	[illegible]
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	[illegible]
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	[illegible]
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	[illegible]
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	[illegible]
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	[illegible]
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	[illegible]

Антилогарифмы

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021
1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045
1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069
1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094
1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1 14	1117	1119
1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146
1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172
1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199
1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227
1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256
1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285
1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315
1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346
1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377
1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409
1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442
1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476
1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510
1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1588	1542	1545
1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581
1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618
1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656
1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694
1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734
1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774
1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816
1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858
1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901
1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945
1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991
1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037
2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084
2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133
2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183
[illegible]	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234
2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286
2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339
2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393
2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449
2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506
2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564
2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624
2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685
2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748
2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812
[illegible]	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877
[illegible]	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944
[illegible]	2958	2965	2972	2979	2965	2992	2999	3006	3013
[illegible]	3027	3034	3041	3048	3053	3062	3069	3076	3083
[illegible]	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155

log	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	322[illegible]
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	330[illegible]
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	338[illegible]
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	345[illegible]
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	354[illegible]
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	362[illegible]
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	370[illegible]
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	379[illegible]
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	38[illegible]
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	397[illegible]
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	406[illegible]
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	415[illegible]
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4225	4236	4246	425[illegible]
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	435[illegible]
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	44[illegible]
65	4467	4477	4487	4498	4503	4519	4529	4539	4550	456[illegible]
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	466[illegible]
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	47[illegible]
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	48[illegible]
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	500[illegible]
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	511[illegible]
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	523[illegible]
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	535[illegible]
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	54[illegible]
74	5495	5508	5521	5534	5546	5550	5572	5585	5598	56[illegible]
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	57[illegible]
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	58[illegible]
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6[illegible]
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	61[illegible]
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6166	6281	62[illegible]
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	64[illegible]
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	65[illegible]
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	67[illegible]
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	69[illegible]
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	[illegible]
85	7079	7096	7112	7123	7145	7161	7178	7194	7211	[illegible]
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	[illegible]
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	[illegible]
88	7586	7603	7621	7638	7658	7674	7691	7709	7727	[illegible]
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	[illegible]
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	[illegible]
91	8128	8147	8166	8188	8204	8222	8241	8260	8279	[illegible]
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	[illegible]
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	[illegible]
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	[illegible]
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	[illegible]
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	[illegible]
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	[illegible]
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	[illegible]
99	9772	9795	9817	9840	9863	9868	9908	9931	9953	[illegible]

Таблица 5

Первая функция нормированного отклонения

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

(ординаты нормальной кривой)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
[illegible]	39 894	39 892	39 886	39 876	39 862	39 844	39 822	39 797	39 767	39 733
[illegible]	39 695	39 654	39 608	39 559	39 505	39 448	39 387	39 322	39 253	39 181
[illegible]	39 104	39 024	38 940	38 853	38 762	38 667	38 568	38 466	38 361	38 251
[illegible]	38 139	38 023	37 903	37 780	37 654	37 524	37 391	37 255	37 115	36 973
[illegible]	36 827	36 678	36 526	36 371	36 213	36 053	35 889	35 723	35 553	35 381
[illegible]	35 207	35 029	34 849	34 667	34 482	34 294	34 105	33 912	33 718	33 521
[illegible]	33 322	33 121	32 918	32 713	32 506	32 297	32 086	31 874	31 659	31 443
[illegible]	31 225	31 006	30 785	30 563	30 339	30 114	29 887	29 659	29 430	29 200
[illegible]	28 969	28 737	28 504	28 269	28 034	27 798	27 562	27 324	27 086	26 848
[illegible]	26 609	26 369	26 129	25 888	25 647	25 406	25 164	24 923	24 681	24 439
[illegible]	24 197	23 955	23 713	23 471	23 230	22 983	22 747	22 506	22 265	22 025
[illegible]	21 785	21 546	21 307	21 069	20 831	20 594	20 357	20 121	19 886	19 652
[illegible]	19 419	19 186	18 954	18 724	18 494	18 265	18 037	17 810	17 585	17 360
[illegible]	17 137	16 915	16 694	16 474	16 256	16 038	15 822	15 608	15 395	15 183
[illegible]	14 973	14 764	14 556	14 350	14 146	13 943	13 742	13 542	13 344	13 147
[illegible]	12 952	12 758	12 566	12 376	12 188	12 001	11 816	11 632	11 450	11 270
[illegible]	11 092	10 915	10 741	10 567	10 396	10 226	10 059	09 893	09 728	09 566
[illegible]	09 405	09 246	09 089	08 933	08 780	08 628	08 478	08 329	08 183	08 038
[illegible]	07 895	07 754	07 614	07 477	07 341	07 206	07 074	06 943	06 814	06 687
[illegible]	06 562	06 438	06 316	06 195	06 077	05 959	05 844	05 730	05 618	05 508
[illegible]	05 399	05 292	05 186	05 082	04 980	04 879	04 780	04 682	04 586	04 491
[illegible]	04 398	04 307	04 217	04 128	04 041	03 955	03 871	03 788	03 706	03 626
[illegible]	03 547	03 470	03 394	03 319	03 246	03 174	03 103	03 034	02 965	02 898
[illegible]	02 833	02 768	02 705	02 643	02 582	02 522	02 463	02 406	02 349	02 294
[illegible]	02 239	02 186	02 134	02 083	02 033	01 984	01 936	01 888	01 842	01 797
[illegible]	01 753	01 709	01 667	01 625	01 585	01 545	01 506	01 468	01 431	01 394
[illegible]	01 358	01 323	01 289	01 256	01 223	01 191	01 160	01 130	01 100	01 071
[illegible]	01 042	01 014	00 987	00 961	00 935	00 909	00 885	00 861	00 837	00 814
[illegible]	00 792	00 770	00 748	00 727	00 707	00 687	00 668	00 649	00 631	00 613
[illegible]	00 595	00 578	00 562	00 545	00 530	00 514	00 499	00 485	00 470	00 457
[illegible]	00 443	00 430	00 417	00 405	00 393	00 381	00 370	00 358	00 348	00 337
[illegible]	00 327	00 317	00 307	00 298	00 288	00 279	00 271	00 262	00 254	00 246
[illegible]	00 238	00 231	00 224	00 216	00 210	00 203	00 196	00 190	00 184	00 178
[illegible]	00 172	00 167	00 161	00 156	00 151	00 146	00 141	00 136	00 132	00 127
[illegible]	00 123	00 119	00 115	00 111	00 107	00 104	00 100	00 097	00 094	00 090
[illegible]	00 087	00 084	00 081	00 079	00 076	00 073	00 071	00 068	00 066	00 063
[illegible]	00 061	00 059	00 057	00 055	00 053	00 051	00 049	00 047	00 046	00 044
[illegible]	00 042	00 041	00 039	00 038	00 037	00 035	00 034	00 033	00 031	00 030
[illegible]	00 029	00 028	00 027	00 026	00 025	00 024	00 023	00 022	00 021	00 021
[illegible]	00 020	00 019	00 018	00 018	00 017	00 016	00 016	00 015	00 014	00 014
[illegible]	00 013	00 009	00 006	00 004	00 002	00 002	00 001	00 001	00 000	00 000

