

## Динамічні характеристики тіла людини та її рухових дій

При виконанні фізичних вправ окремі точки тіла людини, частини її тіла, центри мас тощо, рухаються переважно зі змінними швидкостями. Динаміка вивчає причини виникнення та зміни всього тіла та окремих його частин. Динамічні характеристики – інерційні, силові та енергетичні розкривають механізм рухових дій.

### 1. Інерційні характеристики.

Фізична суть *явища інерції* розкривається першим законом Ньютона: "Існують системи відліку, відносно яких швидкість тіла не змінюється, якщо на нього не діють інші тіла, або дії цих тіл взаємокомпенсуються". Такі системи відліку називаються *інерціальними*. Згідно з 1-м законом Ньютона (законом інерції), якщо на тіло не діють інші тіла або дії інших тіл взаємокомпенсуються, то у випадку інерціальної системи відліку тіло знаходиться в спокої або рухається рівномірно та прямолінійно. Всі інерціальні системи відліку знаходяться в спокої або рухаються без прискорення ( $\vec{a} = 0$ )

*Неінерціальні* системи відліку рухаються з прискоренням відносно інерціальних систем, наприклад: футбольні ворота – це тіло відліку інерціальної системи, а центр мас футболіста, що рухається з прискоренням – тіло відліку неінерціальної системи. Ми розглядатимемо рухи відносно інерціальних систем відліку. У таких системах всі тіла зберігають швидкість незмінною при відсутності дії на них інших тіл (зовнішніх сил).

Вектор збереження модуля і напрямку швидкості тіл відносно інерціальної системи відліку називається *інерцією*. При взаємодії різних тіл їх швидкість змінюється неоднаково. Властивість тіл поступово та по-різному змінювати свою швидкість при їх взаємодії називається *інертністю*. Чим більша інертність тіла, тим повільніше змінюється швидкість його руху під дією інших тіл.

Базисною характеристикою інертності тіла при його поступальному русі є його маса. Маса тіла – це скалярна фізична величина, яка є мірою інертності тіла при його поступальному русі:

$$m \quad [кг]$$

Щоб виміряти масу даного тіла, необхідно привести його в контактну взаємодію з еталом маси і порівняти зміну швидкостей тіла та еталона:

$$m_x = (V_e / V_x) \cdot m_e \quad [кг]$$

- де  $m_x$  – маса тіла;  
 $m_e$  – маса тіла-еталона;  
 $V_x$  – швидкість тіла;  
 $V_e$  – швидкість тіла-еталона

Визначена таким способом маса називається *інертною* і проявляється при контактній взаємодії тіл. Маса – величина постійна при швидкостях руху, значно менших від швидкості світла.

При визначенні рухових дій часто виникає потреба враховувати не лише величину маси, а й її розподіл по об'єму чи довжині тіла, який визначає розташування центра мас.

*Центром мас тіла* (ЦМТ) називається точка перетину прямих, уздовж яких повинні бути спрямовані сили, щоб тіло рухалось поступально (без обертання). Ні в якому разі не можна казати, що це точка, в якій

сконцентрована вся маса тіла, або що це точка, до якої прикладена сила тяжіння: ЦМТ – це чисто уявна, розрахункова точка.

Розташування ЦМТ тіла людини обумовлюється анатомо-фізіологічними особливостями, позою, функціонуванням органів травлення, дихальної, транспортної та інших систем, що забезпечують переміщення певних речовин в організмі в процесі його життєдіяльності.

Визначення розташування (наприклад, координат) ЦМТ – дже важливе завдання кінезіології, адже траєкторія руху центра мас тіла та центрів мас окремих його частин у багатьох випадках є показниками досконалості техніки.

Зміна траєкторії руху ЦМТ, згідно першого закону Ньютона, відображає дію на тіло інших тіл, що дає можливість визначити багато кінематичних та динамічних характеристик біомеханічної системи.

*Момент інерції тіла* – це міра інертності тіла при його обертовому русі. Для вивчення обертового руху момент інерції відіграє таку саму роль, як і маса при вивченні поступального руху тіла. Але, якщо маса конкретного тіла вважається величиною постійною, то момент інерції цього тіла залежить від положення осі його обертання.

Моментом інерції матеріальної точки (дуже малого тіла, розмірами якого порівняно з віддаллю до осі обертання можна знехтувати) відносно конкретної осі обертання називається скалярна величина, яка дорівнює добутку маси цієї точки на квадрат її віддалі від вказаної осі обертання:

$$I = m \cdot r^2 \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

де  $I$  – момент інерції матеріальної точки (малого тіла);  
 $m$  – маса матеріальної точки (малого тіла);  
 $r$  – відаль матеріальної точки від осі обертання.

Момент інерції тіла відносно будь-якої осі є величина додатня і не рівна нулю. У біомеханічній системі, яка може деформуватись (наприклад, тіло людини, її кінцівки тощо), при віддаленні її частин від осі обертання момент інерції всієї системи збільшується.

Оскільки матеріальні точки в тілі розташовані на різних віддальх від осі обертання, то момент інерції тіла дорівнює сумі моментів інерцій всіх його частин, відносно цієї ж осі:

$$I = \sum m_i \cdot r_i^2 \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

де  $\Sigma$  – знак суми;  
 $m_i$  – маса  $i$ -тої частини тіла;  
 $r_i$  – віддаль центра мас  $i$ -тої частини тіла від осі обертання.

Моменти інерції тіла відносно осей обертання, які проходять через його центр мас, називаються *головними (центральними) моментами інерції тіла*.

Момент інерції відносно осі, яка паралельна центральній, розраховується за *теоремою Штайнера*:

$$I_x = I_0 + M \cdot b^2 \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

де  $I_0$  – головний момент інерції тіла;  
 $I_x$  – момент інерції тіла відносно осі X;  
 $M$  – маса тіла;  
 $b$  – віддаль між осями X і O.

