

МОДЕЛЮВАННЯ ХОДИ ЛЮДИНИ З ГОМІЛКОВОСТОПНИМИ ОРТЕЗАМИ

Мирослав ДЕМИДЮК, Богдан ЛИТВИН

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача, м. Львів, Україна*

Ортез – це зовнішній ортопедичний пристрій, призначений для відновлення та захисту (частково втрачених) опорних і рухових функцій суглобів людини [1]. За характером взаємодії з суглобом ортези поділяються на розвантажувальні, компенсаційні, коригувальні та фіксаційні. Нижче розглядаємо розвантажувальні гомілковостопні шарнірні ортези, закріплені на нижніх кінцівках людини. Для підсилення розвантажувального ефекту в шарнірі кожного ортеза вмонтовано пружинний пристрій [2]. Раціональний добір параметрів пружин цих пристроїв дасть можливість зменшити величину м'язових зусиль у гомілковостопному суглобі. Ефективним засобом для такого добору параметрів є математичне моделювання. У зв'язку з цим, побудова математичних моделей ходи людини з ортезами та розроблення на їх основі алгоритмів оптимізації параметрів ортеза – важлива задача біомеханіки.

Моделюванню ходи людини з ортезом присвячено низку праць, зокрема [2–5]. У [2] дослідили вплив жорсткісних характеристик вуглепластикових гомілковостопних ортезів на енергетику ходи людини. Енерговитрати визначили двома способами: експериментально (за кількістю спожитого кисню) і засобами математичного моделювання (з використанням методики обернених задач динаміки та відеофіксації руху сегментів тіла людини). У статті [3] для моделювання ходи людини використали систему семи твердих тіл (корпус та дві триланкові нижні кінцівки), ортези змодельовали ротаційними пружинами. Побудовано розв'язок прямої задачі динаміки, досліджено вплив жорсткості пружин на енерговитрати під час ходи.

Вплив жорсткісних характеристик гомілковостопного ортеза на величину м'язових зусиль в ортезованому суглобі людини дослідили в [4]. Тут ходу змодельовали плоскою системою дев'яти твердих тіл, ортез – торсійною пружиною. За допомогою числових розрахунків виявили, що для жорсткості пружини 50 Нм/рад величину м'язових зусиль у гомілковостопному суглобі можна зменшити на 15 %.

Нижче досліджуємо задачу математичного моделювання ходи людини з гомілковостопними шарнірними ортезами. Дослідження є подальшим розвитком методики параметричної оптимізації у задачах моделювання ходи людини як у “нормі” [6, 8], так і з ортопедичними пристроями [5, 7, 9]. На відміну від [5], де ходу людини з ортезом моделюють у два етапи (спочатку розраховують кінематичні характеристики ходи у “нормі”, далі в межах отриманої кінематики оптимізують параметри ортеза), тут формулюємо задачу сукупної оптимізації законів руху біотехнічної системи та параметрів ортеза. Розв'язок задачі будемо чисельно методами параметричної оптимізації, використовуючи кубічні згладжувальні сплайни та генетичний алгоритм мінімізації [11].

Математична модель ходи людини з ортезами. Розглянемо ходу людини з шарнірними ортезами, закріпленими на гомілковостопних суглобах. Обмежимося дослідженням руху у вертикальній площині OXY (у напрямку осі OX). Опорно-руховий апарат людини моделюємо системою 9 твердих тіл (рис. 1). Тіло NG представляє корпус людини, тіла NK_i , K_iA_i , $A_iH_iM_i$, M_iS_i – відповідно стегно, гомілку та дволанкову стопу i -ї ноги, $i=1, 2$. Тіла зв'язані між собою ідеальними циліндричними шарнірами N, K, A, M , осі яких перпендикулярні площині руху OXY , $i=1, 2$. Ортез моделюємо двома стрижнями, з'єднаними між собою циліндричним шарніром;

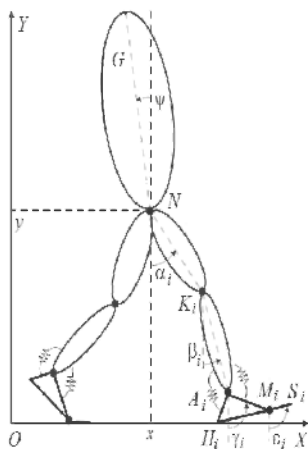


Рис 1.

