УДК 796. 431. 071. 5

ФАКТОРНИЙ АНАЛІЗ НАЙІНФОРМАТИВНІШИХ ПАРАМЕТРІВ СТРИБУНІВ У ДОВЖИНУ З РОЗБІГУ

Тетяна ЯВОРСЬКА

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Анотація. У статті розглядаються актуальні питання виділення найбільш інформативних параметрів стрибунів у довжину з розбігу з деякої певної сукупності спортивних параметрів для вирішення надалі важливого завдання – прогнозу результативності спортсменів. При цьому особливе значення має факторний аналіз. На відміну від більшості відомих робіт, у даній роботі факторний аналіз розглядається з позицій аналізу орієнтації та розмірів багатомірного кореляційного еліпсоїда повного вектора спортивних параметрів (ВСП). При цьому виділяється так званий принцип локалізації ВСП в обмежених підпросторах меншої розмірності.

Ключові слова: факторний аналіз, параметри спортсменів, прогноз результативності, цільова функція, вектор спортивних параметрів.

Постановка проблеми. В останні роки українським стрибунам у довжину з розбігу не вдається перемагати на великих міжнародних змаганнях. Цей факт стимулює фахівців не тільки підвищувати ефективність навчально-тренувального процесу, але й продовжувати розробку точності прогнозу результативності спортсменів. У зв'язку з цим, досить актуальним є виділення найінформативніших параметрів стрибунів у довжину з розбігу для вирішення надалі завдання прогнозу результативності спортсменів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проведений у деяких роботах [1; 7] детермінований аналіз повної сукупності параметрів спортсменів (антропометричних, спортивно-технічних і спеціалізованих) розкриває їхній фізичний зміст і показує, що всі вони є важливими характеристиками, які в сукупності й визначають в остаточному підсумку спортивний результат (цільову функцію). Однак, детермінований аналіз не відповідає на дуже істотне питання: а яким чином оцінювати кількісно ступінь впливу на результат окремих параметрів чи деякої групи параметрів? Оскільки конкретні значення параметрів залежать випадково від конкретного спортсмена, остільки вони завжди мають деякий випадковий розкид, який можна описати методами математичної статистики [4-6]. При цьому особливе значення має факторний аналіз [2-4].

Зв'язок роботи з науковими темами. Наукове дослідження проводилося згідно з темою 2.3.5.1 п „Удосконалення теоретико-методичних основ управління системою підготовки спортсменів швидкісно-силових видів спорту" Зведеного плану науково-дослідної роботи у сфері фізичної культури і спорту на 2006 – 2010 рр. Міністерства України у справах сім'ї, молоді та спорту. Номер держреєстрації – 0108V008210.

Мета дослідження – розробити науково-обґрунтовану методику виділення найінформативніших параметрів стрибунів у довжину з розбігу в задачах прогнозу їх результативності.

Результати дослідження та його обговорення.

Векторні й матричні статистичні характеристики для групи спортсменів.

У нашому дослідженні повна сукупність параметрів, включаючи і спортивний результат (Н), подається як деякий N-мірного вектора $\vec{x}_N$ (матриці-стовпця):

$$\vec{x}_N^T = (x_1, x_2, ..., x_N),$$

де „Т" – операція матричного транспонування, $\vec{x}_N^T$ – рядок, $\vec{x}_N$ – стовпець. У цій роботі дослідження обмежується випадком N=21: x_1 = Н – спортивний результат (довжина стрибка; називається також цільовою функцією (ЦФ).

Антропометричні параметри ($x_2 ... x_7$): x_2 – довжина тіла; x_3 – довжина гомілки; x_4 – довжина стегна; x_5 – окружність стегна; x_6 – окружність литкового м'яза; x_7 – вага тіла.

Технічні параметри ($x_8 ... x_{14}$): x_8 – швидкість розбігу перед відштовхуванням; x_9 – швидкість вильоту ЗЦТ тіла (у момент відриву); x_{10} – кут вильоту ЗЦТ тіла; x_{11} – тривалість фази відштовхування; x_{12} – висота вильоту ЗЦТ тіла; x_{13} – імпульс сили відштовхування.

Спеціалізовані параметри ($x_{14} ... x_{21}$): x_{14} – ступінь використання силових можливостей при відштовхуванні (%); x_{15} – біг на 30 м з високого старту (час, секунди); x_{16} – швидкість спринтерського бігу (10 м з ходу); x_{17} – стрибок угору з двох ніг із місця; x_{18} – стрибок у довжину з двох ніг із місця; x_{19} – потрійний стрибок із місця; x_{20} – стрибок у довжину з поштовхової ноги з місця (махом іншої); x_{21} – стрибок у довжину з трьох кроків розбігу.