Для деяких розрахунків користуються поняттям *радіус інерції*. Радіус інерції – це порівняльна міра інертності даного тіла відносно різних осей обертання. Радіус інерції тіла відносно осі Z – це лінійна величина, яка визначається за формулою:

$$I_z = M \cdot r_1^2 \text{ [кг} \cdot \text{м}^2\text{]}$$

де  $I_z$  – момент інерції тіла відносно осі Z;  
 $M$  – маса тіла;  
 $r$  – радіус інерції.

Радіус інерції тіла вираховується, як квадратний корінь частки від ділення моменту інерції тіла відносно заданої осі на його масу:

$$r = \sqrt{I_z / M} \text{ [м]}$$

Радіус інерції тіла геометрично рівний віддалі від осі його обертання до точки, у якій необхідно зосередити масу всього тіла, щоб її момент інерції відносно цієї осі був рівний моменту інерції всього тіла. Ця точка називається центром інерції і використовується для розв'язання багатьох розрахунків (наприклад, при аналітичному способі визначення розташування ЦМТ тощо).

В абсолютно твердому тілі центр мас і центр інерції співпадають. Однак, як впливає з вищесказаного, це зовсім різні поняття.

## 2. Силіві характеристики.

Рухи тіл відбуваються під дією прикладених до них рушійних сил або без них (по інерції), коли прикладені лише гальмівні сили. Рушійні сили діють не завжди, у той час як без більших або менших гальмівних сил рух тіл ніколи не відбувається. Напрямок дії сили може співпадати і не співпадати з напрямком руху тіла. Зміна його руху відбувається лише під дією сил, які є причинами змін цього руху. Зв'язок дії сили із зміною руху тіла розкривають

силові характеристики: сила, градієнт сили, момент сили, імпульс сили та імпульс моменту сили.

*Сила* – це векторна величина, кількісна міра (характеристика) дії одного тіла на інше. Інакше кажучи, сила – це міра взаємодії двох тіл. Згідно з другим законом Ньютона, сила, з якою одне тіло діє на інше, прямо пропорційна масі тіла та одержаному цим тілом, внаслідок дії вказаної сили, прискоренню:

$$\vec{F} = \vec{m} \cdot \vec{a} \quad [\vec{k}\vec{g} \cdot \text{м} / \text{C}^2] = [H]$$

де  $\vec{F}$  – сила;  
 $\vec{m}$  – маса тіла;  
 $\vec{a}$  – прискорення.

Напрямок прискорення співпадає з напрямком дії сили, що його спричинила. Дія сили на тіло визначається її модулем (числовою величиною сили), напрямком дії та точкою прикладення сили (до якого тіла вона прикладена). Джерелом сил є дії інших тіл. Оскільки дія і протидія прикладені до різних тіл, їх не можна додавати, чи замінити рівнодійною. Згідно з третім законом Ньютона, сили взаємодії двох тіл рівні за модулем та протилежно напрямлені:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad [H]$$

У відомій грі "перетягування канату" обидві команди діють одна на одну (через канат) з однаковою силою, як це впливає з закону дії і протидії. Отже виграє (перетягує канат) не та команда, яка дужче тягне (обидві команди тягнуть з однаковою силою), а та яка дужче впирається в опору.

Сили, які діють між тілами однієї системи, називаються внутрішніми. Сили, які діють на тіло даної системи з боку інших тіл, що не належать до цієї системи, називаються зовнішніми.

В кінезіології зустрічаються три типи зовнішніх сил:

- сили *взаємного притягання* між тілами, які називаються гравітаційними силами. Вони діють на відстані і називаються дистантними;
- сили, які *обумовлені деформацією контактуючих тіл* (вони називаються пружними силами). До них відносять сили, які діють на тіло з боку розтягнутої або стиснутої пружини, сила, з якою підвіс діє на прив'язаний до його кінця вантаж, тощо;
- сили, які виникають лише *при контактні тіл* і обумовлені поверхневими явищами – контактні сили тертя.

При визначенні, які із сил, прикладених до тіла людини, є *зовнішніми* (тобто здатні змінити його імпульс та енергію), а які – *внутрішніми*, необхідно виявити, наслідком дії яких тіл вони є: до зовнішніх відносять сили дії інших тіл, які не входять у склад даної біомеханічної системи. Тому відносно тіла спортсмена сумарна сила тяжіння, викликана землею гравітацією, реакція опори, опір рухові, дія інших тіл (суперників, партнерів, тренера, м'яча тощо), сили інерції та ін. – зовнішні сили, а м'язові тяги, пружні сили і сили тертя в самому організмі, сили інерції, що виникають при прискореному русі частин тіла, сила ваги одних біологів на сусідні, і ін. – внутрішні сили.

Якщо розглядати рух конкретної частини тіла, як окремого тіла, наприклад гомілки, то тяги м'язів, які відносяться до стегна, вагу стопи і утримуючу дію стегна слід віднести до зовнішніх сил, так як їх дія обумовлена тілами, що не входять в поняття "гомілка".

Таким чином, одні і ті-ж сили можуть бути і зовнішніми, і внутрішніми, залежно від того, які тіла ми включали у задану біомеханічну систему, а які – не включили.

Якщо до тіла прикладено декілька сил –  $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \dots \vec{F}_n$ , то їх дію можна замінити дією однієї сили, яка називається *рівнодійною*. Рівнодійна дорівнює векторній сумі сил, які вона заміняє:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \Sigma \vec{F}_i [H]$$

Модуль рівнодійної сили визначається за правилом паралелограма.

Швидкість зміни сили – *градієнт сили* – це інтенсивність зміни сили з плином часу: вираз "швидкість" вживається не лише для характеристики інтенсивності руху, а й як міра інтенсивності зміни інших показників, у тому числі і сили.

