«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Завідувач кафедрою
інформатики та кінезіології

_____І.П. Занєвский
(підпис,ініціали,прізвище)

_____200__р

ЛЕКЦІЯ №4
з навчальної дисципліни
«КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Тема: *Елементи теорії ймовірностей*

Навчальний потік

для студентів першого року навчання факультету спорту, фізичного виховання, здоров'я людини і туризму

Навчальна мета: Ознайомити студентів з первинними поняттями теорії ймовірностей, випадковою подією, Випадковою змінною та її числовими характеристиками, функціями розподілу ймовірності випадкової змінної.

Виховна мета: Розвивати увагу, логічне мислення, пам'ять, спостережливість, зацікавити математичною статистикою як наукою, розширювати кругозір з математичної статистики в галузі ФКіС, а також формувати систематизовані знання з математичної статистики.

Навчальні питання і розподілення часу:

Вступ _____ -15…хв.

1. Первинні поняття теорії ймовірностей.__15 хв.

2. Випадкова подія. Ймовірність випадкової події.___15хв.

3. Випадкова змінна та її числові характеристики.__15хв.

4. Функція розподілу ймовірності випадкової змінної.___15хв

Заключення та відповіді на запитання _____- 15…хв.

Навчальна література

1. Ільків О.С. Матвіїв В.І. Інформатика та комп'ютерна техніка (з елементами математичної статистики): Навч. посіб. –Львів: ЛДУФК. 2010.
2. Дибкова Л.М. Інформатика та комп'ютерна техніка: Навч. Посіб. – Київ: Академвидав, 2005.
3. Литвин І.І. Інформатика: теоретичні основи і практикум. – Львів: Новий світ, 2004.
4. Глинський Я.М. Практикум з інформатики. – Львів: Деол, 2005.
5. Русіло П.О., Заневський І.П. Математична статистика. Обробка і аналіз результатів спортивних вимірів. - Львів, 1995.
6. Статистика. Підручник за ред. С.С. Герасименка. Київ: КНЕУ, 2000.
7.Основы математической статистики. Под ред. В.С.Иванова, -М.: ФиС, 1990.
8.Глинський Я.М. Інформатика: інформаційні технології. - Львів: Деол, 2003.

Додаткова

1. Петров П.К. Информационные технологии в физической культуре и спорте. – М.: ФКиС, 2008.
2. Височанський В.С., Кардаш А.І., Костів О.В., Черняхівський В.В. "Елементи інформатики", - Львів: "Світ", 1990.
3. Андреев А.Г. и др. Microsoft Windows XP: Home Edition и Professional. Русские версии / Под общ. ред. А.Н. Чекмарева. – СПб.: БХВ - Петербург, 2003.
4. Руденко В.Д., Макарчук О.М., Патланжоглу М.О. Практичний курс інформатики / За ред. Мадзігога В.М. - К.: Фенікс, 1997.
5. Фигурнов В.Е. IBM PC для пользователя. - М.: Финансы и статистика, 1992.
6. Зайцева Т.И., Смирнова О.Ю. В сб.: Информационные технологии в образовании. – М., 2000.
7. Kosmol A., Kosmol I. Komputery - nowoczesne technologie w sporcie. - Warczawa: AWF, 1999
8. Волков В.Ю. Компьютерные технологии в образовательном процессе по физической культуре в вузе: Монография. – СПб.: СПбГТУ, 1997.
9. Макарова М.В. Електронна комерція. Посібник. Київ. Видавничий центр "Академія". 2002.

Тема 4. Елементи теорії ймовірностей

1. Первинні поняття теорії ймовірностей.
2. Випадкова подія. Ймовірність випадкової події.
3. Випадкова змінна та її числові характеристики.
4. Функція розподілу ймовірності випадкової змінної.

Теорія вірогідності виникла як наука з переконання, що в основі масових випадкових подій лежать детерміновані закономірності. Теорія вірогідності вивчає дані закономірності.

Наприклад: визначити однозначно результат випадання “орла” або “решки” в результаті підкидання монети не можна, але при багатократному підкиданні випадає приблизно однакове число “орлів” і “решок”.