один стрижень закріплений на гомілці, другий – на стопі. У шарнірі кожного ортеза вмонтовано пристрій зі зосередженою пружною податливістю, основне призначення якого – зменшити величину м'язових зусиль в ортезованому суглобі. Пристрій моделюємо чотирма невагомими пружинами зі суміщено-послідовним з'єднанням (рис. 2)

Рух системи відбувається внаслідок взаємодії моментів сил q_i , u_i , p_i , w_i у шарнірах N , K_i , A_i , M_i відповідно (генеруються м'язами людини), сил реакцій опорної поверхні R_i , моменту пружних сил f_i в шарнірі A_i (генеруються пружинами ортеза) та сили тяжіння, $i = 1, 2$. Надалі тіла стопи $A_i H_i M_i$, $M_i S_i$ вважаємо безінерційними, а їх масу зосередженою в шарнірі A_i , $i = 1, 2$. Масу ортезу враховуємо в параметрах відповідних сегментів тіла людини.

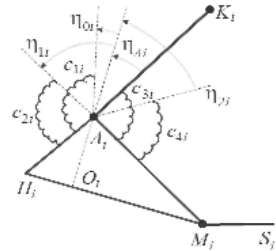


Рис 2.

Введемо вектор узагальнених координат досліджуваної механічної системи $\xi = (x, y, \psi, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$, де (x, y) – координати точки N в системі відліку OXY , $\psi, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \varepsilon_i$ – кути відхилення тіл $NG, NK_i, K_i A_i, A_i H_i M_i, M_i S_i$ від вертикалі, $i = 1, 2$. Тоді рух механічної моделі можна описати сукупністю диференціальних та алгебраїчних рівнянь виду [5]:

$$\mathbf{A}(\xi)\ddot{\xi} + \mathbf{B}(\xi)\dot{\xi} + \mathbf{g}(\xi) = \mathbf{C}(\xi)\mathbf{f}, \quad (1)$$

$$\mathbf{S}(\xi, x_{R1}, x_{R2})\mathbf{f} = 0, \quad (2)$$

де $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{S}$ – матриці розмірностей $7 \times 11, 7 \times 11, 7 \times 12, 7 \times 12$ відповідно, $\mathbf{b} = (\xi_1^2, \xi_2^2, \dots, \xi_7^2)$, $\mathbf{f} = (q_1, q_2, u_1, u_2, p_1 + f_1, p_2 + f_2, w_1, w_2, R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y})$, \mathbf{g} – вектор розмірності 7, R_{ix}, R_{iy}, x_{Ri} – координати вектора \mathbf{R}_i у системі відліку OXY та абсциса точки його прикладення, $i = 1, 2$. Компоненти матриць $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{S}$ і вектора \mathbf{g} можна одержати із розгорнутого запису співвідношень (1), (2), поданого в [6, 7]. Тут точкою (зверху над величиною) позначено диференціювання за часом t .

Хода людини в усталеному режимі є періодичним процесом з періодом, який дорівнює тривалості подвійного кроку і при цьо-

му характеризується стійкою послідовністю ритмічних фаз руху стоп. Позначимо через T_i і L_i тривалість та довжину кроку i -ї ноги, $T = T_1 + T_2$ – тривалість подвійного кроку, $i = 1, 2$. На проміжку $[0, T]$ визначимо послідовність фаз руху стоп, а саме, для стопи першої ноги: $t \in [0, \tau_{h1})$ – переكات через п'яту, $t \in [\tau_{h1}, \tau_{m1})$ – опора на всю стопу, $t \in [\tau_{m1}, T_1]$ – фаланговий переكات, $t \in (T_1, \tau_{s1})$ – переكات через носок, $t \in [\tau_{s1}, T)$ – перенесення стопи над поверхнею; для стопи другої ноги: $t \in (0, \tau_{s2})$ – переكات через носок, $t \in [\tau_{s2}, T_1)$ – перенесення стопи, $t \in [\tau_{h2}, \tau_{m2})$ – переكات через п'яту, $t \in [\tau_{h2}, \tau_{m2})$ – опора на всю стопу, $t \in [\tau_{m2}, T]$ – фаланговий переكات.