Сила певних функціональних м'язових груп при виконанні будь-якої вправи безперервно змінюється. Від швидкості наростання сили часто залежить спортивний результат (особливо, при швидких рухах в умовах дефіциту часу на виконання окремих фаз вправи тощо). У багатьох видах спорту (біг, метання і інш.) максимальну силу необхідно розвивати за малий проміжок часу, так як окремі фази вправи тривають не більше 0,09 – 0,25 С (наприклад, відштовхування від опори в стрибках у висоту або в спринтерському бігу). А час, необхідний для досягнення максимальної сили, коливається у межах від 0,8 до 1,0 С (90% від максимальної сили тяги м'яз людини досягає приблизно за 0,3 С).

Якщо людина за певний час може розвинути силу, яка перевищує аналогічний показник інших осіб, то, не зважаючи на те, що їх максимальна сила може бути вищою, ніж у неї, при виконанні швидких вправ перевагу матиме власне вона (див.рис.3.1.):



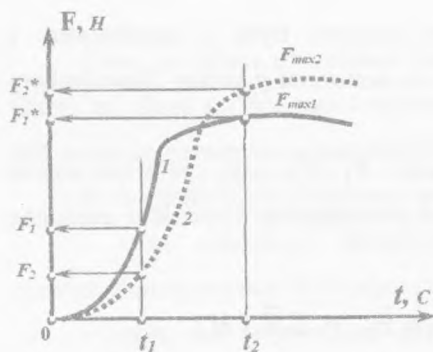


Рис.3.1. Наростання сили тяги м'язів з плином часу у двох спортсменів

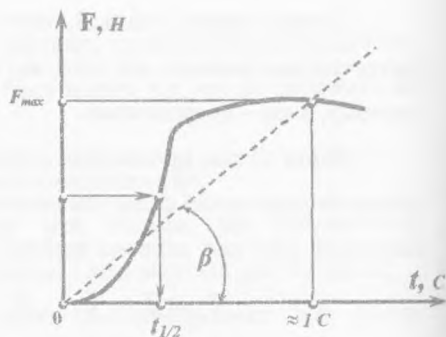


Рис. 3.2. Визначення швидкісно-силового індексу

Математично швидкість наростання сили буде виражатись співвідношенням  $dF/dt$ : як перша похідна від сили по часу.

Для чисельної характеристики градієнта сили використовують три показники:

- $t_{1/2}$  – час досягнення сили, рівної половині від максимальної. Власне цей показник називають *градієнтом сили*;

- частка від ділення виразу  $F_{\max}/t_{\max}$ . Цей показник називають *швидкісно-силовим індексом*. Він дорівнює тангесу кута  $\beta$  (див. рис.3.2).

- *коефіцієнт реактивності* (по Ю.М.Верхошанському), що використовується у випадках, коли переміщують не інші тіла (наприклад, спортивні прилади), а власне тіло (стрибки, підтягування, додання підйомів тощо):

$$K_R = F_{\max} / t_{1/2} \cdot M [H/C \cdot \kappa_2]$$

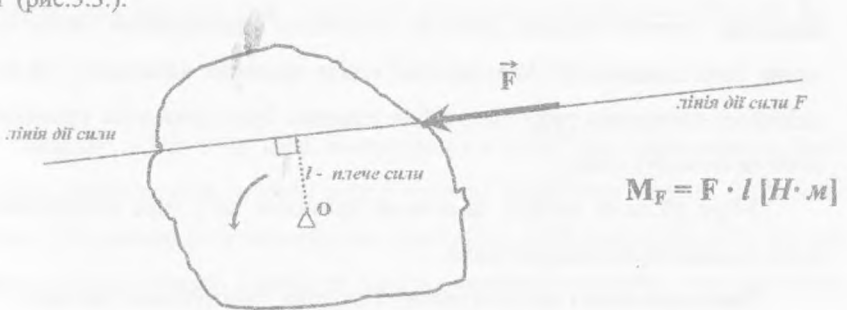
де  $K_R$  – коефіцієнт реактивності;  
 $F_{\max}$  – максимальна сила тяги м'яза;  
 $t_{1/2}$  – градієнт сили.

Вести мову про силу і результат її дії можна лише у випадку поступального руху тіла. Проте рухові дії людини, як біомехнічної системи, частіше характеризуються обертовими рухами в суглобах. Зміна обертового руху залежить від моментів сил – їх обертової дії на окремі частини тіла.

**Момент сили** характеризує обертовий ефект дії сили і є кількісною мірою обертової дії сили на тіло. При цьому відбувається зміна кутової швидкості обертання або деформація біоланки.

Момент сили є векторною величиною.

Модуль моменту сили  $|\vec{M}|$  відносно будь-якої точки дорівнює добутку модуля сили на довжину перпендикуляра, опущеного з цієї точки на лінію дії сили (рис.3.3.):



*$l$  - плече дії сили, тобто довжина перпендикуляра, опущеного з осі обертання ( $m.O$ ) на лінію дії сили*

Рис.3.3. Визначення моменту сили.

Момент сили, яка повертає тіло відносно точки O за годинниковою стрілкою, вважають від'ємним, а проти годинникової стрілки – додатним.

Якщо на тіло діє декілька сил, розташованих в одній площині (плоска система сил), то модуль моменту рівнодійної сили визначається за теоремою Вариньона: момент рівнодійної системи плоских однонаправлених сил

відносно будь-якої точки на площині дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових сил відносно цієї ж точки:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_n = \sum \vec{M}_i [H \cdot m]$$

Сила тяги кожного м'яза створює момент сили відносно осі відповідного суглоба; окрім цього більшість зовнішніх сил, що прикладені до окремих частин тіла, не проходять через центри суглобів, тому, звичайно, виникають моменти зовнішніх сил. Такі сили викликають не тільки кутові, але й лінійні прискорення цих частин тіла.

Величина дії сили або моменту сили на тіло при відомій його масі або відомому моменті інерції дозволяє визначити прискорення (інтенсивність зміни його швидкості). Але частіше стоїть завдання визначити, на скільки змінилася швидкість руху тіла, тобто повинна бути урахована тривалість дії сили чи моменту сили.