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	167,5 34,1 10,1	148,5 30,8 9,6	141,1 29,5 9,3	137,1 28,7 9,1	134,6 28,2 9,0	132,9 27,9 8,9	131,8 27,7 8,8	130,6 27,7 8,8	130,0 27,4 8,8	129,5 27,5 8,8	128,9 27,1 8,8	[illegible]
4	74,1 21,2 7,7	61,2 18,8 6,9	56,1 16,7 6,6	53,4 16,0 6,4	51,7 15,5 6,3	50,5 15,2 6,2	49,8 15,0 6,1	49,0 14,8 6,0	48,6 14,7 6,0	48,2 14,7 6,0	47,8 14,5 5,9	[illegible]
5	47,0 16,3 6,6	36,6 13,3 5,8	33,2 12,1 5,4	31,1 11,4 5,2	29,8 11,0 5,1	28,8 10,7 5,0	28,2 10,5 4,9	27,6 10,3 4,8	27,3 10,2 4,8	27,0 10,1 4,7	26,7 10,0 4,7	[illegible]
6	35,5 13,4 6,0	27,0 10,9 5,1	23,7 9,8 4,8	21,9 9,2 4,5	20,8 8,8 4,4	20,0 8,5 4,3	19,5 8,3 4,2	19,0 8,1 4,1	18,8 8,0 4,1	18,5 7,9 4,1	18,3 7,8 4,0	[illegible]
7	29,2 12,3 5,6	21,7 9,6 4,7	18,8 8,5 4,4	17,2 7,9 4,1	16,2 7,5 4,0	15,5 7,2 3,9	15,1 7,0 3,8	14,6 6,8 3,7	14,4 6,7 3,7	14,2 6,6 3,6	13,9 6,5 3,6	[illegible]
8	25,4 11,3 5,3	18,5 8,7 4,6	15,8 7,6 4,1	14,4 7,0 3,8	13,5 6,6 3,7	12,9 6,4 3,6	12,5 6,2 3,5	12,0 6,0 3,4	11,8 5,9 3,4	11,6 5,8 3,3	11,4 5,7 3,1	[illegible]
9	22.9 10,6 5,1	16,4 8,0 4,3	13,9 7,0 3,6	12,6 6,4 3,6	11,7 6,1 3,5	11,1 5,8 3,4	10,8 5,6 3,3	10,4 5,5 3,2	10,2 5,4 3,2	10,0 5,3 3,1	9,8 5,2 3,1	[illegible]
10	21,0 10,0 5,0	14,9 7,9 4,1	12,3 6,6 3,7	11,3 6,0 3,5	10,5 5,6 3,3	9,9 5,4 3,2	9,6 5,2 3,1	9,2 5,1 3,1	9,0 5,0 3,0	8,9 4,9 3,0	8,7 4,6 2,9	[illegible]
11	19,7 9,7 4,8	13,8 7,2 4,0	11,6 6,2 3,6	10,4 5,7 3,4	9.6 5,3 3,2	9,1 5,1 3,1	8,8 4,9 3,0	8,4 4,7 3,0	8,2 4.6 2,9	8,0 4,5 2,9	7,8 4,5 2,8	[illegible]
12	18,6 9.3 4,8	12,3 6,9 3,9	10,8 6,0 3.5	9,6 5,4 3,3	8,9 5,1 3,1	8,4 4,8 3,0	8,1 4,7 2,9	7,7 4,5 2,9	7,5 4,4 2,8	7,4 4,3 2,8	7,2 4,2 2.7	[illegible]
13	17,8 9,1 4,7	12,3 6,7 3,8	10,2 5,7 3,4	9,1 5,2 3,2	8,4 4,9 3,0	7,9 4,6 2,9	7,6 4.4 2,8	7,2 4,3 2,8	7,0 4,2 2,7	6,9 4,1 2,7	6.7 4,0 2.6	[illegible]
14	17,1 8,9 4,6	11,8 6,5 3,7	9,7 5,6 3,3	8,6 5,0 3,1	7,9 4,7 3,0	7,4 4,5 2,9	7,1 4,3 2,8	6,8 4,1 2,7	6,6 4,0 2.7	6,5 3,9 2,6	6.3 3.9 2.5	[illegible]

Таблица 6

КРИТЕРИЯ ФИШЕРА $F = \sigma_1^2/\sigma_2^2$

14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	ν_1 / ν_2
127,7	127,1	126,5	125,9	125,6	125,3	125,0	124,7	124,4	124,1	123,8	123,5	3
26,9	26,8	26,7	26,6	26,5	26,4	26,4	26,3	26,2	26,2	26,1	26,1	
8,7	8,7	8,7	8,6	8,6	8,6	8,6	8,6	8,6	8,5	8,5	8,5	
47,0	46,6	46,2	45,8	45,6	45,4	45,2	45,0	44,7	44,5	44,3	44,1	4
14,2	14,1	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5	13,5	13,5	13,5	
5,9	5,8	5,8	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,6	5,6	
26,1	25,8	25,4	25,1	24,9	24,8	24,6	24,5	24,3	24,1	24.0	23,8	5
9 7	9,6	9,5	9,4	9,3	9,2	9,1	9,1	9,1	9,1	9,0	9,0	
4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	
17.7	17,5	17,2	16,9	16,8	16,6	16,5	16,4	16,2	16,1	15,9	15,8	6
7.6	7.5	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	7,0	6,9	6 9	6,9	
4,0	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	
[illegible]	13,2	13,0	12,7	12,6	12.5	12,3	12,2	12,1	12,0	11,8	11,7	7
6,4	6,3	6,2	6,1	6,0	5,9	5,9	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	
[illegible]	3,5	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	
[illegible]	10,8	10,5	10,3	10,2	10,1	10,0	9,9	9,7	9,6	9,5	9,4	8
[illegible]	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,1	5,0	5,0	4,9	4,9	4,9	
[illegible]	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	3,0	3,0	3,0	3,0	2,9	2,9	
[illegible]	9,2	8 9	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,1	8,0	7,9	7,8	9
[illegible]	4,9	4,8	4,7	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,4	4,3	4,3	
[illegible]	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	
[illegible]	8,1	7,8	7,6	7,5	7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	6,9	6.8	10
[illegible]	4,5	4,4	4,3	4,3	4,2	4,1	4,1	4,0	4,0	3,9	3,9	
[illegible]	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	
[illegible]	7,3	7,1	6.9	6,8	6,7	6,6	6,5	6,3	6,2	6,1	6,0	11
[illegible]	4,2	4,1	4,0	3,9	3,9	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	
[illegible]	2.7	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	
[illegible]	6,7	6,5	6,3	6.2	6,1	6,0	5,9	5,7	5,6	5,5	5.4	12
[illegible]	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,6	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	
[illegible]	2,6	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	
[illegible]	6,2	6,0	5.8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,0	13
[illegible]	3,8	3,7	3,6	3,5	3.4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	
[illegible]	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	
[illegible]	5.8	5,6	5,4	5,3	5,2	5.1	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	14
[illegible]	3,6	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,1	3,1	3,0	3,0	
[illegible]	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2.2	2 2	2,2	2,2	2,1	2,1	