Вектор спортивних параметрів (ВСП) $\vec{x}_N$ залежить від конкретного спортсмена m=1,2,…,M у групі з M спортсменів (у цій роботі M=12). Залежність ВСП від спортсмена (його номера) і від часу (віку) подається як:

$$\vec{x}_N = \vec{x}_N^m(t), t = t_1, t_2, ..., t_L, t_0; \ m=1,2,\dots,M,$$

$$\mathrm{t_n} = 10 + (\mathrm{n} - 1), \quad \mathrm{n} = 1,2,...,5,$$

де n – число вікових груп (у цій роботі n=5); t0 – умовний вік провідних спортсменів. Для простоти залежність ВСП від часу поки-що опускається і вікова група цілком характеризується M-мірним набором N-мірних ВСП спортсменів і подається як прямокутна матриця XNM, яка називається далі груповою параметричною матрицею (ГПМ):

$$X_{NM} = (\vec{X}_N^1 \vec{X}_N^2 ... \vec{X}_N^M) = (x_{nm})_{NM}, \quad x_{nm} = \vec{X}_N^m[n],$$

$$X_{NM} = \begin{pmatrix} x_{11} x_{12} ... x_{1M} \\ x_{21} x_{22} ... x_{2M} \\ .... \\ x_{N1} x_{N2} ... x_{NM} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

де N – число рядків; M – число стовпців матриці;

x_{nm} – елементи матриці (n-а компонента (координата) вектора $\vec{X}_N^m$).

Виділяючи окремо спортивний результат $x_1 = H$, ВСП $\vec{x}_N$ можна подати також у блоковому вигляді:

$$\vec{x}_N = \begin{pmatrix} H \\ \vec{y}_{N-1} \end{pmatrix}, \quad \vec{y}_{N-1} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ . \\ . \\ x_N \end{pmatrix}, \tag{2}$$

де $\vec{y}_{N-1}$ – (N-1) – мірний вектор фізичних параметрів (ВФП) спортсмена. Вектор фізичних параметрів (ВФП) – це вектор спортивних параметрів (ВСП) без спортивного результату.

У рамках статистичної термінології вважатимемо, що кожний із параметрів x_n (для кожної вікової групи) є деякою випадковою величиною, а ВСП $\vec{x}_N$ – випадковим вектором. Статистичні характеристики ВСП визначаються шляхом арифметичного усереднення:

$$\vec{a}_N = \bar{\vec{x}}_N = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \vec{X}_N^m, \quad a_n = \bar{x}_n = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} x_{nm}, \tag{3}$$

$$D(x_n) = s_n^2 = \overline{\Delta x_n^2} = \overline{x_n^2} - \overline{x_n}^2, \quad \Delta x_n = x_n - \overline{x_n}, \tag{4}$$

$$\Phi_{nk} = \overline{x_n x_k} = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} x_{nm} x_{km}, \qquad (5)$$

$$\Psi_{nk} = \overline{\Delta x_n \Delta x_k} = \Phi_{nk} - \overline{x_n}\,\overline{x_k}, \qquad (6)$$

$$\Psi_{nk} = s_n s_k r_{nk}, \quad r_{nk} = \frac{\Psi_{nk}}{s_n s_k}, \qquad (7)$$

де a_n, s_n^2 – середні значення і дисперсії параметрів x_n ($s_n = \sqrt{D(x_n)}$ – СКВ); Δx_n – флуктуації параметрів щодо середніх значень; Φ_{nk}, Ψ_{nk} – взаємні кореляції та коваріації параметрів x_n, x_k; r_{nk} – взаємні коефіцієнти кореляції ($/r/ \le 1$).

Відповідні кореляційні та коваріаційні матриці подаються в алгебраїчному вигляді:

$$\Phi_{NN} = \frac{1}{M} X_{NM} X_{NM}^{T} = \overline{\vec{X}_N^m \vec{X}_N^{mT}} = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \vec{X}_N^m \vec{X}_N^{mT}, \qquad (8)$$

$$\Psi_{NN} = \overline{\Delta\vec{X}_N^m \Delta\vec{X}_N^{mT}}, \qquad (9)$$

де риска зверху означає арифметичне усереднення за номером m $(m = 1,2,...,M)$, тобто статистичне усереднення за спортсменами у групі з рівномірним дискретним розподілом імовірностей $p_m = 1/M$.