Міру дії сили на тіло за певний проміжок часу (при поступальному русі), називають *імпульсом сили*.

Залишемо вираз другого закону Ньютона у наступному вигляді:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m (\vec{V}_2 - \vec{V}_1 / dt), \text{ тобто } \vec{F} \cdot t = m \cdot \vec{V}_2 - m \cdot \vec{V}_1$$

Величину  $\vec{F} \cdot t$  називають імпульсом сили, який дорівнює добутку сили на час її дії. У випадку, коли сила  $\vec{F}$  і за модулем, і за напрямком постійна ( $\vec{F} = \text{const}$ ), імпульс сили вираховується за формулою:

$$S = F \cdot t [H \cdot C]$$

Коли одночасно діє декілька сил, сума їх імпульсів дорівнює імпульсу їх рівнодійної за той же час. Будь-яка сила, що діє протягом певного часу

(наприклад, сила відштовхування ноги від стартової колодки), характеризується імпульсом.

Якщо сила змінюється в часі, то імпульс сили визначається як інтеграл від елементарного імпульсу взятого в межах від  $t_1$  до  $t_2$ :

$$S = \int_{t_1}^{t_2} F(t) \cdot dt \quad [H \cdot C]$$

де  $\int$  – символ інтеграла з граничними значеннями  $t_1, t_2$

Величину, рівну добутку маси тіла на його швидкість, називають імпульсом тіла. Імпульс тіла – величина векторна і позначається буквою  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V} \quad [кг \cdot м / с]$$

*Імпульс тіла* – це міра поступального руху, яка характеризує його здатність передаватись іншому тілу у вигляді механічного руху. Імпульсом системи тіл називається геометрична (векторна) сума імпульсів усіх тіл, які входять у дану систему. Сумарний імпульс системи (векторна сума імпульсів тіл, які утворюють систему) при взаємодії тіл усередині системи, не змінюється, тобто внутрішні сили не змінюють сумарного імпульсу системи:

$$M \cdot \vec{V} = m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 + m_3 \cdot \vec{V}_3 + \dots + m_n \cdot \vec{V}_n = m_i \cdot \vec{V}_i \quad [кг \cdot м / с]$$

Якщо на систему тіл не діють зовнішні сили, така система називається *замкнутою*. Для системи, яка складається з будь-якої кількості тіл, її сумарний імпульс буде постійним, якщо тільки відсутні зовнішні сили. Це важливе положення називається законом збереження імпульсу біомеханічної системи:

$$\text{при } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad M \cdot \vec{V} = \Sigma m_i \cdot \vec{V}_i = \text{constanta}$$

Якщо зіштовхнуться два тіла з імпульсами  $m_1 \cdot \vec{V}_1$  і  $m_2 \cdot \vec{V}_2$ , і при цьому немає втрат енергії на деформацію та нагрівання (абсолютно пружний удар), то після удару загальний імпульс тіл не зміниться:

$$m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 = m_1 \cdot \vec{U}_1 + m_2 \cdot \vec{U}_2$$

де  $\vec{V}_1$  і  $\vec{V}_2$  – доударні швидкості тіл;  
 $\vec{U}_1$  і  $\vec{U}_2$  – післяударні швидкості тіл.

Запишемо вираз другого закону Ньютона для поступального руху:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad [H]$$

Для обертового руху в ролі лінійного прискорення виступає кутове ( $\varepsilon = a / r$ , відповідно  $a = r \cdot \varepsilon$ ), а рушійною дією є обертовий момент  $M(F) = F r$ , де  $r$  - радіус обертання - плече дії сили  $F$ . Тоді вираз другого закону Ньютона для обертового руху прийме вигляд:

$$\vec{M}(F) = \vec{F} \cdot r = m \cdot \vec{a} \cdot r = m \cdot r \cdot \vec{\varepsilon} \cdot r = I \cdot \vec{\varepsilon} \quad [H \cdot m / C^2]$$

де  $I$  – момент інерції тіла;  
 $\varepsilon$  – кутове прискорення обертання тіла,  $\varepsilon = d\omega/dt$ ;  
 $\omega$  – кутова швидкість обертання тіла.

З попередньої формули  $M(F) = I \cdot \varepsilon$  отримуємо наступне рівняння:

$$L = M(F) \cdot \Delta t = I (\omega_2 - \omega_1) \quad [H \cdot m \cdot C]$$

де  $L$  – імпульс моменту сили;  
 $K = I \cdot \omega$  – кінетичний момент.

Порівняння поступального руху з обертовим показує, що рівняння обертового руху подібні до рівнянь поступального руху, у яких замість сили

$\mathbf{F}$  фігурує момент сили  $\mathbf{M}(\mathbf{F})$ , а замість маси  $m$  – момент інерції  $I = m \cdot r^2$ , замість імпульсу сили  $\mathbf{F} \cdot t$  – імпульс моменту сили  $\mathbf{M}(\mathbf{F}) \cdot t$ , а замість імпульсу тіла  $m \cdot \mathbf{V}$  – кінетичний момент  $\mathbf{K} = I \cdot \omega$ .

*Кінетичний момент* – це імпульс тіла при обертовому русі – міра обертового руху, що характеризує його здатність передаватись іншому тілу у вигляді механічного руху. Кінетичний момент обертового руху тіла відносно осі обертання дорівнює добутковій моменту інерції тіла відносно даної осі обертання на його кутову швидкість:

$$\mathbf{K} = I \cdot \omega \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2]$$

Сумарний кінетичний момент системи унаслідок взаємодії тіл системи не змінюється, тобто внутрішні сили не змінюють сумарного кінетичного моменту системи. Тому для двох тіл можна записати:

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

Векторна сума кінетичних моментів тіл до взаємодії дорівнює векторній сумі її кінетичних моментів після взаємодії.

Зміна кінетичного моменту відбувається внаслідок дії імпульсу моменту зовнішніх сил  $\mathbf{M}(\mathbf{F}) \cdot t$ .