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	16,6 8,7 4,5	11,3 6,4 3,7	9.3 5,4 3,3	8,3 4,9 3,1	7,6 4,6 2,9	7,1 4,3 2,8	6,8 4,1 2,7	6,5 4,0 2,6	6,3 3,9 2,6	6,2 3,8 2,6	6,0 3,7 2.5	5,8 3,7 2,5
16	16,1 8,5 4,5	11,0 6,2 3,6	9,0 5,3 3,2	7,9 4,8 3,0	7,3 4,4 2,9	6,8 4,2 2,7	6,5 4,0 2,7	6,2 3,9 2,6	6,1 3,8 2,5	5,9 3,7 2,5	5,8 3.6 2,5	5,6 3,5 2,4
17	15,7 8,4 4,5	10,7 6,1 3,6	8,7 5,2 3,2	7,7 4,7 3,0	7,0 4,3 2,8	6,6 4,1 2,7	6,3 3,9 2,6	6,0 3,8 2,5	5,8 3,7 2,5	5,7 3,6 2,4	5,5 3 5 2,4	5,3 3,5 2,3
18	15.4 8,3 4,4	10,4 6,0 3,5	8,5 5,1 3,2	7,5 4,6 2,9	6,8 4,2 2,8	6,4 4,0 2,7	6.1 3,8 2,6	5,8 3,7 2,5	5,6 3,6 2,7	5,5 3,5 2,4	5,3 3.4 2,4	5,1 3,4 2,3
19	15,2 8,2 4,4	10,2 5,9 3,5	8,3 5,0 3,1	7,3 4.5 2,9	6,6 4,2 2,7	6,2 3,9 2,6	5,9 3,8 2,5	5,6 3,6 2,5	5,5 3,5 2,4	5,3 3,4 2,4	5,2 3.4 2,3	[illegible]
20	14,8 8,1 4,3	10,0 5,8 3,5	8,1 4,9 3,1	7.1 4,4 2.9	6.5 4,1 2,7	6,0 3,9 2,6	5,7 3,7 2,5	5,4 3,6 2,4	5,3 3,4 2, 4	5,1 3,4 2,3	5,0 3,3 2,3	[illegible]
21	14,6 8,0 4,3	9,8 5,8 3,5	7,9 4,9 3,1	7,0 4,4 2.8	6,3 4,0 2,7	5,9 3,8 2,6	5,6 3.6 2,5	5,3 3,5 2,4	5.2 3,4 2,4	5,0 3,3 2,3	4,9 3,2 2,3	[illegible]
22	14,4 7,9 4,3	9,6 5,7 3,4	7,8 4.8 3,0	6,8 4,3 2.8	6,2 4,0 2,7	5,8 3,8 2,6	5,5 3,6 2,5	5,2 3,4 2,4	5,1 3,3 2,4	4,9 3,3 2,3	4,8 3,2 2,3	[illegible]
23	14,2 7,9 4,3	9,5 5,7 3,4	7,7 4,8 3,0	6,7 4,3 2,8	6,1 4,0 2,6	5,6 3,7 2,5	5,4 3 5 2.4	5,1 3,4 2,4	5,0 3.3 2,3	4,8 3,2 2,3	4,7 3,1 2.2	[illegible]
24	14,0 7,8 4,3	9,3 5,6 3,4	7.6 4,7 3.0	6,6 4,2 2,8	6,0 3,9 2,6	5.6 3,7 2,5	5,3 3,5 2,4	5.0 3,4 2,4	4.9 3,2 2,3	4.7 3,2 2,3	4,6 3.1 2,2	[illegible]
25	13,9 7.8 4,2	9,2 5,6 3,4	7,5 4,7 3,0	6,5 4,2 2,8	5,9 3,9 2,6	5.5 3,6 2,5	5,2 3,5 2,4	4,9 3,3 2,3	4,8 3,2 2,3	4,6 3,1 2,2	4,5 3,0 2,2	[illegible]
26	13,7 7,7 4,2	9,1 5,5 3,4	7,4 4,6 3,0	6,4 4,1 2,7	5,8 3,8 2,6	5,4 3,6 2,5	5,1 3,4 2,4	4,8 3,3 2,3	4,7 3,2 2,3	4,5 3,1 2,2	4,4 3,0 2,2	[illegible]
27	13,6 7,7 4,2	9,0 5,5 3,3	7,3 4,6 3,1	6,3 4,1 2,7	5.7 3,8 2,6	5,3 3,6 2,5	5,1 3,4 2,4	4,8 3,3 2,3	4,7 3,1 2,2	4,5 3,1 2,2	4,4 3,0 2.2	[illegible]

14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	ν_1 / ν_2
5,6 3,6 2,4	5,5 3,5 2,4	5,3 3,4 2,3	5,1 3,3 2,3	5,0 3,2 2,3	4,9 3,1 2,2	4,8 3,1 2,2	4,7 3,0 2,2	4 6 3,0 2,1	4,5 2,9 2,1	4,4 2,9 2,1	4,3 2,9 2,1	15
5,4 3,5 2,4	5,3 3,4 2,3	5.1 3,3 2,3	4,9 3,2 2 2	4.8 3,1 2,2	4,7 3,0 2,2	4,6 3,0 2,1	4,5 2,9 2,1	4,4 2,9 2.1	4,3 2,8 2,0	4,2 2,8 2.0	4.1 2,8 2,0	16
5,1 3,4 2,3	5,0 3,3 2,2	4,8 3.2 2,2	4.6 3,1 2,2	4,5 3,0 2,1	4,4 2,9 2.1	4.3 2,9 2,1	4.3 2.8 2,0	4,2 2,8 2,0	4.1 2,7 2,0	4,0 2,7 2,0	3,9 2,7 2,0	17
5,0 3,3 2,3	4.8 3,2 2,2	4,7 3,1 2,2	4,5 3,0 2,1	4,4 2 9 2,1	4,3 2,8 2.1	4,2 2,8 2,0	4,1 2.7 2,0	4,0 2,7 2,0	3,9 2,6 1,9	3,8 2,6 1,9	3,7 2,6 1,9	18
4,8 3,2 2,3	4,7 3,1 2,2	4,5 3,0 2,1	4,4 2,9 2,1	4,2 2,9 2,1	4,1 2,8 2,0	4,0 2,7 2,0	3,9 2,6 2,0	3,8 2,6 1,9	3,7 2,5 1,9	3,6 2,5 1,9	3.5 2,5 1.9	19
4,7 3,1 2,2	4.5 3.0 2,2	4,4 2.9 2,1	4,2 2,9 2,1	4,1 2,8 2,0	4,0 2,7 2,0	3,9 2,6 2,0	3,8 2,6 1,9	3.7 2,5 1,9	3,6 2,5 1,9	3,5 2.4 1,8	3,4 2,4 1,8	20
4.5 3.1 [illegible]	4,4 3,0 2,1	4,2 2,9 2,1	4,0 2.8 2,0	3.9 2,7 2,0	3,8 2,6 2,0	3,7 2,6 1,9	3,5 2,5 1,9	3,6 2,5 1,9	3,5 2,4 1,8	3,4 2,4 1,8	3,3 2,4 1,8	21
4.4 [illegible] [illegible]	4,3 2,9 2,1	4,1 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	3,8 2,7 2,0	3,7 2,6 1,9	3,6 2,5 1,9	3,5 2,5 1,8	3,5 2,4 1,8	3,4 2,4 1,8	3,3 2,3 1,88	3,2 2,3 1,8	22
4,3 [illegible] [illegible]	4,2 2,9 2,1	4,0 2,8 2,0	3,8 2,7 2,0	3,7 2,6 2,0	3,6 2,5 1,9	3,5 2,5 1,9	3,5 2.4 1,8	3,4 2,4 1,8	3,3 2,3 1,8	3.2 2,3 1,8	3,1 2,3 1,8	23
[illegible]	4,1 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	3,7 2,7 2,0	3,6 2,6 1,9	3,5 2,5 1,9	3,4 2,4 1,9	3,4 2,4 1,8	3.3 2,3 1,8	3,2 2.3 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,2 1,7	24
[illegible]	4,0 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	3,7 2,6 2,0	3,6 2,5 1,9	3,5 2,4 1,9	3,4 2,4 1,8	3,3 2,3 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,2 1,7	2,9 2,2 1,7	25
[illegible]	3,9 2,8 2,0	3,8 2,7 2,0	3,6 2,6 1.9	3,5 2,5 1,9	3,4 2,4 1,8	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,8	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2.8 2,1 1,7	26
[illegible]	3,9 2,7 2,0	3,7 2,6 2,0	3.5 2,5 1,9	3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,2 2,2 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,1 1,7	27