Випробуванням називається реалізація певного комплексу умов, який може відтворюватися необмежене число разів. При цьому комплекс умов включає випадкові чинники, реалізація якого в кожному випробуванні приводить до неоднозначності результату випробування.

Наприклад: випробування - підкидання монети.

Результатом випробування є <u>подія</u>. Подія буває:

Достовірне (завжди відбувається в результаті випробування);

Неможливе (ніколи не відбувається);

Випадкове (може відбутися або не відбутися в результаті випробування).

Наприклад: При підкиданні кубика неможлива подія - кубик стане на ребро, випадкова подія - випадання який або грані.

Конкретний результат випробування називається **елементарною подією.**

В результаті випробування відбуваються тільки елементарні події.

Сукупність всіх можливих, різних, конкретних результатів випробувань називається **простором елементарних подій.**

Наприклад: Випробування - підкидання шестигранного кубика. Елементарна подія - випадання грані з “1” або “2”.

Сукупність елементарних подій це **простір елементарних подій**.

Складною подією називається довільна підмножина простору елементарних подій.

Складна подія в результаті випробування наступає тоді і тільки тоді, коли в результаті випробувань відбулася елементарна подія, що належить складному.

Таким чином, якщо в результаті випробування може відбутися тільки одне елементарна подія, то в результаті випробування відбуваються всі складні події, до складу яких входять ці елементарні.

Наприклад: випробування - підкидання кубика. Елементарна подія - випадання грані з номером “1”. Складна подія - випадання непарній грані.

Введемо наступні позначення:

A - подія;

ω - елементи простору Ω;

Ω - простір елементарних подій;

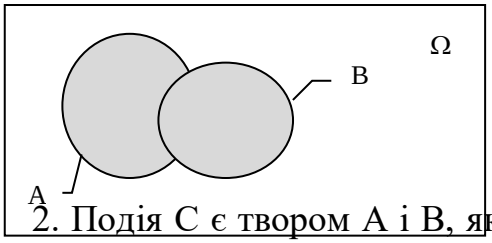
U - простір елементарних подій як достовірна подія;

V - неможлива подія.

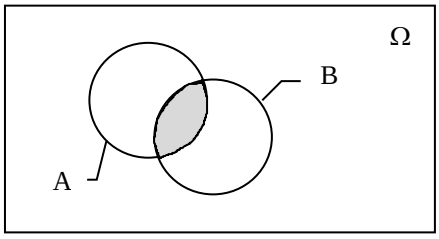
Іноді для зручності елементарні події позначатимемо Ei, Qi.

Операції над подіями.

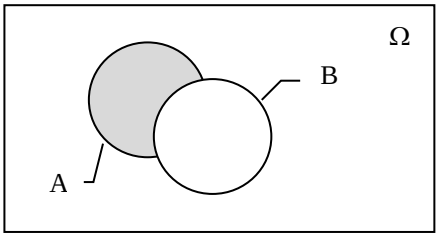
1. Подія C називається сумою A+B, якщо вона складається зі всіх елементарних подій, що входять як в A, так і в B. При цьому якщо елементарна подія входить і в A, і в B, то в C воно входить один раз. В результаті випробування подія C відбувається тоді, коли відбулася подія, яка входить або в A або в B. Сума довільної кількості подій складається зі всіх елементарних подій, які входять в одне з Ai, i=1 ..., m.



2. Подія C є твором A і B, якщо вона складається зі всіх елементарних подій, що входять і в A, і в B. Твором довільного числа подій називається подія що складається з елементарних подій, що входять у все Ai, i=1 ..., m.

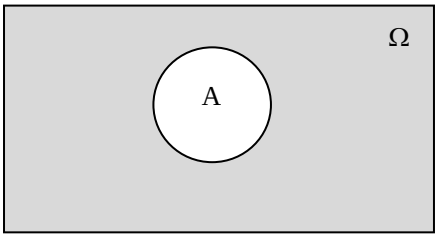


3. Різницею подій А-В називається подія С, що складається зі всіх елементарних подій, що входять в А, але що не входять в В.



4. Подія називається протилежною події А, якщо воно задовольняє двом властивостям.

Формули де Моргана: $\overline{A+B}=\overline{A}+\overline{B}$ **і** $\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$



5. Події А і В називаються **несумісними**, якщо вони ніколи не можуть відбутися в результаті одного випробування.