*Імпульс моменту сили* – це міра дії моменту сили відносно заданої осі протягом певного проміжку часу. За кінцевий проміжок часу  $dt$  імпульс моменту сили дорівнює добутку моменту сили на час:

$$\vec{K}_z = \int_{t_1}^{t_2} M_z(\vec{F}) \cdot t \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2]$$

Імпульс сили та імпульс моменту сили, що діють на тіло, викликають зміну його руху, яка залежить від інертності тіла і проявляється в зміні швидкості (імпульсу тіла, кінетичного моменту).

Таким чином, до раніше розглянутих кінематичних мір зміни руху (лінійні та кутові швидкості і прискорення) додаються динамічні міри зміни руху (імпульс тіла і його кінематичний момент). Разом з мірами дії сил вони пояснюють причини руху та його зміни.

### 3. Енергетичні характеристики

Сили, прикладені до твердого тіла, виконують *механічну роботу*, змінюючи положення та швидкість руху його частин і змінюючи тим самим його механічну енергію. Робота характеризує процеси зміни енергії системи. Енергія, у свою чергу, характеризує стан системи, який може змінюватися лише внаслідок виконання над нею роботи.

*Механічна енергія* – це запас роботоздатності біомеханічної системи – кількісна характеристика її механічного стану. Механічна енергія твердого тіла змінюється, якщо на нього діють зовнішні сили та моменти.

Енергія, яка визначається взаємним розташуванням тіл (або частин тіла), між якими діють консервативні сили (наприклад, сили гравітаційного притягання), називається *потенціальною енергією*. Потенціальну енергію мають тіла, які підняті над площиною відліку, а також zdeформовані (розтягнуті, стиснуті, зігнуті чи скручені) пружні тіла. Для тіл, які знаходяться на поверхні Землі, потенціальна енергія звичайно (але не завжди) приймається рівною нулю. Потенціальну енергію  $E_n$  тіла в полі сил тяжіння, піднятого на висоту  $h$ , визначають за формулою:

$$E_n = m \cdot g \cdot h \text{ [Дж]}$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння тіл на Землі  
(в середніх широтах  $g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ )

Потенціальна енергія в полі сил тяжіння залежить від розташування тіла (чи системи тіл) відносно поверхні Землі, або прийнятої нами для розрахунку горизонтальної поверхні, відносно якої і визначається потенціальна енергія в даному випадку.

Потенціальна енергія пружнодеформованої системи залежить від відносного розташування її частин і визначається за формулою:

$$E_{\text{пр}} = k \cdot dx^2 / 2 \text{ [Дж]}$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружного тіла (відношення пружної сили до викликаної нею деформації);  
 $dx$  – величина деформації.

При зміні розташування тіла (його піднімання чи опускання, зміні пози тощо), його потенціальна енергія переходить в *кінетичну*. Енергія руху, яка визначається швидкістю тіла, називається кінетичною енергією. Кінетична енергія – це енергія механічного руху тіла. При поступальному русі вона пропорційна масі тіла та квадрату його швидкості:

$$\vec{E}_k = m \cdot \vec{V}^2 / 2 \text{ [Дж]}$$

де  $m$  – маса тіла, кг;  
 $\vec{V}$  – швидкість руху тіла, м/с.

При обертовому русі кінетична енергія тіла вираховується за іншою формулою:

$$\vec{E}_k = I \cdot \vec{\omega}^2 / 2 \text{ [Дж]}$$



де  $I$  – момент інерції тіла,  $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;  
 $\vec{\omega}$  – кутова швидкість обертання тіла,  $1/\text{с}$  ( $\text{с}^{-1}$ ).

Сума потенціальної, кінетичної і пружної енергії твердого тіла становить його *повну механічну енергію*. При відсутності дії зовнішніх сил, повна механічна енергія системи твердих тіл не змінюється.

*Механічна робота сили* – це міра дії сили на тіло при його деякому переміщенні під дією цієї сили. Величина роботи сили над тілом визначається скалярним добутком її величини (модуля) на величину переміщення точки прикладання цієї сили в напрямку її дії.

$$\vec{A} = \vec{F} \cdot \vec{s} \cdot \cos \alpha \quad [\text{Дж}]$$

де  $\vec{A}$  – механічна робота;  
 $\vec{F}$  – сила, яка виконала роботу,  $H$ ;  
 $s$  – величина переміщення тіла,  $M$ ;  
 $\alpha$  – кут між напрямком дії сили і напрямком переміщення тіла.

У загальному випадку, коли сила з плином часу змінюється, а траєкторія руху точки криволінійна, робота сили є сумою елементарних робіт:

$$\vec{A} = \int_0^s \vec{F}_s \cdot ds \quad [\text{Дж}]$$

де  $\vec{F}_s$  – проекція сили на напрям переміщення тіла.

Якщо сила напрямлена у бік руху тіла (або під гострим кутом до напрямку його руху), вона виконує додатню роботу, збільшуючи енергію тіла. Сили, напрямок яких співпадає з напрямком переміщення тіла, називають рушійними силами або силами тяги. Коли ж сила напрямлена проти напрямку руху тіла (або під тупим кутом до його переміщення), то

робота цих сил – від'ємна, а енергія тіла зменшується. Такі сили називають гальмівними – це сили опору рухові або тертя.

Робота сили тертя  $\vec{A}_{\text{тр}}$  при коефіцієнті тертя ковзання  $\mu$  визначається за формулою:

$$\vec{A}_{\text{тр}} = -\mu \cdot \vec{N} \cdot s \text{ [Дж]}$$

де  $\vec{N}$  – сила нормального тиску  
відносно площини переміщення.

При горизонтальному переміщенні:  $\vec{N} = m \cdot \vec{g}$  [Н]

У випадку похилої площини:

$$\vec{N} = m \cdot \vec{g} \cdot \cos \alpha \text{ [Н]}$$

де  $\alpha$  – кут нахилу площини, якою  
рухається тіло відносно горизонту.