На заданій послідовності фаз повинні виконуватися ритмічні умови

$$0 < \tau_{s2} < \tau_{m1} < T_1 < \tau_{s1} < \tau_{m2} < T, \quad (3)$$

кінематичні умови контактування точок стопи H_i, M_i, S_i з поверхнею опори

$$\begin{aligned} x_{hi}(t) &= x_{hi}^*, y_{hi}(t) \equiv 0, y_{si} > y_{mi} > 0, t \in [\tau_i, \tau_{hi}), \\ x_{hi}(t) &\equiv x_{hi}^0, y_{hi}(t) \equiv y_{mi}(t) \equiv y_{si}(t) \equiv 0, t \in [\tau_{hi}, \tau_{mi}), \\ x_{mi}(t) &\equiv x_{mi}^0, y_{hi} > 0, y_{mi}(t) \equiv y_{si}(t) \equiv 0, t \in [\tau_{mi}, \tau_{1+i}), \\ x_{si}(t) &\equiv x_{si}^0, y_{hi} > y_{mi} > 0, y_{si}(t) \equiv 0, t \in (\tau_{3-i}, \tau_{si}), \\ y_{hi} &> 0, y_{mi} > 0, y_{si} > 0, t \in [\tau_{si}, \tau_{4-i}), \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (4)$$

а також антропоморфні обмеження динамічного характеру

$$R_{iy} > 0, |R_{ix}| < \mu R_n, t \in [\tau_i, \tau_{i+1}) \cup [\tau_{3-i}, \tau_{si}), R_{iy} = R_{ix} = 0, t \in [\tau_{si}, \tau_{4-i}),$$

$$x_{hi}^0 < x_{Ri} < x_{si}^0, t \in [\tau_i, \tau_{mi}), x_{mi}^0 < x_{Ri} < x_{si}^0, t \in [\tau_{mi}, \tau_{1+i}) \cup [\tau_{3-i}, \tau_{si}), i = 1, 2. \quad (5)$$

Тут $(x_{hi}, y_{hi}), (x_{mi}, y_{mi}), (x_{si}, y_{si})$ – координати точок H_i, M_i, S_i у системі OXY , $x_{mi}^0 = x_{hi}^0 + l_1$, $x_{si}^0 = x_{mi}^0 + l_2$, $x_{h1}^0 = 0$, $x_{h2}^0 = x_{h1}^0 + L_2$, $l_1 = |H_1M_1| = |H_2M_2|$, $l_2 = M_1S_1 = |M_2S_2$, $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = T_1$, $\tau_3 = T$, μ – коефіцієнт тертя.

Задамо умови періодичності руху системи, а також умови взаємного розміщення стоп у початковий $t = 0$ і кінцевий $t = T$ моменти часу

$$\xi(T) = \xi(0) + \mathbf{L}, \quad \dot{\xi}(T) = \dot{\xi}(0),$$

$$x_{m2}(0) = x_{h1}^2 + I_1 - I_2, \quad y_{m2}(0) = 0, \quad x_{h1}(T) = x_{h1}^2 + I_2, \quad y_{h1}(T) = 0, \quad (6)$$

де $\mathbf{L} = (L, 0, \dots, 0)$ – вектор розмірності 11, $L = L_1 + L_2$.