Події А і В називаються **несумісними,** якщо вони не мають загальних елементарних подій.

C=AB=V

Тут V - порожня множина.

На основі відомих величин вибіркової характеристики можна визначити інтервал, в якому з тою чи іншою вірогідністю визначається параметр генеральної сукупності. Інтервал, в якому із заданою вірогідністю знаходиться оцінюваний генеральний параметр, називається інтервалом довіри . Для визначення вірогідності q використовується рівень істотності (α):

У практиці ФВіС проведення суцільних обстежень генеральної сукупності (наприклад, параметрів фізичного стану студентів всієї країни) практично здійснити неможливо. Тому проводять розрахунковим шляхом

інтервальної оцінки генеральних характеристик (середнього арифметичного, дисперсії і т.д.) на основі даних вибіркової сукупності. Оцінка границь інтервалу довіри генерального середнього здійснюється з певною вірогідністю q = (1-α) 100 % з використанням *t*-критерію Стьюдента:

$$t(\alpha,\nu)=\frac{\bar{x}-\mu}{S_{\bar{x}}}$$

де μ – генеральне середнє;

$t_{(\alpha,\nu)}$– *t*-критерій Стьюдента;

$S_{\bar{x}}$ – стандартна похибка середнього арифметичного.

Величина критерію відповідає *t*-розподілу Стьюдента, який знаходиться за таблицею критичних значень критерію Стьюдента з врахуванням числа ступенів свободи ($\nu = n - 1$) і рівня значущості (α).

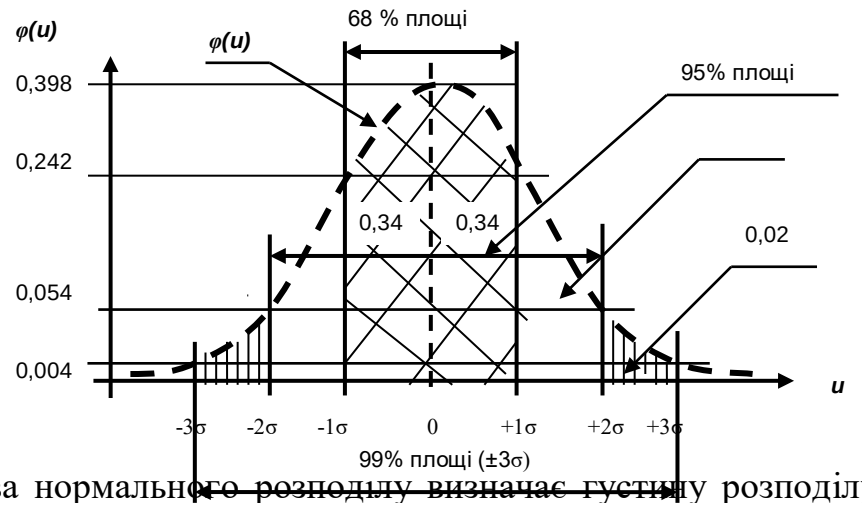


Рис.3. Щільність нормального закону розподілу ознаки.

Крива нормального розподілу визначає густину розподілу випадкової величини і описується формулою, яка запропонована англійським математиком Муавром в 1733 р.:

$$f(x_i)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

де π, е – математичні константи (π – 3,141; е – 2,7182);

μ, σ – генеральне середнє і середнє квадратичне відхилення генеральної сукупності, відповідно;

x_i – результат вимірів.

Розподіл дуже великої вибірки називають розподілом генеральної сукупності або теоретичним, а розподіл експериментального ряду вимірів – емпіричним. Криву розподілу можна отримати з графіка полігона розподілу при нескінченно великому числі вимірів і інтервалів. Деколи при емпіричному розподілі отримують криву, яка відрізняється від нормального закону розподілу присутністю двох або більше вершин. Це так звані багатомодальні розподіли.

Основні властивості нормального закону розподілу результатів вимірів:

1. Крива розподілу має дзвоноподібну форму, симетричну відносно центра групування , з точками перегину, абсциса котрих віддалена від $\bar{x}$ на величину σ .