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28	13,5 7,6 4,2	8,9 5,4 3,3	7,2 4,6 2,9	6,3 4,1 2,7	5,7 3,8 2,6	5,2 3,5 2,4	5,0 3,4 2,4	4.7 3,2 2,3	4,6 3,1 2,2	4,4 3,0 2,2	4,3 2,9 2,1	4,1 2,9 2,1
29	13,4 7,6 4,2	8,9 5,4 3,3	7,1 4,5 2,9	6,2 4,0 2,7	5,6 3,7 2,5	5,2 3,5 2,4	5,0 3,3 2,3	4,7 3,2 2,3	4,6 3,1 2,2	4,4 3,0 2,2	4,3 2,9 2,1	4,1 2,9 2,1
30	13.3 7,6 4,2	8,8 5,4 3,3	7,1 4,5 2,9	6,1 4,0 2,7	5,5 3,7 2,5	5,1 3,5 2,4	4,9 3,3 2,3	4,6 3,2 2,3	4,5 3,1 2,2	4,3 3,0 2,2	4,2 2,9 2,1	4,0 2,8 2,1
32	13,2 7,5 4.1	8,7 5,3 3,3	7,0 4,5 2,9	6,0 4,0 2,7	5 4 3,7 2,5	5,0 3,4 2,4	4,8 3,2 2,3	4,5 3,1 2,2	4,4 3,0 2,2	4,2 2,9 2,1	4,1 2.9 2,1	[illegible] [illegible] 2,1
34	13,1 7,4 4,1	8,6 5,3 3,3	7,0 4.4 2,9	6.0 3,9 2,6	5,4 3.6 2,5	5,0 3,4 2,4	4,8 3,2 2,3	4,5 3,1 2,2	4,4 3,0 2,1	4,2 2,9 2,1	4,1 2 2 2,1	[illegible] [illegible] [illegible]
36	13,0 7,4 4,1	8,6 5,2 3,3	6,9 4,4 2,9	5,9 3,9 2,6	5.3 3,6 2,5	4,9 3,3 2,4	4,7 3,2 2,3	4,4 3,0 2,2	4,3 2,9 2,1	4,1 2,9 2,1	4,0 2,8 2,1	[illegible] [illegible] [illegible]
38	12,9 7,3 4,1	8,5 5,2 3,2	6,8 4,3 2,8	5,8 3,9 2,6	5,3 3,5 2.5	4,9 3,3 2,3	4,7 3,1 2,3	4,4 3,0 2,2	4,3 2,9 2,1	4,1 2,8 2,1	4,0 2,7 2,1	[illegible] [illegible] [illegible]
40	12,8 7,3 4,1	8,4 5,2 3,2	6,7 4,3 2,8	5,8 3,8 2,6	5,2 3,5 2,4	4,8 3.3 2,3	4,6 3,1 2,2	4,3 3,0 2,2	4,2 2,9 2,1	4,0 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	[illegible] [illegible] [illegible]
42	12,7 7,3 4,1	8,3 5,1 3,2	6,7 4,3 2,8	5,7 3,8 2,6	5,2 3,5 2,4	4,8 3,3 2,3	4,6 3,1 2,2	4,3 3,0 2,2	4,2 2,9 2,1	4,0 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	[illegible] [illegible] [illegible]
44	12.5 7,2 4,1	8,2 5,1 3,2	6.6 4,3 2 8	5,6 3,8 2,6	5,1 3,5 2,4	4,7 3,2 2,3	4,5 3,1 2,2	4,2 2,9 2,2	4,1 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	3,8 2,7 2,0	[illegible] [illegible] [illegible]
46	12,4 7,2 4,0	8,1 5,1 3,2	6,5 4,2 2,8	5,6 3.8 2,6	5,0 3,4 2,4	4,6 3,2 2,3	4,4 3,0 2,2	4,1 2,9 2,1	4,0 2,8 2,1	3,8 2,7 2,0	3,7 2,7 2,0	[illegible] [illegible] [illegible]
48	12,3 7,2 4,0	8,1 5,1 3,2	6,5 4,2 2,8	5,6 3.7 2.6	5,0 3,4 2.4	4,6 3,2 2,3	4,4 2,9 2,2	4,1 2,8 2,1	4,0 2,8 2,1	3,8 2,7 2,0	3,7 2,6 2.0	[illegible] [illegible] [illegible]
50	12,2 7,2 4,0	8,0 5,1 3,2	6,4 4,2 2,8	5,4 3,7 2,6	4,9 3,4 2,4	4,5 3,2 2.3	4,3 3,0 2,2	4,0 2,9 2,1	3,9 2,8 2,1	3,7 2,7 2,0	3,6 2,6 2,0	[illegible] [illegible] [illegible]

Продолжение табл. 6

14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	ν_1 / ν_2
4,0 2,8 2,1	3,8 2,7 2,0	3,7 2,6 2,0	3,5 2,5 1,9	3,4 2,4 1,9	3,3 2,3 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,1 1,7	2,7 2,1 1,6	28
4,0 2,8 2,0	3,8 2,7 2,0	3,6 2,6 1,9	3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,3 1,8	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,1 1,7	2,7 2,1 1,6	2,6 2,0 1,6	29
3,9 2,7 2,0	3,7 2,7 2,0	3,6 2,5 1,9	3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,8	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,1 1,7	2,7 2,0 1,6	2,6 2,0 1,6	30
3,8 2,7 2,0	3,7 2,6 2,0	3,5 2,4 1,9	3,4 2,3 1,9	3,2 2,3 1,8	3,2 2,2 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,1 1,7	2,8 2,1 1,7	2,7 2,0 1,6	2,6 2,0 1,6	2,5 2,0 1,6	32
3,8 2,7 2,0	3,6 2,6 1,9	3,5 2,5 1,9	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,1 1,7	2,9 2,1 1,6	2,8 2,0 1,6	2,6 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,5	34
3,7 2,6 2,0	3,6 2,5 1,9	3,4 2,4 1,9	3,3 2,3 1,8	3,1 2,3 1,8	3,1 2,2 1,7	3,0 2,1 1,7	2,9 2,0 1,6	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,6	2,4 1,9 1,5	36
3,7 2,6 2,0	3,5 2,5 1,9	3,4 2,4 1,9	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,8	3,0 2,1 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,0 1,6	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,5	2,4 1,8 1,5	38
3,6 2,6 1,9	3,5 2,5 1,9	3,3 2,4 1,8	3,2 2,3 1,8	3,0 2,2 1,7	3,0 2,1 1,7	2.9 2,0 1,7	2,8 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,5	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	40
3,6 2,5 1,9	3,4 2,5 1,9	3,3 2,3 1,8	3,1 2,3 1,8	3,0 2,2 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,0 1,6	2,7 1,9 1,6	2,6 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	42
3,5 2,5 1,9	3,4 2,4 1,9	3,2 2,3 1,8	3,1 2,2 1,8	2,9 2,1 1,7	2,9 2,1 1,7	2,8 2,0 1,6	2,7 1,9 1,6	2,5 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	44
3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,9	3,1 2,3 1,8	3,0 2,2 1,7	2,8 2,1 1,7	2,8 2,0 1,5	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,4 1,9 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,8 1,5	2,1 1,7 1,5	46
3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,9	3,1 2,3 1,8	3,0 2,2 1,7	2,8 2,1 1,7	2,8 2,0 1,6	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,1 1,7 1,4	48
3,3 2,5 1,9	3,2 2,4 1,8	3,0 2,3 1,8	2,9 2,2 1,7	2,7 2,1 1,7	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,8 1,5	2,1 1,7 1,5	2,0 1,7 1,4	50

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
55	12,1 7,1 4,0	7,9 5,0 3,2	6,3 4,1 2,8	5,4 3,7 2,5	4,9 3,4 2,4	4,5 3,1 2,3	4,3 3,0 2,2	4,0 2,8 2,1	3,9 2,7 2,0	3,7 2,7 2,0	3,6 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9
60	12,0 7,1 4,0	7,8 5,0 3,1	6,2 4,1 2,8	5,3 3,6 2,5	4,8 3,3 2,4	4,4 3,1 2,2	4,2 2,9 2,2	3,9 2,8 2,1	3,8 2,7 2,0	3,6 2,6 2,0	3,5 2,6 1,9	3,3 2,5 1,9
65	11,9 7,0 4,0	7,7 5,0 3,1	6,1 4,1 2,7	5,2 3,6 2,5	4,7 3,3 2,4	4,3 3,1 2,2	4,1 2,9 2,1	3,8 2,8 2,1	3,7 2,7 2,0	3,5 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,2 2,5 1,9
70	11,6 7,0 4,0	7,6 4,9 3,1	6,0 4 1 2,7	5,2 3,6 2,5	4,7 3,3 2,3	4,3 3,1 2,2	4,1 2,9 2,1	3,8 2,8 2,0	3,7 2,7 2,0	3,5 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,2 2,4 1,9
80	11,6 7,0 4,0	7,5 4,9 3,1	6,0 4,0 2,7	5,1 3,6 2,5	4,6 3,2 2,3	4,2 3,0 2,2	4,0 2,9 2,1	3,7 2,7 2,0	3,6 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,3 2,5 1,9	3,1 2,4 1,9
100	11,5 6,9 3,9	7,4 4,8 3,1	5,9 4,0 2,7	5,0 3,5 2,5	4,1 3,2 2,3	4,1 3,0 2,2	3,9 2,8 2,1	3,7 2,7 2,0	3,6 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,3 2,4 1,9	3,1 2,4 1,8
125	11,4 6,8 3,9	7,4 4,8 3,1	5,8 3,9 2,7	5,0 3,5 2,4	4,5 3,2 2,3	4,1 2,9 2,2	3,9 2,8 2,1	3,6 2,6 2,0	3,5 2,6 1,9	3,3 2,5 1,9	3,2 2,4 1,9	3,0 2,3 1,8
150	11,3 6,8 3,9	7,3 4,7 3,1	5,7 3,9 2,7	4,9 3,4 2,4	4,4 3,1 2,3	4,0 2,9 2,2	3,8 2,8 2,1	3,5 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,2 2,4 1,9	3,1 2,4 1,8	2,9 2,3 1,8
200	11,2 6,8 3,9	7,2 4,7 3,0	5,6 3,9 2,6	4,8 3,4 2,4	4,3 3,2 2,3	3,9 2,9 2,1	3,7 2,7 2,0	3,5 2,6 2,0	3,4 2,5 1,9	3,2 2,4 1,9	3,1 2,3 1,8	2,9 2,3 [illegible]
400	11,0 6,7 3,9	7,1 4,7 3,0	5,6 3,8 2,6	4,7 3,4 2,4	4,2 3,1 2,2	3,8 2,8 2,1	3,6 2,7 2,0	3,4 2,5 2,0	3,3 2,5 1,9	3,1 2,4 1,8	3,0 2,3 1,8	[illegible] [illegible] [illegible]
1000	10,9 6,7 3,8	7,0 4,6 3,0	5,5 3,8 2,6	4,7 3,4 2,4	4,2 3,3 2,2	3,8 3,0 2,1	3.6 2,8 2,0	3,4 2,7 1,9	3,3 2,5 1,9	3,1 2,4 1,8	3,0 2,3 1,8	[illegible] [illegible] [illegible]
∞	10.8 6,6 3,8	6,9 4,6 3,0	5,4 3,8 2,6	4,6 3,3 2,4	4,1 3,0 2,2	3,7 2,8 2,1	3,5 2,6 2,0	3,3 2,5 1,9	3,2 2,4 1,9	3,0 2,3 1,8	2,9 2,2 1,8	[illegible] [illegible] [illegible]