Параметрична оптимізація біотехнічної системи. Нехай сумарний момент пружних сил у шарнірі ортеза рівний

$$f_i = \begin{cases} c_{1i}(\eta_{0i} - \eta_{Ai}) + c_{2i}(\eta_{1i} - \eta_{Ai}), & \eta_{Ai} < \eta_{1i}, \\ c_{1i}(\eta_{0i} - \eta_{Ai}), & \eta_{Ai} \in [\eta_{1i}, \eta_{0i}], \\ c_{3i}(\eta_{0i} - \eta_{Ai}), & \eta_{Ai} \in [\eta_{0i}, \eta_{2i}], \\ c_3(\eta_0 - \eta_{A1}) + c_4(\eta_2 - \eta_{A1}), & \eta_{A1} > \eta_2, \end{cases} \quad (7)$$

де $c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}$ – коефіцієнти жорсткості пружин, η_{0i} – кут ненавантаженого стану пружин, η_{1i}, η_{2i} – кути закріплення відповідних пружин. Очевидно, що введені параметри ортеза повинні задовольняти обмеженням

$$c_{ki} \geq 0, \quad \eta_{1i} \leq \eta_{0i} \leq \eta_{2i}, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Позначимо через $\eta_{Ni} = \alpha_i - \psi, \eta_{Ki} = \alpha_i - \beta_i, \eta_{Ai} = \gamma_i - \beta_i - \bar{\gamma}_i$ міжланкові кути в шарнірах системи N, K, A, i , де $\bar{\gamma}_i = 90^\circ - \varphi_{Mi}, \varphi_{Mi} = \angle A_i M_i H_i, i = 1, 2$. Нехай задані двосторонні обмеження на міжланкові кути та реакції поверхні:

$$\eta_{Ni}^{(0)}(t) \leq \eta_{Ni}(t) \leq \eta_{Ni}^{(1)}(t), \quad \eta_{Ki}^{(0)}(t) \leq \eta_{Ki}(t) \leq \eta_{Ki}^{(1)}(t), \quad \eta_{Ai}^{(0)}(t) \leq \eta_{Ai}(t) \leq \eta_{Ai}^{(1)}(t), \\ R_{ix}^{(0)}(t) \leq R_{ix}(t) \leq R_{ix}^{(1)}(t), \quad R_{iy}^{(0)}(t) \leq R_{iy}(t) \leq R_{iy}^{(1)}(t), \quad i = 1, 2, \quad t \in [0, T], \quad (9)$$

де $\eta_{Ni, Ki, Ai}^{(0,1)}, R_{ix, iy}^{(0,1)}$ – задані на проміжку $[0, T]$ функції, які визначають ділянки допустимих значень міжланкових кутів та реакцій, $R_{iy}^{(0)} > 0, i = 1, 2$.

Позначимо через $\mathbf{c}_i = (c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}, \eta_{0i}, \eta_{1i}, \eta_{2i})$ вектор параметрів ортеза i -ої ноги, через $\mathbf{u} = (q_1, q_2, u_1, u_2, p_1, p_2, w_1, w_2)$ вектор керувань біотехнічної системи. Сформулюємо **задачу 1**. Для заданих L_i, T_i знайти такі параметри ортеза $\mathbf{c}_i^*, i = 1, 2$, і такий рух системи $\xi^*(t)$ та керування $\mathbf{u}^*(t), t \in [0, T]$, які за допомогою рівнянь (1), (2) та умов (3)–(6), (8), (9) мінімізують функціонал

$$E = \frac{1}{L} \int_0^T \sum_{i=1}^2 [|q_i(t) \dot{n}_{Ni}(t)| + |u_i(t) \dot{n}_{Ki}(t)| + |p_i(t) \dot{n}_{Ai}(t)| + |w_i(t) (\dot{\epsilon}_i(t) - \dot{\gamma}_i(t))|] dt. \quad (10)$$

Функціонал (10) характеризує питомі (на одиницю довжини) механічні енерговитрати системи на проміжку подвійного кроку [5–9].

Розроблено чисельний алгоритм наближеного розв'язання сформульованої задачі, який ґрунтується на методиці параметризації узагальнених координат механічної системи кубічними згладжувальними сплайнами, концепції обернених задач динаміки та процедурах нелінійного програмування [10].