Відзначимо, що вихідна ГПМ X_{NM} містить інформацію не тільки про зв'язок різних параметрів x_n між собою, але і ступеня „схожості" чи параметричної близькості спортсменів між собою в групі. Для цього досить розглянути близькість чи кореляцію векторів $\vec{X}_N^m$, оцінюючи скалярні добутки векторів [3]:

$$B_{mk} = \frac{1}{N}(\vec{X}_N^m, \vec{X}_N^k) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \vec{X}_N^m[n]\vec{X}_N^k[n]. \qquad (10)$$

Матрицю скалярних добутків (МСД) можна подати через ГПМ X_{NM}:

$$B_{MM} = \frac{1}{N} X_{NM}^{T} X_{NM}. \qquad (11)$$

Мірою параметричної близькості спортсменів у групі може служити алгебраїчна кореляція $\vec{X}_N^m$ векторів чи так званий косинус кута між векторами:

$$R_{mk} = \cos\varphi_{mk} = \frac{(\vec{X}_N^m, \vec{X}_N^k)}{//\vec{X}_N^m// * //\vec{X}_N^k//}, \qquad (12)$$

$$//\vec{X}_N// = \sqrt{(\vec{X}_N, \vec{X}_N)} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_n^2},$$

де $//\vec{X}_N//$ – норма вектора в N-мірному евклідовому просторі [3].

Багатомірний нормальний закон розподілу та кореляційний еліпсоїд вектора спортивних параметрів. Завдання факторного аналізу

Нормальна щільність імовірності ВСП подаються стандартно [3]:

$$W(\vec{X}_N / \bar{\vec{X}}_N, \Psi_{NN}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\Psi_{NN})}} \exp\{-\frac{1}{2}(\Psi_{NN}^{-1}\Delta\vec{X}_N, \Delta\vec{X}_N)\},$$

де $\det(\Psi_{NN})$ – визначник коваріаційної матриці Ψ_{NN}.

Перетин щільності ймовірності визначає у просторі ВСП так званий кореляційний еліпсоїд:

$$W(\vec{X}_N /.) = const \quad \Rightarrow \quad (\Psi_{NN}^{-1}\Delta\vec{X}_N, \Delta\vec{X}_N) = const' . \tag{13}$$

Зокрема, при незалежних параметрів xn рівняння кореляційного еліпсоїда представляється у вигляді:

$$\left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2 - \bar{x}_2}{\sigma_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{x_N - \bar{x}_N}{\sigma_N}\right)^2 = const' .$$

Відзначимо, що при належному виборі постійної $const'$ ВСП $\vec{X}_N$ знаходиться з високою ймовірністю всередині свого кореляційного еліпсоїда. Загалом багатомірний кореляційний еліпсоїд характеризується своїми розмірами й орієнтацією, що визначаються в результаті рішення задачі про приведення квадратичної форми (13) до канонічного вигляду.

На відміну від більшості відомих робіт, у цій роботі факторний аналіз розглядається з позицій аналізу орієнтації та розмірів багатомірного кореляційного еліпсоїда повного вектора спортивних параметрів (ВСП). При цьому виділяється так званий принцип локалізації ВСП в обмежених підпросторах меншої розмірності, коли розміри кореляційного еліпсоїда в деяких головних напрямках стають нехтувано малими величинами. Потрібно, однак, підкреслити одну специфічну особливість статистичної обробки параметрів у малій групі спортсменів. Це принципова обмеженість числа спортсменів у групі (M = 12), що може призвести до певних відносних погрішностей середньоарифметичних оцінок невідомих статистичних середніх (при M = 12 вони становлять 30 – 47 %). У зв’язку з цим, необхідно насамперед уточнити, з якою основною метою оцінюються групові статистичні параметри і який взагалі мають сенс „арифметичні” статистичні характеристики. У цій роботі основною метою є вирішення завдання прогнозу результативності за деякою сукупністю інформативних параметрів спортсменів у залежності від методики тренування. Тому на першому етапі досліджень питання впливу погрішностей арифметичних оцінок лише статистичних характеристик поки опускаються, а арифметичне усереднення розглядається просто, як аналог і окремий випадок статистичного усереднення (з рівномірним розподілом імовірності) для вирішення питань локалізації та факторного аналізу ВСП. Обґрунтуванням і критерієм корисності такого підходу є досить прийнятне для практики вирішення кінцевого завдання прогнозу результативності.

Сингулярні числа ГПМ і максимальне число найбільш інформативних параметрів спортсменів

Здебільшого число аналізованих фізичних параметрів перевищує кількість спортсменів у групі: N > M .

У цьому разі ранги симетричних матриць Φ_{NN} і B_{MM} збігаються на рівні M:

$$Rank\Phi_{NN} = RankB_{MM} = M .$$

Це випливає з того, що строкові та стовпцеві ранги довільних матриць збігаються [5]. Більше того, можна показати, що ненульові власні числа матриць $(X_{NM} X_{NM}^T)_{NN}$ і $(X_{NM}^T X_{NM})_{MM}$ збігаються та дорівнюють квадратам сингулярних чисел ГМП X_{NM} [3].