Сили, які за напрямком дії перпендикулярні механічному переміщенню, називаються *нормальними*. Нормальні сили роботу не виконують.

Робота сили тяжіння  $\vec{A}_{\text{mg}}$  залежить від початкового і кінцевого розташування тіла і не залежить від форми і довжини траєкторії – вона визначається зміною положення тіла відносно Землі:

$$\vec{A}_{\text{mg}} = m \cdot \vec{g} \cdot dh \text{ [Дж]}$$

де  $dh$  – різниця висот початкового і кінцевого розташування тіла відносно обраної для відліку горизонтальної площини.

При опусканні тіла робота сил тяжіння додатня, а при підніманні – від'ємна.

Робота сил тяжіння при русі матеріальної точки по замкнутій траєкторії рівна нулю. Сили, робота яких по замкнутому контуру рівна нулю, називаються консервативними. Сила тяжіння є консервативною силою.

Консервативною силою є також сила пружності. Робота сил пружності при деформації (розтягу, стиску, згині чи закручуванні) пружного тіла з коефіцієнтом жорсткості  $k$  на величину вираховується за формулою:

$$\vec{A}_{\text{пр}} = - k \cdot d\vec{x}^2 / 2 \text{ [Дж]}$$

Робота сили при обертовому русі на кінцевому шляху залежить від моменту сили  $M(F)$  і кутового переміщення  $\varphi$ :

$$\vec{A}_{\text{об}} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \vec{M}(F) \cdot d\varphi \text{ [Дж]}$$

Роботу при повороті тіла на кут  $\varphi$  при обертовому русі у випадку постійного моменту сили  $M(F)$  визначають наступним способом:

$$\vec{A}_{\text{об}} = \vec{M}(F) \cdot \varphi \text{ [Дж]}$$

При розрахунку енергії біомеханічної системи чи її частин часто визначають *потужність механічної роботи*. Потужність – це міра інтенсивності роботи, що характеризує її кількість, виконану за одиницю часу. Потужність – це векторна величина, що визначається, як відношення роботи до часу, протягом якого вона здійснювалась:

$$\vec{N} = \vec{A} / t \text{ [Дж/С]} = \text{[Вт]}$$

Потужність роботи над тілом у випадку його прямолінійного рівномірного руху визначається за формулою:

$$\vec{N} = \vec{A} / t = \vec{F} \cdot s / t = \vec{F} \cdot \vec{V} [Bm]$$

де  $\vec{V} = \text{const}$  – швидкість прямолінійного рівномірного руху.

Потужність у випадку рівномірного обертання тіла визначають за формулою:

$$\vec{N}_{об} = \vec{M}(F) \cdot \vec{\omega} [Bm]$$

Ефективність прикладання сил в класичній механіці визначають за величиною *коефіцієнта корисної дії* (К.К.Д.), який розраховується, як відношення корисної роботи ( $A_k$ ) до всієї затрачено роботи ( $A_z$ ) рушійних сил, і може приймати значення від «0» до «1»:

$$К.К.Д. = A_k / A_z = N_k / N_z$$

Чим більший К.К.Д., тим ефектніший рух.

Ще в середині XIX століття фахівці намагалися оцінити механічну ефективність м'язової роботи (знайти біологічний аналог коефіцієнта корисної дії механізмів). Запропонований показник – відношення зовнішньої механічної роботи  $A_{зовн.}$  до загальних (валових) енерговитрат організму – назвали *коефіцієнтом механічної ефективності* (К.М.Е.):

$$К.М.Е. = A_{зовн.} / E_B$$

де  $E_B$  – валові енерговитрати організму

У поняття *валові енерговитрати організму* входять: енергозабезпечення зовнішньої (видимої нам) механічної роботи, основного обміну; посиленої активності фізіологічних систем при активній м'язовій

роботи; активності м'язів, що утримують позу, рівновагу тощо; долання сил тертя в організмі і т. ін.

Виділити із знаменника енерговитрати, які безпосередньо не стосуються зовнішньої механічної роботи, дуже важко. Різні дослідники вираховували енерговитрати на основний обмін, витрати енергії у стані спокою (лежачи, сидючи або в робочій позі), або на "холостому ході" (тобто, при виконанні вправи без зовнішнього навантаження), наприклад: робота на велоергометрі без навантаження, ходьба по горизонтальній поверхні і т. ін. Проте, одержані значення "чистого" (нетто) коефіцієнта К.М.Е. коливалися від **0,19** до **0,45**.

У першу чергу, це пов'язане з неврахуванням *роботи на переміщенні частин тіла* при виконанні будь-яких рухових дій, а також відсутністю чіткого фізіологічного смислу вираховування метаболічної енергії спокою з валових енерговитрат. Істинне значення К.М.Е., на нашу думку, повинне лежати у межах **0,35 – 0,45**, що підтверджується термодинамічними розрахунками та іншими біологічними фактами. Тобто, в чисельнику для виразу К.М.Е. повинна бути сума зовнішньої механічної роботи і роботи на переміщення частин тіла (яка також повинна бути віднесена до зовнішньої роботи). У знаменнику – із значення загальних енерговитрат організму (які можна визначити методом прямої калориметрії), доцільно вираховувати енергію на основний обмін.

Для практики певний інтерес представляє так званий "дельта"-коефіцієнт:

$$\Delta \text{К.М.Е.} = A_2 - A_1 / E_2 - E_1$$

де  $A_1$  та  $A_2$  – зовнішня механічна робота для завдань меншої і більшої інтенсивності;  
 $E_1$  та  $E_2$  – валові енерговитрати при виконанні цих завдань

Застосування *дельта – коефіцієнта* механічної ефективності дозволяє уникнути абсолютної похибки при експериментальному визначенні загальних енерговитрат організму при м'язовій роботі.