14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	ν_1 / ν_2
3,3 2,4 1,9	3,2 2,3 1,8	3,0 2,2 1,8	2,9 2,1 1,7	2,7 2,1 1,7	2,7 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,1 1,7 1,4	2,0 1,6 1,4	55
3,2 2,4 1,9	3,1 2,3 1,8	2,9 2,2 1,7	2,8 2,1 1,7	2,6 2,0 1,6	2,6 1,9 1,6	2,5 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,1 1,7 1,4	2,0 1,6 1,4	1,9 1,6 1,4	60
3,1 2,4 1,8	3,0 2,3 1,8	2,8 2,2 1,7	2,7 2,1 1,7	2,5 2,0 1,6	2,5 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	2,1 1,7 1,5	2,0 1,6 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,6 1,4	65
3,1 2,3 1,8	3,0 2,3 1,8	2,8 2,1 1,7	2,7 2,1 1,7	2,5 2,0 1,6	2,5 1,9 1,6	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,1 1,7 1,4	2,0 1,6 1,4	1,8 1,6 1,4	1,7 1,5 1,3	70
3,0 2,3 1,8	2,9 2,2 1,8	2,7 2,1 1,7	2,6 2,0 1,6	2,4 1,9 1,6	2,4 1,8 1,5	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,4	2,0 1,6 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,5 1,3	1,7 1,5 1,3	80
3,0 2,3 1,8	2,8 2,2 1,7	2,7 2,1 1,7	2,5 2,0 1,6	2,4 1,9 1,6	2,3 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,1 1,6 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,5 1,3	1,7 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	100
2,9 2,2 1,8	2,8 2,1 1,7	2,6 2,0 1,6	2,5 1,9 1,6	2,3 1,8 1,5	2,3 1,7 1,5	2,1 1,7 1,4	2,0 1,6 1,4	1,9 1,5 1,4	1,8 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	1,5 1,4 1,2	125
2,8 2,2 1,8	2,7 2,1 1,7	2,5 2,0 1,6	2,4 1,9 1,6	2,2 1,8 1,5	2,2 1,7 1,5	2,0 1,7 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,5 1,3	1,7 1,4 1,3	1,5 1,4 1,2	1,4 1,3 1,2	150
2,8 2,2 1,7	2,6 2,1 1,7	2,5 2,0 1,6	2,3 1,9 1,6	2,2 1,8 1,5	2,1 1,7 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,5 1,3	1,7 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	1,4 1,3 1,2	1,3 1,3 1,2	200
2,7 2,1 1,7	2,5 2,0 1,7	2,4 1,9 1,6	2,2 1,8 1,5	2,1 1,7 1,5	2,0 1,6 1,4	1,9 1,6 1,4	1,8 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	1,5 1,3 1,2	1,4 1,2 1,2	1,3 1,2 1,1	400
2,7 2,2 1,7	2,5 2,1 1,6	2,4 2,0 1,6	2,2 1,9 1,5	2,1 1,8 1,5	2,0 1,7 1,4	1,8 1,6 1,4	1,7 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	1,5 1,4 1,2	1,3 1,2 1,1	1,2 1,1 1,1	1000
2,6 2,1 1,7	2,4 2,0 1,6	2,3 1,9 1,6	2,1 1,8 1,5	2,0 1,7 1,5	1,9 1,6 1,4	1,7 1,5 1,3	1,6 1,4 1,3	1,5 1,4 1,2	1,4 1,2 1,2	1,2 1,1 1,1	1,1 1,0 1,0	∞

Таблица [illegible]

Стандартные значения критерия Стьюдента t

ν	t_1	t_2	t_3	ν	t_1	t_2	t_3
1	12,7	63,7	636,6	13	2,2	3,0	4,2
2	4,3	9,9	31,6	14—15	2,1	3,0	4,1
3	3,2	5,8	12,9	16—17	2,1	2,9	4,0
4	2,8	4,6	8,6	18—20	2,1	2,9	3,9
5	2,6	4,0	6,9	21—24	2,1	2,8	3,8
6	2,4	3,7	6,0	25—28	2,1	2,8	3,7
7	2,4	3,5	5,4	29—30	2,0	2,8	3,7
8	2,3	3,4	5,0	31—34	2,0	2,7	3,7
9	2,3	3,3	4,8	35—42	2,0	2,7	3,6
10	2,2	3,2	4,6	43—62	2,0	2,7	3,5
11	2,2	3,1	4,4	63—175	2,0	2,6	3,4
12	2,2	3,1	4,3	176 и больше	2,0	2,6	3,[illegible]

Таблица [illegible]

Стандартные значения критерия χ^2

ν	χ^2_1	χ^2_2	χ^2_3	ν	χ^2_1	χ^2_2	χ^2_3	ν	χ^2_1	χ^2_2	[illegible]
1	3,8	6,6	10,8	18	28,9	34,8	42,3	40	55,8	63,7	[illegible]
2	6,0	9,2	13,8	19	30,1	36,2	43,8	42	58,1	66,2	[illegible]
3	7,8	11,3	16,3	20	31,4	37,6	45,3	44	60,5	68,7	[illegible]
4	9,5	13,3	18,5	21	32,7	38,9	46,8	46	62,8	71,2	[illegible]
5	11,1	15,1	20,5	22	33,9	40,3	48,3	48	65,2	73,7	[illegible]
6	12,6	16,8	22,5	23	35,2	41,6	49,7	50	67,5	76,2	[illegible]
7	14,1	18,5	24,3	24	36,4	43,0	51,2	55	73,3	82,3	[illegible]
8	15,5	20,1	26,1	25	37,7	44,3	52,6	60	79,1	88,4	[illegible]
9	16,9	21,7	27,9	26	38,9	45,6	54,1	65	84,8	94.4	[illegible]
10	18,3	23,2	29,6	27	40,1	47,0	55,5	70	90,5	100,4	[illegible]
11	19,7	24,7	31,3	28	41,3	48,3	56,9	75	96,2	106,4	[illegible]
12	21,0	26,2	32,9	29	42,6	49.6	58,3	80	101,9	112,3	[illegible]
13	22,4	27,7	34,5	30	43,8	50,9	59,7	85	107,5	118,2	[illegible]
14	23,7	29,1	36,1	32	46,2	53,5	62,5	90	113,1	124,1	[illegible]
15	25,0	30,6	37,7	34	48,6	56,0	65,2	95	118,7	130,0	[illegible]
16	26,3	32,0	39,3	36	51,0	58,6	67,9	100	124,3	135,[illegible]	[illegible]
17	27,6	33,4	40,8	38	53,4	61,1	70,7				