2. Значення медіани і моди нормального розподілу співпадають і дорівнюють середньому арифметичному (Me = Mo =x).

3. 99,73 % результатів вимірів знаходяться в інтервалі (x±3σ) (див. рис. 3). Цю властивість для нормального розподілу називають "правилом трьох сигм" і використовують для вилучення сильно віддалених результатів вимірів, які вважають "помилковими" і у подальшому дослідженні не враховуються.

Крива емпіричного розподілу не завжди ідеально дзвоноподібна (нормальна) і симетрична. Для багатьох розподілів має місце характерний зсув вершини кривої вліво чи вправо. Тому розрізняють лівосторонню і правосторонню асиметрію (рис. 5). Міра скошеності – це найбльш простий показник асиметрії кривої розподілу. В основу визначення її покладено відхилення середнього арифметичного від моди:

$$S_k = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

Якщо знак даного виразу від'ємний (x<*Mo),* то асиметрія правостороння; якщо додатній *(x>Mo)* – лівостороння.

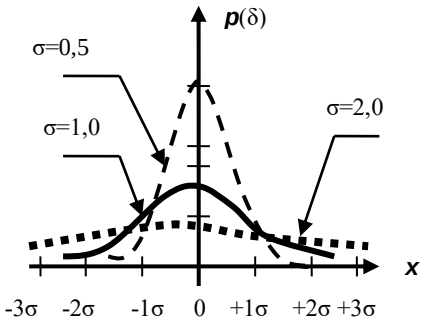


Рис.4. Залежність форми від σ.

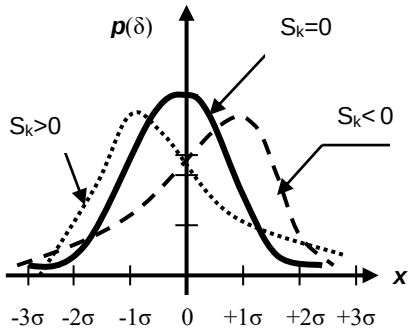


Рис.5. Залежність форми від скосу.

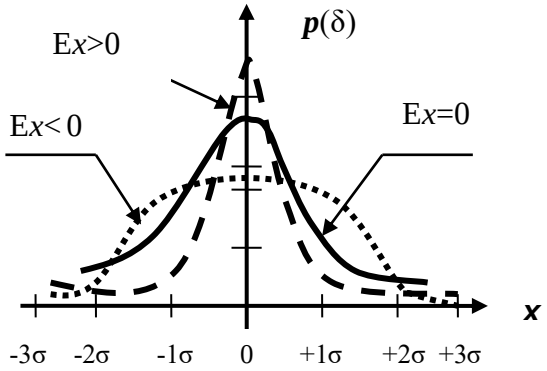


Рис.6. Залежність форми від ексцесу.

Коефіцієнти асиметрії і ексцесу нормального розподілу дорівнюють нулю ($S_к = 0$ і $E_x = 0$).

Коефіцієнт ексцесу характеризує гостроту вершини кривої розподілу і розраховується за формулою:

$$E_x = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n\sigma^4} - 3$$

Якщо Ex > 0, то розподіл має гострий пік – гостровершинність, якщо Ex < 0,

то розподіл має плосковершинну форму порівняно з нормальним розподілом (рис. 6).

Питання для самоконтролю:

1. Яким чином здійснюється оцінка границь інтервалу довіри генерального середнього?
2. Що визначає крива нормального розподілу?
3. Назвіть основні властивості нормального закону розподілу результатів вимірів.
4. Дайте визначення поняттю «міра скошеності».
5. За якими формулами вираховують коефіцієнти асиметрії і ексцесу?

Самостійна робота:

1. Вірогідність статистичних висновків, рівень істотності.
2. Оцінка параметрів генеральної сукупності.
3. Деякі спеціальні розподіли (Стьюдента, Фішера, “Хі-квадрат”).

Лекцію розробили: к.пед. н., доц. О.С. Ільків/

(посада,вчений ступінь,вчене звання,підпис, ініціали, прізвище)

Обговорено на засіданні кафедри: інформатики nf кінезіології

(назва кафедри)

Протокол від _____20_____р. № _____