Не слід плутати К.М.Е., що визначається рівнем досконалості м'язового апарату, його енергозабезпечення та керування ним (аналог К.К.Д. для м'язів і систем забезпечення їх роботи), з коефіцієнтом використання механічної енергії (доцільністю використання  $A_{зovн.}$  з метою розв'язання рухового завдання).

У класичній механіці використовують два основних способи розрахунку величини виконаної роботи:

а) вираховують скалярний добуток векторів сили та переміщення точки її прикладання;

б) коли не всі сили, які діють на тіло, нам відомі, величину роботи, виконаної над ним, визначають за зміною його механічної енергії.

Основна складність розрахунку роботи на переміщення частин тіла пов'язана з тим, що тіло спортсмена є так званою неконсервативною системою, в якій одна частина механічної енергії розсіюється, а інша – зберігається та використовується у наступних рухах.

Розглянемо три можливі шляхи збереження енергії в тілі людини:

а) перехід кінетичної енергії (енергії руху) окремих його частин у їх потенціальну енергію (енергію розташування в полі сил тяжіння);

б) перехід механічної енергії від однієї частини тіла до іншої;

в) накопичення енергії в пасивно розтягуваних м'язах (аналогічно накопиченню енергії у пружинах, що деформуються) з наступним її повернення (ураховуючи часткові втрати на релаксацію з плином часу) в систему з метою вткочання рухового завдання;

г) зворотнє перетворення механічної роботи в хімічну енергію.

Результати сучасних досліджень не дають особливих сподівань стосовно п.п. "в" і "г". Виявлено також, що при реверсивній роботі м'язів підвищення їх К.К.Д. обумовлюється в першу чергу збільшенням концентрації іонів  $\text{Ca}^{++}$  – активаторів механохімічної реакції, яка збільшується при руйнуванні клітинних мембран від інтенсивного стискання м'яза сарколемою під час його сильного розтягу. Пружні компоненти м'язів, унаслідок їх порівняно високої жорсткості, не можуть при розтягу зовнішніми силами нагромаджувати достатню кількість енергії.

Принципова можливість синтезу в м'язах (при їх пасивному розтягу) макроергічних хімічних сполук, які можуть бути використанні, як додаткове джерело виконання механічної роботи, залишається мало вивченою.

Що ж стосується п. "б", то, на відміну від механізмів і машин (наприклад, двигуна внутрішнього згорання, швейної машинки і ін., де усі частини механізму та їх рухи однозначно пов'язані), навряд чи можлива передача механічної енергії від однієї руки до іншої, чи від руки до ноги (крім окремих випадків, де ці частини тіла механічно зв'язані між собою (наприклад, ноги велосипедиста – кривошипом з педалями, а руки весляра - веслом). Це легко пояснити наявністю у кожної частини тіла індивідуальних двигунів – м'язів, що нею рухають, на відміну від механізмів, де усі деталі приводяться в рух від одної з них. Так, не викликає сумніву неможливість переходу енергії від однієї руки до іншої під час їх попереминого піднімання та опускання. Тому збереження енергії в тілі спортсмена реально можливе лише за рахунок переходу кінетичної енергії конкретних його частин у їх потенціальну енергію, і навпаки (подібно перетворенню енергії при коливаннях маятника (див. рис.3.4).

На практиці лише деякі рухи окремих частин тіла при виконанні певних рухових дій нагадують рухи маятника (наприклад, рухи рук і ніг під час ходьби та бігу). У більшості випадків (особливо це стосується швидких

рухів), потенціальна і кінетична енергії окремих частин тіла змінюються несинхронно, що обумовлене необхідністю реалізувати в процесі їх виконання специфічні траєкторії і режими руху частин тіла, внаслідок чого сумарна енергія біомеханічної системи постійно змінюється, а ступінь взаємних переходів механічної енергії біоланки з одного виду в інший зменшується.

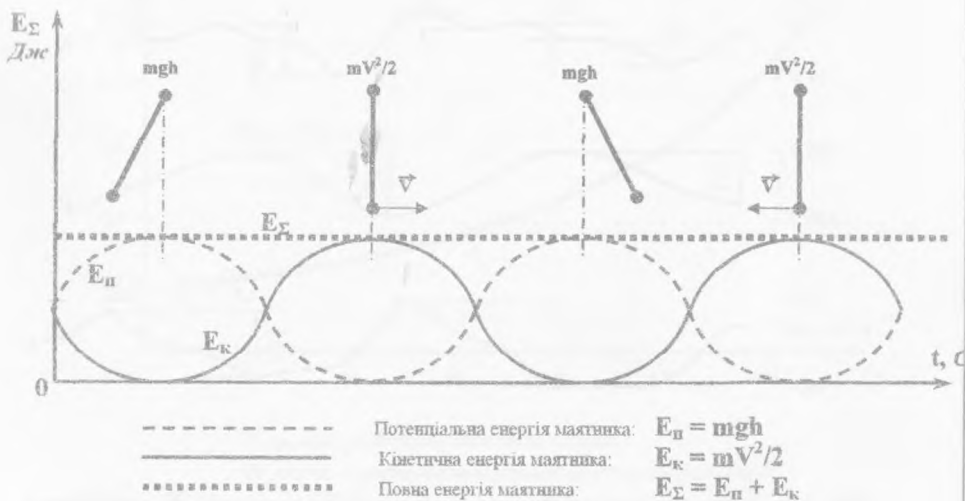


Рис.3.4. Перетворення механічної енергії при коливаннях маятника.

Яка частка кінетичної енергії частин тіла людини переходить в потенціальну і навпаки, а яка безповоротно втрачається у кожному циклі рухових дій, показує коефіцієнт рекуперації енергії.

$$K = [(dE_{\text{п}} + dE_{\text{к}}) - dE_{\text{с}} / dE_{\text{п}} + dE_{\text{к}}] \cdot 100\%$$

де  $dE_{\text{к}}$  – кінетична енергія системи;



$dE_n$  – потенціальна енергія системи;

$dE_s$  – повна енергія системи.