Числове моделювання ходи людини з ортезами. Опишемо окремі результати числового розв'язання задачі 1. Масоінерційні параметри механічної системи, а також параметри розрахункової схеми алгоритму параметричної оптимізації приймали значення, аналогічні таким у [5]. Ходу моделювали в класі симетричних дій, для яких рух однієї ноги повторює рух іншої із запізненням у часі $\tau = T/2$. Тривалість подвійного кроку $T = 1.14$ с, довжини одинарних кроків $L_1 = L_2 = 0,755$ м. Межі $n_{Ni, Ki, Ai}^{(0,1)}$ областей допустимих значень міжланкових кутів та опорних реакцій задавали за усередненими даними експериментальних досліджень ходи людини [12]. Загальна кількість параметрів оптимізації становила 90, тривалість розв'язання задачі 1 (на комп'ютері з процесором Intel Core I7 3610M, 2.3 GHz) – 62 х в.

У результаті розв'язання задачі 1 отримали оптимальні параметри пружин $\mathbf{c}_1^* = \mathbf{c}_2^* = (0, 0,7, 2,1, 3,8, -3,36, 15,8, 0,2)$. При цьому питомі енерговитрати на переміщення біотехнічної системи $E^* = 108$ Дж/м, параметри тривалості фаз руху стоп $\tau_{h1} = 0,09T$, $\tau_{m1} = 0,34T$, $\tau_{s1} = 0,6T$, $\tau_{s2} = 0,1T$, $\tau_{h2} = 0,59T$, $\tau_{m2} = 0,84T$. Графічні залежності відповідних кінематичних та динамічних характеристик системи зображено на рис. 3–11 (жирні лінії). Тут час t виражено у відсотках щодо тривалості подвійного кроку T , кути – у градусах, динамічні характеристики віднесено до сумарної маси системи та виражено: моменти – в Нм/кг, реакції – в Н/кг. Тонкими лініями на

рис. 3–10 показано меж областей допустимих значень відповідних характеристик для ходи людини в “нормі” (без ортезів), побудовані за результатами праці [12]. На рис. 10 тонкою штриховою лінією наведено момент м’язових сил у гомілковостопному суглобі $p_1(t)$ для ходи в “нормі” [8]. Як бачимо, використання шарнірних ортезів з оптимальними параметрами пружин суттєво зменшує (за абсолютним значенням) величину м’язових зусиль у гомілковостопному суглобі людини. Зокрема, для досліджуваної механічної моделі рівень м’язових зусиль зменшився у 2,7 рази. Додамо також, що для ходи людини в “нормі” мінімальні енерговитрати $E = 146,3$ Дж/м [8].