Таким чином, при N=21 і M=12 серед двадцяти спортивних параметрів можна методами математичної статистики виділити для завдань прогнозу не більш ніж дванадцять інформативних параметрів. У наступних науково-дослідних роботах буде доцільно формувати об’єднані групи спортсменів із декількох автономних груп для забезпечення нерівності M>N. Тоді для завдань прогнозу результативності можна використовувати всі N параметрів.

Висновки

1. Завдання факторного аналізу про виділення найбільш інформативних параметрів спортсменів означає, власне кажучи, розкриття ділянки локалізації вектора фізичних параметрів (ВФП) у деякому обмеженому підпросторі повного багатомірного евклідового простору параметрів. При цьому базисом підпростору є набір перших „значущих" власних векторів коваріаційної матриці ВФП, які визначають орієнтацію кореляційного еліпсоїда ВФП. Власні значення коваріаційної матриці ВФП визначають розмір кореляційного еліпсоїда, у якому локалізується ВФП.

2. Спектральний аналіз кореляційних матриць параметрів підтверджує теоретичний висновок про максимальне число інформативних параметрів, що дорівнює числу спортсменів у групі (М = 12). При цьому спостерігається різке падіння власних чисел матриць, починаючи з номерів 4 – 7. Отже, для завдань прогнозу ЦФ на першому етапі достатньо обмежитися трьома-шістьма найбільш інформативними параметрами: x_5 (швидкість розбігу перед відштовхуванням); x_9 (швидкість вильоту ЗЦТ); x_{12} (висота вильоту ЗЦТ); x_{21} (стрибок угору з трьох кроків розбігу); x_{15} (біг на 30 м з високого старту); x_{14} (ступінь використання силових можливостей при відштовхуванні).

Список літератури

1. *Ахметов Р. Ф.* Виділення найбільш інформативних параметрів стрибунів у висоту в задачах прогнозу їх результативності // Актуальні проблеми фізичної культури і спорту. – 2004. – № 4. – С. 68–76.

2. *Баландин В. И.* Прогнозирование в спорте / В. И. Баландин, Ю. М. Блудов, В. А. Плахтиенко. – М. : Физкультура и спорт, 1986. – 193 с.

3. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. – 4-е изд. – М. : Наука, 1988. – 552 с.

4. *Крамер Г.* Математические методы статистики / пер. с англ.; под ред. А. Н. Колмогорова. – М. : Мир, 1975. – 648 с.

5. *Плахтиенко В. А.* Прогнозирование в спорте / В. А. Плахтиенко, В. Г. Мельник. – Л. : ВДКИФК, 1980. – 79 с.

6. *Пугачев В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М. : Наука, 1979. – 496 с.

7. *Шестаков М.* Управление технической подготовкой в легкой атлетике на основе компьютерного моделирования // Наука в олимпийском спорте. – 2005. – № 2. – С. 187-196.

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ НАЙИНФОРМАТИВНЕЙШИХ ПАРАМЕТРОВ ПРЫГУНОВ В ДЛИНУ С РАЗБЕГА

Татьяна ЯВОРСКАЯ

Житомирский государственный университет имени Ивана Франко

Аннотация. В статье рассматриваются актуальные вопросы выделения наиболее информативных параметров прыгунов в длину с разбега из некоторой определенной совокупности спортивных параметров для решения в дальнейшем важного задания – прогноза результативности спортсменов. При этом особое значение имеет факторный анализ. В отличие от большинства известных работ, в этой работе факторный анализ рассматривается с позиций анализа ориентации и размеров многомерного корреляционного эллипсоида полного вектора спортивных параметров (ВСП). При этом выделяется, так называемый, принцип локализации ВСП в ограниченных подпространствах меньшей размерности.

Ключевые слова: факторный анализ, параметры спортсменов, прогноз результативности, целевая функция, вектор спортивных параметров.

LONG RUNNING JUMP HYPERINFORMATIVE FEATURE FACTOR ANALYSIS

Tatiana YAVORSKAYA

Ivan Franko Zhytomyr State University

Annotation. The article deals with the relevant problems of long running jump hyperinformative feature determination to further study athletic efficiency prognostication with a particular emphasis on factor analysis. Unlike other remarkable investigations, this one is a research into full athletic feature vector correlation ellipsoid factor analysis. Outlined also is the so-called minor length limited subspace athletic feature vector localization principle.

Key words: factor analysis, athletic features, efficiency prognostication, target function, athletic feature vector.