Таблица 9

Количество пар значений $\hat{N}$, достаточное для достоверности выборочного коэффициента корреляции

r	$\hat{N}$			r	$\hat{N}$			r	$\hat{N}$		
	$B_1=0,95$	$B_2=0,99$	$B_3=0,999$		$B_1=0,95$	$B_2=0,99$	$B_3=0,999$		$B_1=0,95$	$B_2=0,99$	$B_3=0,999$
01	38 407	66 503	108 903	31	40	68	109	61	11	16	25
02	9603	16 628	27 228	32	38	63	102	62	10	16	24
03	4269	7392	12 103	33	36	60	96	63	10	15	23
04	2403	4159	6809	34	34	56	90	64	10	15	22
05	1539	2263	4359	35	32	53	85	65	9	14	21
06	1069	1850	3028	36	30	50	80	66	9	14	20
07	787	1360	2225	37	28	47	75	67	9	13	20
08	604	1042	1704	38	27	44	71	68	9	13	19
09	477	824	1347	39	26	42	67	69	8	12	18
10	383	661	1081	40	24	40	64	70	8	12	18
11	317	548	896	41	23	38	60	71	8	11	17
12	267	462	754	42	22	36	57	72	8	11	16
13	228	392	640	43	21	34	55	73	7	11	16
14	196	337	550	44	20	33	52	74	7	10	15
15	171	295	481	45	19	31	49	75	7	10	15
16	151	259	422	46	19	30	47	76	7	10	14
17	133	228	373	47	18	29	45	77	7	9	14
18	119	204	332	48	17	27	43	78	7	9	13
19	107	183	297	49	16	26	41	79	6	9	13
20	97	165	270	50	16	25	39	80	6	9	12
21	87	149	242	51	15	24	37	81	6	8	12
22	80	136	211	52	15	23	36	82	6	8	11
23	73	124	202	53	14	22	34	83	6	8	11
24	68	114	185	54	14	21	33	84	6	7	10
25	62	105	170	55	13	20	32	85	5	7	10
26	57	97	157	56	13	20	30	86	5	7	10
27	53	90	145	57	12	19	29	87	5	7	9
28	49	83	135	58	12	18	28	88	5	7	9
29	46	78	125	59	11	18	27	89	5	6	8
30	43	73	117	60	11	17	26	90	5	6	8

Таблица 10

УГЛЫ φ В РАДИАНАХ. $\varphi = \frac{\pi}{180} \arcsin \sqrt{p}$

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	p %
	Последние цифры доли и процента										
0,0000	0,0000	0,0063	0,0089	0,0110	0,0126	0,0142	0,0155	0,0167	0,0179	0,0190	0,00
0,0001	0,0200	0,0210	0,0220	0,0288	0,0236	0,0245	0,0253	0,0261	0,0269	0,0276	0,01
0,0002	0,0283	0,0290	0,0297	0.0303	0,0310	0,0317	0,0323	0,0329	0.0335	0,0341	0,02
0,0003	0,0346	0,0352	0,0358	0,0363	0,0369	0,0374	0,0379	0,0385	0,0390	0,0394	0,03
0,0004	0,0400	0,0405	0,0410	0,0415	0,0420	0,0425	0,0429	0,0434	0,0438	0,0443	0,04
0,0005	0,0448	0,0452	0,0456	0.0460	0,0465	0,0469	0,0473	0,0478	0,0482	0.0486	0,05
0,0006	0,0490	0,0494	0,0498	0,0502	0,0506	0,0510	0.0514	0,0518	0,0522	0,0525	0,06
0,0007	0,0529	0.0533	0.0537	0,0540	0,0543	0,0547	0,0551	0,0555	0,0559	0,0562	0,07
0,0008	0,0566	0,0569	0,0573	0,0576	0,0580	0 0583	0,0587	0,0590	0,0593	0,0597	0,08
0,0009	0,0600	0,0604	0,0607	0,0610	0,0613	0,0616	0,0620	0,0623	0,0626	0,0629	0,09
0,001	0,0632	0,0664	0,0693	0,0721	0,0748	0,0775	0,0800	0,0824	0,0849	0,0872	0,1
0,002	0,0895	0,0917	0,0939	0,0959	0,0979	0,1000	0,1020	0,1039	0,1059	0,1078	0,2
0,003	0,1096	0,1114	0,1132	0.1149	0,1167	0,1184	0,1200	0,1218	0,1234	0,1250	0,3
0,004	0,1266	0,1282	0,1297	0.1312	0,1328	0,1343	0,1358	0,1373	0,1387	0,1401	0,4
0,005	0,1415	0,1429	0,1443	0,1457	0,1471	0,1485	0.1498	0,1511	0,1525	0,1538	0,5
0,006	0.1551	0,1563	0,1576	0,1589	0,1602	0,1614	0,1626	0,1639	0,1651	0,1664	0,6
0,007	0,1676	0,1687	0.1699	0,1711	0,1723	0,1734	0,1746	0,1757	0,1769	0 1780	0,7
0,008	0,1791	0,1803	0,1814	0,1825	0.1836	0,1847	0,1857	0,1868	0,1879	0,1890	0,8
0,009	0,1900	0,1911	0,1921	0.1932	0,1942	0,1953	0 1963	0,1973	0,1983	0,1993	0,9
0,01	0,2003	0,2102	0,2195	0.2285	0,2372	0,2456	0.2537	0,2615	0,2691	0,2765	1,
0,02	0,2838	0,2909	0.2978	0.3045	0,3111	0,3176	0,3239	0,3301	0,3363	0,3423	2,
0,03	0,3482	0,3540	0,3597	0,3654	0,3709	0,3764	0,3818	0,3871	0,3924	0,3976	3,
0,04	0,4027	0,4078	0,4128	0,4178	0,4227	0,4275	0,4323	0,4371	0,4418	0 4464	4,
0.05	0,4510	0,4556	0,4601	0,4646	0,4690	0,4735	0,4778	0,4822	0,4865	0,4907	5,
0,06	0,4949	0,4991	0.5033	0,5074	0,5115	0,5156	0,5196	0,5237	0,5276	0,5316	6,
0,07	0,5355	0,5394	0,5433	0,5472	0,5510	0,5548	0,5586	0,5624	0,5661	0,5698	7,

0,08	0,5735	0,5772	0,5808	0,5845	0,5881	0,5917	0,5953
0,09	0,6094	0,6129	0,6163	0,6198	0,6232	0,6267	0,6301
0,10	0,6435	0,6468	0,6501	0,6534	0,6567	0,6600	0,6632
0,11	0,6761	0,6793	0,6825	0,6857	0,6888	0,6920	0,6951
0,12	0,7075	0,7107	0,7136	0,7167	0,7197	0,7227	0,7258
0,13	0,7377	0,7407	1,7437	0,7466	0,7495	0,7525	0,7554
0,14	0,7670	0,7699	0,7727	0,7756	0,7785	0,7813	0,7841
0,15	0,7954	0,7982	0,8010	0,8038	0,8065	0,8093	0,8121
0,16	0,8230	0,8258	0,8285	0,8312	0,8339	0,8366	0,8393
0,17	0,8500	0,8526	0,8553	0,8579	0,8606	0,8632	0,8658
0,18	0,8763	0,8789	0,8815	0,8841	0,8867	0,8892	0,8918
0,19	0,9021	0,9046	0,9071	0,9097	0,9122	0,9147	0,9173
0,20	0,9273	0,9298	0,9323	0,9348	0,9373	0,9397	0,9422
0,21	0,9521	0,9545	0,9570	0,9594	0,9619	0,9643	0,9667
0,22	0,9764	0,9788	0,9813	0,9836	0,9860	0,9884	0,9908
0,23	1,0004	1,0027	1,0051	1,0075	1,0098	1,0122	1,0146
0,24	1,0240	1,0262	1,0286	1,0310	1,0333	1,0356	1,0379
0,25	1,0472	1,0495	1,0518	1,0541	1,0564	1,0587	1,0610
0,26	1,0701	1,0724	1,0747	1,0770	1,0793	1,0815	1,0838
0,27	1,0928	1,0951	1,0973	1,0996	1,1018	1,1040	1,1063
0,28	1,1152	1,1174	1,1197	1,1219	1,1241	1,1263	1,1285
0,29	1,1374	1,1396	1,1418	1,1440	1,1462	1,1483	1,1505
0,30	1,1593	1,1615	1,1636	1,1658	1,1680	1,1702	1,1723
0,31	1,1810	1,1832	1,1853	1,1875	1,1896	1,1918	1,1939
0,32	1,2025	1,2045	1,2068	1,2090	1,2111	1,2132	1,2154
0,33	1,2239	1,2260	1,2281	1,2303	1,2324	1,2345	1,2366
0,34	1,2451	1,2472	1,2493	1,2514	1,2535	1,2556	1,2577
0,35	1,2661	1,2682	1,2703	1,2724	1,2745	1,2766	1,2787
0,36	1,2870	1,2891	1,2912	1,2933	1,2953	1,2974	1,2995
0,37	1,3078	1,3098	1,3119	1,3140	1,3161	1,3181	1,3202
0,38	1,3284	1,3305	1,3326	1,3346	1,3367	1,3387	1,3408
0,39	1,3490	1,3510	1,3531	1,3551	1,3572	1,3592	1,3613
0,40	1,3694	1,3715	1,3735	1,3756	1,3776	1,3796	1,3817