При повному переході енергії ( $dE_s = 0$ ) коефіцієнт рекуперації механічної енергії:  $K = 1$ , як в маятнику:

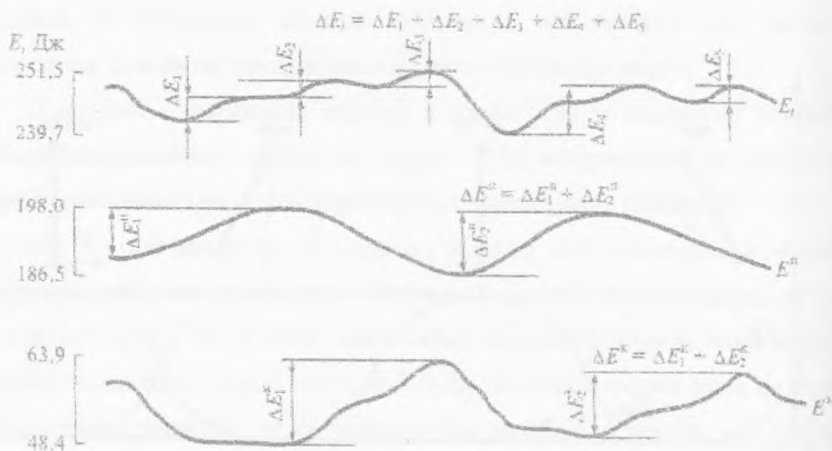


Рис. 3.5. Зміна кінетичної  $E_k$ , потенціальної  $E_n$  та повної  $E_i$  механічної енергії верхньої частини тулуба в одному циклі нормальної ходьби з швидкістю  $2,27$  м/с пацієнта А.П. вагою  $81,8$  кг та зростом  $1,89$  м:

$E_k$ ,  $E_n$ ,  $E_i$  – механічна робота по збільшенню кінетичної, потенціальної та повної механічної енергії

Результати спеціальних розрахунків та експериментальні дані показують, що робота на переміщення частин тіла, що виконується за один

оберт педалей велоергометра, змінюється пропорційно квадрату частоти педалювання, а потужність – пропорційно її кубу (рис.3.6).

Коефіцієнт рекуперації енергії в циклічних локомоціях залежить від частоти виконання вправи, і для велосипедного педалювання має вигляд, як на рис. 3.7.

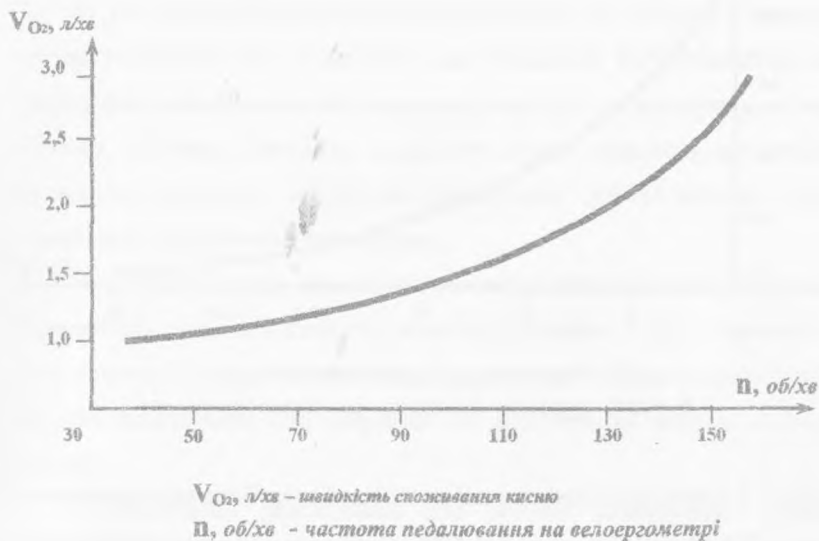
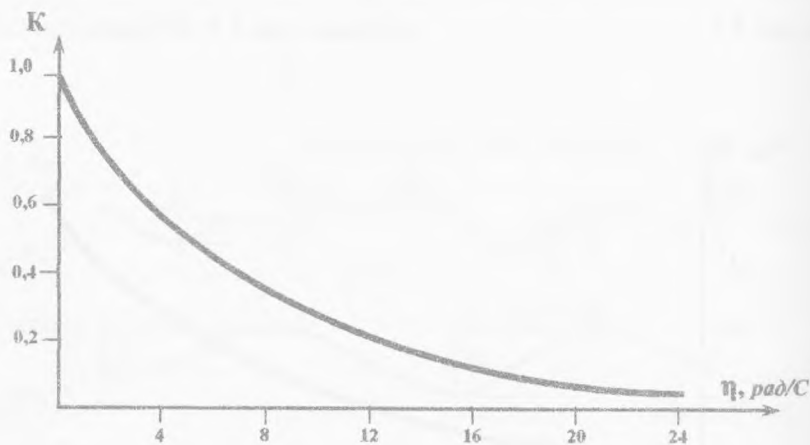


Рис. 3.6. Залежність швидкості споживання кисню від частоти рухів:

Підвищення механічної ефективності рухових дій можливе за рахунок максимального використання механічної енергії, що знаходиться в системі (тобто її переходу від одного виду в інший та від однієї біології до іншої), і зменшення енерговитрат на переміщення біології тіла спортсмена та елементів його спорядження шляхом оптимізації робочої пози, зменшення

маси спортивних приладів, більш досконалої біомеханічної структури фізичних вправ



$K$  — коефіцієнт рекуперації механічної енергії  
 $\eta$ , рад/с — кутова швидкість кривошипа велосипеда

Рис. 3.7. Коефіцієнт рекуперації механічної енергії ніг велосипедиста Н.О. масою **74 кг** та довжиною тіла **1,89 м** при педалюванні з різною частотою, сидячи в сідлі (розрахункові дані).