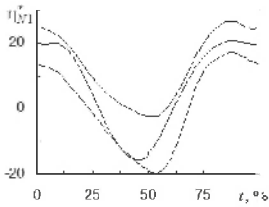


Рис. 3

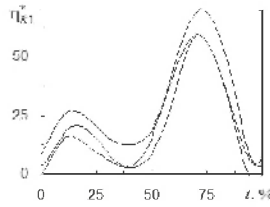


Рис. 4

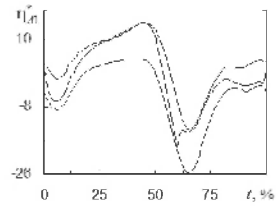


Рис. 5

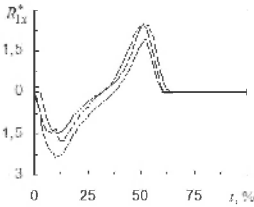


Рис. 6

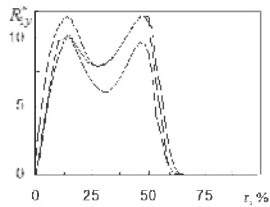


Рис. 7

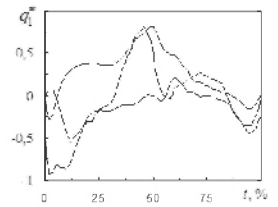


Рис. 8

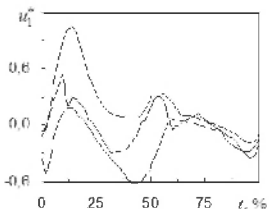


Рис. 9

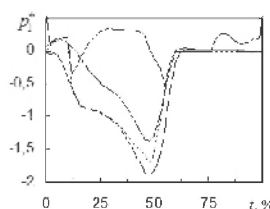


Рис. 10

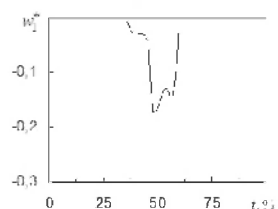


Рис. 11

Висновки. Побудовано математичну модель ходи людини з гомілковостопними шарнірними ортезами (з пружинним механізмом у

шарнірі), у межах якої розроблено чисельно-аналітичний алгоритм визначення таких параметрів пружин ортеза та закону руху біосистеми, які при заданих кінематичних та динамічних обмеженнях мінімізують енерговитрати на переміщення систем. За допомогою проведених числових розрахунків виявлено, що ортези з знайденими оптимальними параметрами пружин суттєво зменшують величину м'язових зусиль в ортезованих суглобах. Отримані результати можна використати в клінічній практиці ортезування нижніх кінцівок людини.

Список літератури

1. Herr H. Exoskeletons and orthoses: classification, design challenges and future directions / Herr H. // J. of NeuroEngineering and Rehabilitation. – 2009. – Vol. 6. – P. 21–29.

2. Spring-like Ankle Foot Orthoses reduce the energy cost of walking by taking over ankle work / Bregman D.J.J, Harlaar J, Meskers C. G. M., de Groot V. // Gait Posture. – 2012. – Vol. 35, N 1. – P. 148–53.

3. The effect of ankle foot orthosis stiffness on the energy cost of walking: a simulation study / Bregman D.J.J., van der Krogt M.M., de Groot V, Harlaar J, Wisse M., Collins S. H. // Clinical Biomechanics. – 2011. – Vol. 26, N 9. – P. 955–961.

4. Modeling and analysis of an ankle-foot orthosis (AFO) using multibody methodologies / Ferreira P., Flores F.G., Flores P., Siebler M., Kecskeméthy A. // 5 Congresso Nacional De Biomecânica. – Espinho, Portugal, 8–9 de Fevereiro, 2013.

5. Демьдюк М.В. Математическое моделирование ходьбы человека с голеностопным шарнирным ортезом / Демьдюк М.В., Литвин Б.А. // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 2. – С. 46–57.

6. Energy-Optimal Control of Bipedal Locomotion Systems / Berbyuk V, Boström A., Lytwyn B., Peterson B. // J. Stability and Control: Theory and Application (SACTA). – 2002. – Vol. 4, N 2. – P. 74–89.

7. Бербюк В.Е. Математическое моделирование и оптимизация ходьбы человека с протезированой голенью / Бербюк В.Е., Демь-

дюк М. В., Литвин Б. А. // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 3. – С. 128–144.

8. Демидюк М. В. Задачі математичного моделювання ходи людини з врахуванням біомеханічних експериментальних даних / Демидюк М. В., Литвин Б. А. // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2012. – Вип. 10. – С. 51–62.

9. Демидюк М. В. Математичне моделювання ходи людини з екзоскелетоном / Демидюк М. В., Литвин Б. А. // Прикл. проблеми механіки і математики – 2014. – Вип. 12. – С. 120–129.

10. Демидюк М. В. Оптимизация параметров и режимов управления движением двуногого шагающего робота / Демидюк М. В., Литвин Б. А. // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 6. – С. 32–44.

11. Литвин Б. А. Про одну модифікацію гібридного генетичного алгоритму з дійсним кодуванням у задачах оптимізації / Литвин Б. А. // Вісник Львів. ун-ту. Серія Прикладна математика та інформатика. – Львів, 2009. – Вип. 15. – С. 313–324.

12. Winter D. A. Biomechanics and motor control of human movement / D. A. Winter. – Waterloo : University of Waterloo, Canada, 2009. – 384 p.