p	0	1	2	3	4	5	6	7
0,41	1,3898	1,3918	1,3939	1,3959	1,3979	1,3980	1,4020	1,4040
0,42	1,4101	1,4121	1,4142	1,4162	1,4182	1,4202	1,4223	1,4243
0,43	1,4303	1,4324	1,4344	1,4364	1,4384	1,4404	1,4424	1,4445
0,44	1,4505	1,4525	1,4545	1,4566	1,4586	1,4606	1,4627	1,4646
0,45	1,4706	1,4726	1,4748	1,4767	1,4787	1,4807	1,4827	1,4847
0,46	1,4907	1,4927	1,4947	1,4967	1,4987	1,5007	1,5027	1,5048
0,47	1,5108	1,5128	1,5148	1,5168	1,5188	1,5208	1,5228	1,5248
0,48	1,5308	1,5328	1,5348	1,5368	1,5388	1,5408	1,5428	1,5448
0,49	1,5508	1,5528	1,5548	1,5568	1,5588	1,5608	1,5628	1,5648
0,50	1,5780	1,5728	1,5748	1,5768	1,5788	1,5808	1,5828	1,5848
0,51	1,5908	1,5928	1,5948	1,5968	1,5988	1,6008	1,6028	1,6048
0,52	1,6108	1,6128	1,6148	1,6168	1,6188	1,6208	1,6228	1,6248
0,53	1,6308	1,6328	1,6348	1,6368	1,6388	1,6409	1,6428	1,6449
0,54	1,6509	1,6530	1,6549	1,6569	1,6589	1,6609	1,6629	1,6649
0,55	1,6710	1,6730	1,6750	1,6770	1,6790	1,6810	1,6830	1,6850
0,56	1,6911	1,6931	6,6951	1,6971	1,6992	1,7012	1,7032	1,7052
0,57	1,7113	1,7133	1,7153	1,7173	1,7193	1,7214	1,7234	1,7254
0,58	1,7315	1,7335	1,7355	1,7376	1,7396	1,7416	1,7437	1,7457
0,59	1,7518	1,7538	6,7559	1,7579	1,7599	1,7620	1,7640	1,7660
0,60	1,7722	1,7742	1,7762	1,7783	1,7803	1,7824	1,7844	1,7865
0,61	1,7926	1,7947	1,7967	1,7988	1,8008	1,8029	1,8049	1,8070
0,62	1,8132	1,8152	1,8172	1,8194	1,8214	1,8234	1,8255	1,8276
0,63	1,8338	1,8359	1,8380	1,8400	1,8421	1,8442	1,8463	1,8484
0,64	1,8546	1,8567	1,8588	1,8609	1,8629	1,8650	1,8671	1,8692
0,65	1,8755	1,8776	1,8797	1,8818	1,8839	1,8860	1,8881	1,8902
0,66	1,8965	1,8986	1,9008	1,9029	1,9050	1,9071	1,9092	1,9113
0,67	1,9177	1,9198	1,9220	1,9241	1,9262	1,9284	1,9305	1,9326
0,68	1,9391	1,9412	1,9434	1,9455	1,9477	1,9498	1,9520	1,9541
0,69	1,9606	1,9628	1,9650	1,9671	1,9693	1,9714	1,9736	1,9756
0,70	1,9823	1,9845	1,9867	1,9889	1,9911	1,9933	1,9954	1,9976

0,71	2,0042	2,0065	2,0087	2,0109	2,0131
0,72	2,0264	2,0286	2,0309	2,0331	2,0353
0,73	2,0488	2,0511	2,0533	2,0556	2,0578
0,74	2 0715	2,0373	2,0760	2,0783	2,0806
0,75	2,0944	2,0967	2,0990	2,1013	2,1037
0,76	2,1177	2,1200	2,1223	2,1247	2,12[illegible]0
0,77	2,1412	2,1436	2,1460	2,1484	2,1508
0,78	2,1652	2.1676	2,1700	2,1724	2,1749
0,79	2,1895	2,1920	2,1944	2,1969	2,1994
0,80	2,2143	2,2168	2,2193	2,2218	2,2243
0,81	2,2395	2,2421	2,2447	2,2472	2,2498
0,82	2,2653	2.2680	2,2705	2,2731	2,2759
0,83	2,2916	2,2943	2,2970	2,2996	2,3023
0,84	2,3186	2,3213	2,3240	2,3268	2,3295
0,85	2,3462	2,3490	2,3518	2,3546	2,3575
0,86	2.3746	2,3775	2,3804	2,3833	2,3862
0,87	2,4039	2,4068	2.4098	2,4128	2,4158
0,88	2,4341	2,4372	2.4403	2,4436	2,4465
0,89	2,4655	2,4687	2,4719	2,4751	2,4784
0,90	2,4981	2,5014	2,5048	2,5082	2,5115
0,91	2,5322	2 5357	2,5392	2.5428	2,5463
0,92	2.5681	2,5718	2,5755	2,5792	2,5830
0,93	2,6061	2,6100	2,6140	2,6179	2,6220
0,94	2,6467	2,6509	2,6552	2,6594	2 6638
0,95	2,6906	2,6952	2,6998	2,7045	2,7093
0,96	2,7389	2,7440	2,7492	2,7545	2,7598
0,97	2,7934	2,7993	2.8054	2,8115	2,8177
0,98	2,8578	2,8650	2.8725	2,8[illegible]01	2,8[illegible]79
0,990	2,94126	2,94229	2,94332	2,94444	2,94538
0,991	2,95157	2,9[illegible]266	2,95375	2,95484	2 95593
0,992	2,96247	2,96363	2,96479	2,95595	2,96711
0,993	2,97406	2,97531	2,97655	2,97780	2,99904
0,994	2,98652	2,98787	2,98923	2,99058	2,99193
0,995	3,00005	3,00155	3,00304	3,00454	3,00604

2,0153	2,0175	2,0197	2,0220	2,0242	571,
2,0376	2,0398	2,0421	2,0443	2,0465	72,
2,0601	2,0624	2,0646	2,0669	2,0692	73,
2,0829	2,0852	2,0875	2,0898	2,0921	74,
2,1060	2,1083	2,1106	2,1130	2,1153	75,
2,1294	2,1388	2,1341	2,1365	2,1389	76,
2,1532	2,1556	2,1580	2,1604	2,1628	77,
2,1773	2,1797	2,1822	2,1846	2,1871	78,
2,2019	2,2043	2,2068	2,2093	2,2118	79,
2,2269	2,2294	2,2319	2,2345	2.2370	80,
2,2524	2,2549	2,2575	2,2601	2,2627	81,
2,2784	2,2810	2,2037	2,2863	2,2870	82,
2,3050	2,3077	2,3104	2,3131	2,3158	83,
2,3323	2,3351	2,3378	2,3406	2,3434	84,
2,3603	2,2631	2,3660	2,3689	2,3717	85,
2,3891	2,3921	2,3950	2.3979	2,4009	86,
2,4189	2,4219	2,4249	2,4280	2,4310	87,
2.4496	2,4528	2,4559	2,4591	2.4624	88,
2,4816	2,4849	2,4882	2,4915	2,4948	89,
2,5150	2,5184	2,5218	2.5253	2,5287	90,
2,5500	2,5535	2,5571	2,5608	2,5644	91'
2.5868	2,5906	2,5944	2,5983	2,6022	92,
2,6256	2,6301	2,6342	2,6383	2,6425	93,
2,6681	2,6726	2,6770	2,6815	2.6856	94,
2,7141	2.7189	2,7238	2,7288	2,7338	95,
2,7652	2,7707	2,7763	2,7819	2,7876	96,
2,8240	2,8305	2,8371	2,8439	2,8507	97,
2,8960	2.9044	2,9131	2,9221	2.9314	98,
2,94642	2,94745	2.94848	2,94951	2,95054	99,
2,95702	2,95811	2,95920	2,96029	2,96136	99,0
2,96827	2.96942	2,99058	2,97174	2,97290	99,1
2,98029	2,98155	2,98278	2,98403	2,98527	99 2
2,99329	2,99464	2,99599	2,99734	2,99870	99,3
3,00754	3,00903	3,01053	3,01203	3,01352	99,4

p	0	1	2	3	4	5
0,996	3,01502	3,01672	3 01842	3,02011	3,02181	3,02351
0.997	3,03200	3,03401	3,03602	3,03804	3,04005	3,04206
0,998	3,05212	3,05474	3,05736	3,05999	3.06261	3,06523
0.9990	3,07834	3,07897	3,07961	3,08024	3,08087	3,08151
0,9991	3,08467	3 08530	3,08593	3,08657	3,08720	3,08783
0,9992	0,09099	3,09162	3,09226	3,09289	3,09352	3,09416
0,9993	3,09732	3,09795	3,09858	3,09922	3,09985	3,10048
0,9994	3,10364	3,10427	3,10491	3,10554	3,10617	3,10681
0,9995	3,10997	3,11060	3,11123	3,11187	3,11250	3,11313
0,9996	3,11629	3,11692	3,11756	3,11819	3,11882	3,11946
0,9997	3,12262	3,12325	3,12388	3,12452	3,12515	3,12578
0,9998	3,12894	3,12957	3,13020	3.13084	3,13147	3.13210
0,9999	3,13526	3,13589	3,13653	3,13716	3,13779	3,13843
1,0000	3,14159					

Продолжение табл. 10

6	7	8	9	p%
3,02521	3,02691	3,02860	3,03030	99,6
3,04407	3,04608	3,04810	3,05011	99,7
3,06785	3,07047	3,07310	3,07572	99,8
3,08214	3,08277	3,08340	3,08404	99,90
3,08846	3,08909	3,08973	3 09036	99,91
3,09479	3,09542	3,09605	3,09669	99,92
3,10111	3,10174	3,10238	3,10301	99,93
3,10074	3,10807	3.10870	3,10934	99,94
3,11376	3,11439	3,11503	3,11566	99,95
3,12009	3,12072	3,12135	3,12199	99,96
3.12641	3,12704	3,12768	3,12831	99,97
3,13273	3,13336	3,13399	3,13463	99,98
3,13906	3,13969	3,140 2	3,14096	99,99
				100,00

Таблица 11

Достаточная численность выборки

	Изучаются: средние M доли P				Изучаются разности средних и разность долей								
					выборки одинакового объема $n_1=n_2$				первая выборка меньше второй $n_1<n_2$, $n_1=\frac{n_2}{e}$				
	в таблице дается объем выборки $\hat{n}$				в таблице дается одинаковый объем каждой выборки $n_1=\hat{n}$ $n_2=\hat{n}$				в таблице дается объем меньшей выборки — $\hat{n}_1$ ($n_2=en_1$)				
B / k	0.90	0,95	0,99	0,999	0,90	0,95	0,99	0,999	0,90	0,95	0,99	0,999	B / e
0,20	70	99	170	278	69	97	168	274	69	97	167	273	0,20
0,21	63	90	155	253	62	89	153	251	62	88	152	248	0,21
0,22	58	82	141	231	57	80	139	227	57	80	138	226	0,22
0,23	53	75	130	212	52	74	128	208	52	74	127	207	0,23
0,24	49	69	119	195	48	68	118	192	48	68	117	191	0,24
0,25	45	64	111	180	44	63	110	177	44	63	109	176	0,25
0,26	42	59	102	167	40	58	101	164	40	58	100	163	0,26
0,27	39	55	96	155	37	54	94	152	38	54	93	151	0,27
0,28	37	52	89	145	36	51	87	142	35	50	87	141	0,28
0,29	34	48	83	135	33	47	81	133	33	47	81	132	0,29
0,30	32	45	78	127	31	44	76	124	31	44	76	123	0,30
0,31	30	43	73	119	30	42	77	116	29	41	71	115	0,31
0,32	29	40	69	112	26	39	67	110	27	39	66	108	0,32
0,33	27	38	65	106	28	37	64	103	26	36	63	102	0,33
0,34	26	36	62	100	25	35	60	97	24	34	59	96	0,34
0,35	24	34	58	95	23	33	57	92	23	33	56	91	0,35
0,36	23	32	55	90	22	31	54	87	22	31	53	86	0,36
0,37	22	31	53	86	21	30	51	88	21	29	50	81	0,37
0,38	21	29	50	81	20	28	48	79	20	28	48	77	0,38
0,39	20	28	48	78	19	27	46	75	19	26	45	74	0,39
0,40	19	27	47	74	18	26	44	71	18	25	43	70	0,40
0,42	18	25	42	68	17	23	40	65	16	23	39	64	0,42
0,44	16	23	38	62	15	21	37	60	15	21	36	58	0,44
0,46	15	21	35	57	14	20	34	55	14	19	33	54	0,46
0,48	14	19	33	53	13	18	31	51	13	18	30	49	0,48
0,50	13	18	31	50	12	17	29	47	12	17	28	46	0,50
0,60	10	14	23	36	9	12	21	34	9	12	20	32	0,60
0,70	8	11	18	27	7	10	16	24	7	9	15	23	0,70
0,80	7	9	14	23	6	8	13	20	5	7	12	19	0,80
0,90	6	8	12	19	5	7	11	17	4	6	10	16	0,90
1,00	5	7	11	17	4	6	9	14	4	5	8	13	1,00

ОГЛАВЛЕНИЕ

Николай Александрович ПЛОХИНСКИЙ

АЛГОРИТМЫ БИОМЕТРИИ

Тематический план 1967 г. № 151

Редактор *В. П. Чтецов*

Редактор издательства *Э. В. Лисовалова*

Технический редактор *М. С. Ермаков*

Корректоры *Л. С. Клочкова, М. И. Эльмус*

Сдано в набор 12/IX 1967 г. Подписано к печати 17/XI 1967 г.

Л-42289. Формат 60×90/16. Физ. печ. л. 5,25 Уч. изд. л. 5,16

Изд. № 271 Зак. 126. Тираж 8000 экз. Цена 35 коп.

Издательство Московского университета, Москва, Ленинские горы
Административный корпус

Типография Изд-ва МГУ (филиал), Москва, проспект Маркса, 20

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Следует
25	5—6 снизу	$24 \cdot 23^2 + 35 \cdot 21^2$ $25+36-2$	$\dfrac{24 \cdot 23^2 + 35 \cdot 21^2}{25+36-2}$
26	5—6 снизу	$n_1 n_2$ $n_1 + n_2$	$\dfrac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}$
54	9 снизу	$\dfrac{MV}{100}$	$\dfrac{MCV}{100}$
74	1 сверху	$\varphi = \dfrac{\pi}{180} \arcsin \sqrt{p}$	$\varphi = 2\dfrac{\pi}{180} \arcsin \sqrt{p}$

Во всех случаях когда напечатано: $C_d{}'$ $C_2{}'$ $\sigma_x{}^2$ $\sigma_z{}^2$ $\eta_x{}^2$ $m\eta_x{}^2$

следует читать $C_d^{'}$ $C_2^{'}$ σ_x^2 σ_z^2 η_x^2 $m\eta_x^2$

к зак. 126-а